

प्रतिदर्श प्रश्न-पत्र-2018

Model Paper – 2018

गणित – XII

MATHEMATICS - XII

समय : 3:00 घण्टा

पूर्णांक : 100

Time : 3:00 Hours

Maximum Marks : 100

1- (क) व्युत्क्रमणीय फलन का अस्तित्व है, यदि फलन है –

- (अ) केवल एकैकी (ब) केवल आच्छादक
(स) एकैकी और आच्छादक दोनों (द) इनमें से कोई नहीं

Inverse function exists, if the function is -

- (a) Only one-one (b) Only Onto
(c) One-One and onto both (d) None of these

1- (ख) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ का मुख्य मान है –

- (अ) $\pi/6$ (ब) $\pi/4$
(स) $\pi/2$ (द) 1

Principal Value of $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ is -

- (a) $\pi/6$ (b) $\pi/4$
(c) $\pi/2$ (d) 1

1- (ग) $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ एक वर्ग आव्यूह है, यदि –

- (अ) $m < n$ (ब) $m > n$
(स) $m = n$ (द) $m = 0$

 $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ is a square matrix, if -

- (a) $m < n$ (b) $m > n$
(c) $m = n$ (d) $m = 0$

1- (घ) अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + y = 0$ की कोटि है –

- (अ) 2 (ब) 1
(स) 0 (द) 3

Order of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + y=0$ is -

- (a) 2 (b) 1
(c) 0 (d) 3

1- (ड) $\hat{i} \cdot \hat{i} + \hat{j} \cdot \hat{j} + \hat{k} \cdot \hat{k}$ का मान है -

- (अ) 0 (ब) 1
(स) 2 (द) 3

Value of $\hat{i} \cdot \hat{i} + \hat{j} \cdot \hat{j} + \hat{k} \cdot \hat{k}$ is -

- (a) 0 (b) 1
(c) 2 (d) 3

1- (च) यदि किसी रेखा के दिक्-कोसाइन l, m, n हैं तो $l^2 + m^2 + n^2$ का मान होगा -1

- (अ) 1 (ब) 3
(स) 0 (द) 2

If the direction cosines of a line are l, m, n then the value of $l^2 + m^2 + n^2$ is -

- (a) 1 (b) 3
(c) 0 (d) 2

2- $f(x) = \sin(x^2)$ का 'x' के सापेक्ष अवकलन ज्ञात कीजिए।

Find the differentiation of $f(x) = \sin(x^2)$ with respect to 'x'.

3- सदिश $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ का मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए।

Find the unit vector of the vector $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$.

4- $\int e^{2x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int e^{2x} dx$.

5- एक रेखा का कार्तीय समीकरण $\frac{x-5}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$ है। इसका सदिश रूप लिखिए?

The Cartesian equation of a line is $\frac{x-5}{3} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+3}{4}$. Write its vector form?

6- यदि $x=at^2, y=2at$ है तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए?

Find the value of $\frac{dy}{dx}$ if $x=at^2, y=2at$?

7- जाँचिए कि क्या फलन $f(x)=x^2, x=0$ पर संतत है?

Examine whether the function given by $f(x)=x^2$, is continuous at $x=0$?

8- मान ज्ञात कीजिए $\int \tan^{-1}x dx$? 2

Evaluate $\int \tan^{-1}x dx$?

9- x का मान ज्ञात कीजिए, यदि - 2

$$\begin{vmatrix} 2x & 4 \\ 6 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 0 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}$$

Find the value of x, if -

$$\begin{vmatrix} 2x & 4 \\ 6 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 0 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}$$

10- सत्यापित कीजिए कि फलन $y = A \cos x + B \sin x$, जिसमें $A, B \in \mathbb{R}$ अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ का हल है। 2

Verify that the function $y = A \cos x + B \sin x$, where $A, B \in \mathbb{R}$ is a solution of the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$.

11- $\int_0^1 \frac{\tan^{-1}x}{1+x^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

Evaluate $\int_0^1 \frac{\tan^{-1}x}{1+x^2} dx$.

अथवा (OR)

अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2$ का समाकलन गुणक ज्ञात कीजिए ?

Find the integrating factor of the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} - y = 2x^2.$$

12- बिन्दु $(1, 2, -3)$ तथा $(1, 1, 0)$ से होकर जाने वाली सरल रेखा के दिक्कोसाइन ज्ञात कीजिए ? 2

Find the direction-cosines of a straight line passing through the points $(1, 2, -3)$ and $(1, 1, 0)$?

13- $|(\hat{i} \times \hat{j}) + (\hat{j} \times \hat{k}) + (\hat{k} \times \hat{i})|$ का मान ज्ञात कीजिए ? 2

Find the value of $|(\hat{i} \times \hat{j}) + (\hat{j} \times \hat{k}) + (\hat{k} \times \hat{i})|$?

अथवा (OR)

सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ का सदिश $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ पर प्रक्षेप ज्ञात कीजिए ?

Find the projection of the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ on the vector

$$\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k} ?$$

14- यदि $f: R \rightarrow R$ तथा $g: R \rightarrow R$ फलन क्रमशः $f(x)=\cos x$ तथा $g(x)=3x^2$ द्वारा परिभाषित हैं तो gof और fog ज्ञात कीजिए ? दर्शाइए कि $gof \neq fog$. 4

Find gof and fog , if $f: R \rightarrow R$ and $g: R \rightarrow R$ are given by $f(x)=\cos x$ and $g(x)=3x^2$. Show that $gof \neq fog$.

