

(8 pages)

MAY 2013

U/ID 4718/PAP

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

Each question carries 2 marks.

1. If $y = \sin^2 x$, then find y_n .

$y = \sin^2 x$ எனில் y_n -ஐக் காண்க.

2. Find $\frac{dy}{dx}$ given $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$.

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ எனில் $\frac{dy}{dx}$ -
காண்க.

3. What is the curvature of a

(a) Circle and

(b) Straight line?

(அ) வட்டம்

(ஆ) நேர்கோடு இவற்றின் வளைவு என்ன?

4. Find the pedal equation of the circle $x^2 + y^2 = a^2$.

$x^2 + y^2 = a^2$ என்ற வட்டத்தின் பாதச் சமன்பாடு யாது?

5. Find the equation of envelope of the family of straight lines $y = mx + \frac{a}{m}$.

$y = mx + \frac{a}{m}$ என்ற நேர்கோட்டுத் தொகுப்புக்கு தொடு உறையைக் காண்.

6. Find the asymptotes parallel to the axis of $x^2y^2 = c^2 = (x^2 + y^2)$.

$x^2y^2 = c^2 = (x^2 + y^2)$ -ன் ஆயங்களுக்கிணையான தொலைத் தொடு கோடுகளைக் காண்க.

7. Evaluate: $\int \sqrt{x^2 - 1} dx$.

மதிப்பிடுக: $\int \sqrt{x^2 - 1} dx$

8. Evaluate: $\int \log x dx$.

மதிப்பிடுக: $\int \log x dx$

9. Evaluate: $\int_0^3 \int_0^2 xy(x+y)dx dy$.

மதிப்பிடுக: $\int_0^3 \int_0^2 xy(x+y)dx dy$

10. Evaluate: $\int_0^1 \int_0^3 \int_0^4 y dx dy dz$.

மதிப்பிடுக: $\int_0^1 \int_0^3 \int_0^4 y dx dy dz$

SECTION B — (5 × 16 = 80 marks)

Answer ALL questions.

Each question carries 16 marks.

11. (a) If $y = \sin^{-1} x$, prove $(1-x^2)y_2 - x y_1 = 0$
and hence prove
 $(1-x^2)y_{n+2} - (2_{n+1})xy_{n+1} - n^2 y_n = 0$.

(b) Find the maximum and minimum of $x^2 + y^2 + 6x + 12$.

(அ) $y = \sin^{-1} x$ எனில் $(1-x^2)y_2 - x y_1 = 0$
என நிறுவுக. இதன் மூலம்
 $(1-x^2)y_{n+2} - (2_{n+1})xy_{n+1} - n^2 y_n = 0$ என நிறுவுக.

(ஆ) $x^2 + y^2 + 6x + 12$ -ன் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு
மதிப்பினைக் காண்.

Or

3

U/ID 4718/PAP

(c) If $x + y + z = u$, $y + z = uv$, $z = uvw$, prove that $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} = u^2v$.

(d) Find the minimum value of $x^2 + y^2 + z^2$ when $ax + by + cz = p$.

(இ) $x + y + z = u$, $y + z = uv$, $z = uvw$ மற்றும் எனில் $\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} = u^2v$ என நிறுவுக.

(ஈ) $ax + by + cz = p$ எனும் போது $x^2 + y^2 + z^2$ -ன் மீச்சிறு மதிப்பைக் காண்.

12. (a) For the curve $x = a(\cos t + t \sin t)$ and $y = a(\sin t - t \cos t)$, Show that the radius of curvature at the point 't' is at.

(b) Find the angle between the curves $r = a(1 + \cos \theta)$ and $r = b(1 - \cos \theta)$.

(அ) t என்ற புள்ளியில் $x = a(\cos t + t \sin t)$ மற்றும் $y = a(\sin t - t \cos t)$ என்ற வளைவரையின் வளைவு ஆரம் at என நிறுவுக.

(ஆ) $r = a(1 + \cos \theta)$ மற்றும் $r = b(1 - \cos \theta)$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.

Or

(c) Prove that the p-r equation of the parabola $\frac{2a}{r} = 1 - \cos \theta$ is $p^2 = ar$.

(d) Find the centre of curvature of the curve $y = 3x^3 + 2x^2 - 3$ at $(0, -3)$.

(இ) $\frac{2a}{r} = 1 - \cos \theta$ என்ற பரவளையத்தின் p-r சமன்பாடு $p^2 = ar$ என நிறுவுக.

(ஈ) $(0, -3)$ -ல் $y = 3x^3 + 2x^2 - 3$ என்ற வளைவரைக்கு வளைவுமையத்தைக் காண்க.

13. (a) Find the equation of the evolute of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

(b) Find the asymptotes of the $y^3 - x^2y + 2y^2 + 4y + 1 = 0$.

(அ) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் வளைவுமையப் பாதைச் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

(ஆ) $y^3 - x^2y + 2y^2 + 4y + 1 = 0$ -ன் தொலைத் தொடுகோடுகள் காண்க.

Or

(c) Find the evaluate of the rectangular hyperbola $xy = c^2$.

(d) Find the envelope of $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ subject to $a + b = c$, where c is constant.

(இ) $xy = c^2$ என்ற செவ்வக அதிபரவளையத்தின் வளைவுமையப் பாதையைக் காண்.

(ஈ) $a + b = c$, c ஒரு மாறிலி, எனக் கொண்டு $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்பதன் மூடுவரையின் சமன்பாட்டினைக் காண்.

14. (a) Evaluate: $\int \frac{3x + 4}{\sqrt{4 - x - x^2}} dx$.

(b) Evaluate: $\int_0^{\pi/2} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$

(அ) மதிப்பிடுக: $\int \frac{3x + 4}{\sqrt{4 - x - x^2}} dx$

(ஆ) மதிப்பிடுக: $\int_0^{\pi/2} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$

Or

(c) If $I_n = \int_0^{\pi/2} x^n \sin x dx$, Prove that

$$I_n + n(n-1)I_{n-2} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1}$$

(d) Prove that $\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$.

(இ) $I_n = \int_0^{\pi/2} x^n \sin x dx$ எனில்

$$I_n + n(n-1)I_{n-2} = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1} \text{ என நிறுவுக.}$$

(ஈ) நிறுவுக: $\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$

15. (a) By changing the order of integration

evaluate $\int_0^{4a} \int_{x^2/4a}^{4a2\sqrt{ax}} dy dx$.

(b) Find the area between the parabolas $y^2 = 9x$ and $x^2 = 9y$.

(அ) $\int_0^{4a} \int_{x^2/4a}^{4a2\sqrt{ax}} dy dx$ -ஐ வரிசை மாற்றி தொகையிடலைக் கணக்கிடுக.

(ஆ) $x^2 = 9y$ மற்றும் $y^2 = 9x$ ஆகிய பரவளையங்களுக்கிடையேயான பரப்பளவைக் காண்க.

Or

(c) Evaluate $\iint (x^2 + y^2) dx dy$ over the region for which x, y are each ≥ 0 and $x + y \leq 1$.

(d) Evaluate : $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} xyz dz dy dx$.

(இ) $x + y \leq 1$ மற்றும் $x, y \geq 0$ ஆகியவைகளுக்கு இடைப்பட்ட பகுதியில் $\iint (x^2 + y^2) dx dy$ -ஐ கணக்கிடுக.

(ஈ) மதிப்பிடுக. $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \int_0^{\sqrt{1-x^2-y^2}} xyz dz dy dx$.