अथवा (OR)

पूर्णाकों के समुच्चय में $a*b=a+b+1$ द्वारा परिभाषित द्विआधारीय संक्रिया $*$ के लिए तत्समक एवं प्रतिलोम अवयव ज्ञात कीजिए ?

Find the identity and inverse element for the binary operation $*$ defined by $a*b=a+b+1$ in the set of integers.

15- सिद्ध कीजिए कि $\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{17}{6}\right)$. 4

Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{17}{6}\right)$.

16- सारणिकों के गुणधर्मों का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए :- 4

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c).$$

Using properties of determinants prove that :-

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(a+b+c).$$

17- अन्तराल $[-2, 2]$ में फलन $f(x)=x^2+1$ के लिए रोले प्रमेय का सत्यापन कीजिए ? 4
Verify Rolle's theorem for the function $f(x)=x^2+1$ in the interval $[-2, 2]$.

अथवा (OR)

यदि $y = (\tan x)^{(\tan x)^{(\tan x)^{(\dots \infty)}}$, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए ? 4

If $y = (\tan x)^{(\tan x)^{(\tan x)^{(\dots \infty)}}$, then find the value of $\frac{dy}{dx}$?

18- $\int \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$ का मान ज्ञात कीजिए ? 4

Evaluate $\int \frac{x^2}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$?

अथवा (OR)

सिद्ध कीजिए कि $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\tan x}}{\sqrt{\tan x + \sqrt{\cot x}}} dx = \frac{\pi}{4}$.

Prove that $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\tan x}}{\sqrt{\tan x + \sqrt{\cot x}}} dx = \frac{\pi}{4}$.

19- $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x) dx$ का मान ज्ञात कीजिए ? 4

Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x) dx$?

20- एक समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएं सदिश

$\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$ द्वारा निर्धारित हैं। 4

Find the area of a parallelogram whose adjacent sides are determined by the vectors $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$.

21- एक थैले में 5 सफेद, 7 लाल तथा 4 काली गेंदें हैं। इसमें से यादृच्छया 3 गेंदें निकाली जाती हैं। इन सभी के लाल गेंद होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। 4

A bag contains 5 white, 7 red and 4 black balls. From this bag 3 balls are drawn at random. Find the probability of these being all red balls.

22- सिद्ध कीजिए कि किसी वृत्त के अन्तर्गत महत्तम क्षेत्रफल वाला आयत, एक वर्ग होता है। 6

Prove that the rectangle of maximum area, inscribed in a circle, is a square.

अथवा (OR)

वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ के बिन्दु (1, 1) पर स्पर्श रेखा तथा अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए ? 6

Find the equation of the tangent and normal to the curve

$x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ at the point (1, 1) ?

23- आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम आव्यूह ज्ञात कीजिए ? 6

Find inverse matrix of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$?

24- दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ? 6

Find the area of the region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$?

अथवा (OR)

योगफल की सीमा के रूप में $\int_0^2 (x + e^x) dx$ का मान ज्ञात कीजिए ?

Evaluate the definite integral $\int_0^2 (x + e^x) dx$ as the limit of a sum.

25- अवकल समीकरण $\left[x \sin^2 \frac{y}{x} - y \right] dx + x dy = 0$, $y = \frac{\pi}{4}$ जबकि $x=1$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए ? 6

Find the particular solution of the differential equation

$$\left[x \sin^2 \frac{y}{x} - y \right] dx + x dy = 0, y = \frac{\pi}{4} \text{ when } x=1.$$

26- रेखाओं $\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1}$ और $\frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$ के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए ? 6

Find the shortest distance between the lines :

$$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1} \text{ and } \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1} ?$$

अथवा (OR)

तलों $x+y+z=1$ और $2x+3y+4z=5$ के प्रतिच्छेदन रेखा से होकर जाने वाले तथा तल $x-y+z=0$ पर लम्बवत तल का समीकरण ज्ञात कीजिए ?

Find the equation of the plane through the line of intersection of the planes $x+y+z=1$ and $2x+3y+4z=5$ which is perpendicular to the plane $x-y+z=0$?

27- आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए :- 6

$$\text{न्यूनतम } z=3x+2y$$

$$\text{जहाँ, } x+2y \leq 10$$

$$3x+y \leq 15$$

$$x, y \geq 0$$

Solve the following linear programming problem graphically :

$$\text{Minimise } z=3x+2y$$

Subject to the constraints :

$$x+2y \leq 10$$

$$3x+y \leq 15$$

$$x, y \geq 0$$

28- एक प्रश्न को A और B द्वारा स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकताएं क्रमशः $1/2$ और $1/3$ हैं। यदि दोनों स्वतंत्र रूप से प्रश्न हल करने का प्रयास करते हैं तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि :- 6

(क) प्रश्न हल हो जाता है।

(ख) उनमें से तथ्यतः कोई एक प्रश्न हल कर लेता है।

Probability of solving a question independently by A and B are $\frac{1}{2}$ and $\frac{1}{3}$ respectively. If both try to solve the question independently, find the probability that :

- (a) the problem is solved.
 (b) exactly one of them solves the problem.

अथवा (OR)

एक यादृच्छिक चर X का प्रायिकता बंटन नीचे दिया गया है :-

X	1	2	3	4	5
P(X)	K	5K	3K	$6K^2$	$4K^2$

ज्ञात कीजिए :-

- (I) K (II) $P(2 < X < 5)$ (III) $P(X=5)$

A random variable X has the following probability distribution :-

X	1	2	3	4	5
P(X)	K	5K	3K	$6K^2$	$4K^2$

Determine

- (I) K (II) $P(2 < X < 5)$ (III) $P(X=5)$

-----x---x---x-----