



कर्नाटक सरकार

आयुक्त कार्यालय सार्वजनिक शिक्षण विभाग

नृपतुंग रस्ता बेंगळूरु - 560 001



उर्दू व इतर अल्पसंख्याक भाषा शाळांचे निर्देशनालय

नृपतुंग रस्ता बेंगळूरु

सहयोग

कर्नाटक प्रौढ शिक्षण परीक्षा मंडळ, मल्लेश्वर, बेंगळूरु

दहावीच्या उत्तम निकालासाठी

विषय : गणित

प्रश्नोत्तर मालिका

आयोजक

श्री.मोहम्मद मोहसिन् आयुक्त
सार्वजनिक शिक्षण विभाग
बेंगळूरु - 560 001

संकल्पना

श्रीमती. जोहरा जबीन एम.

निर्देशिका

उर्दू आणि इतर अल्पसंख्याक भाषा शाळांचे
निर्देशनालय आयुक्त कार्यालय, नृपतुंग
रस्ता बेंगळूरु - 560 001

सं
यो
ज
क

श्रीमती मंजुळा आर, जेष्ठ सह निर्देशिका
उर्दू आणि इतर अल्पसंख्यांक भाषा शाळांचे निर्देशनालय
&
श्री मदिगौडा बि. एन्. जेष्ठ सह निर्देशक

सल्ला & मार्गदर्शन
श्रीमती : नागरत्ना एच्.

वि
ष
य
त्र
ऋ
ः
अ
नु
वा
द
क
ः

श्री. एस. व्ही केसरकर
न्यू सेकंडरी स्कूल भोज , ता. चिक्कोडी

श्री. जे.एस. पाटील
पार्श्वमती कन्या विद्यालय, अक्कोळ, ता. चिक्कोडी

श्री. पी. ए. सदलगे
अकोळ हायस्कूल अक्कोळ, ता. चिक्कोडी

मनोगत

आत्मीय शिक्षक बंधुनो,

“ कर्नाटक सरकार ” च्या सार्वजनिक शिक्षण विभागाच्या उर्दू आणि इतर अल्पसंख्याक भाषा शाळांचे निर्देशनालय बेंगळूरु आणि कर्नाटक प्रौढ शिक्षण परीक्षा मंडळ यांच्या संयुक्त विद्यमाने सन् 2014-15 मध्ये तयार केलेल्या नवीन पाठ्य पुस्तकाला अनुसरून एप्रिल 2015 मध्ये घेण्यात येणाऱ्या नविन परीक्षा पध्दतीला नजरेसमोर ठेऊन मुलांची शैक्षणिक पातळी आणि सार्वत्रीक निकाल वाढविण्याच्या दृष्टीने गणित विषयाची प्रश्नोत्तर मालिका तयार केली आहे. ही प्रश्नोत्तर मालिका राज्याच्या वेगवेगळ्या जिल्ह्यातील विषयतज्ञ शिक्षकांनी तयार केलेली आहे.

राज्यातील सर्व शाळांचे मुख्याद्यापक व विषय शिक्षकांनी या प्रश्नोत्तर मालिकेचा उपयोग आपल्या शाळेतील विद्यार्थ्यांच्या शैक्षणिक उन्नतीसाठी करावे. हे पुस्तक आकार घेऊ शकण्यामागे उर्दू आणि इतर अल्पसंख्याक भाषा निर्देशनालयाचे निर्देशक आणि कार्यालयीन सहकारी यांची भूमिका स्तुत्य आहे.

श्री.मोहम्मद मोहसिन् आयुक्त

सार्वजनिक शिक्षण विभाग

आयुक्त कार्यालय, बेंगळूरु 560-001

प्रस्तावना

आत्मीय शिक्षक मित्रांनो,

“ कर्नाटक सरकार ” च्या सार्वजनिक शिक्षण विभागाच्या उर्दू आणि इतर अल्पसंख्यांक भाषा शाळांचे निर्देशनालय बेंगळूर आणि कर्नाटक प्रौढ शिक्षण परीक्षा मंडळ यांच्या सहयोगाने दहाविच्या वर्गाचे शैक्षणिक पातळी वाढविण्यासाठी व सार्वत्रिक निकाल वाढविण्याच्या दृष्टीने गणित विषयात व विद्यार्थ्यांच्या मध्ये सहज अध्ययन व अध्ययनाला सहायपूर्ण प्रश्नोत्तर मालिका रचना केली गेली आहे. ही प्रश्नोत्तर मालिका राज्यातील वेगवेगळ्या जिल्ह्यातील विषयतज्ञ शिक्षकांच्याकडून तयार केला आहे. या अध्ययन पध्दतीचा शिक्षकांनी उपयोग करून विद्यार्थ्यांच्या यशामध्ये आपले योगदान द्यावे ही आमची इच्छा आहे. राज्यातील सर्व शाळांचे मुख्याद्यापक आणि विषय शिक्षकांनी या प्रक्रियेचा परिपूर्ण उपयोग घेऊन विद्यार्थ्यांच्या उत्तम निकालासाठी हातभार लावावा. या गणित विषयाच्या प्रश्नोत्तर मालिकेच्या प्रक्रियेमध्ये सहभागी झालेल्या सर्व अधिकारी, सहकारी शिक्षण महाविद्यालयाचे प्रवाचक, प्राध्यापक साधन व्यक्ती यांचे मनःपूर्वक आभार !

श्रोमती – जोहरा जबीन एम.

निर्देशिका ,

उर्दू आणि इतर अल्पसंख्यांक भाषा शाळांचे निर्देशनालय

नृपतुंग रस्ता बेंगळूरु 560 001



प्रश्नपेढी अनुक्रमणिका

अ.नं.	पाढाचे नांव	पान नं.
1	1.1 वास्तव संख्या (Real Numbers)	1
2	1.2 वास्तव संख्या (Real Numbers)	3
3	1.3 वास्तव संख्या (Real Numbers)	5
4	2.1 सट (Set)	6
5	2.2 सट (Set)	8
6	2.3 सट (Set)	11
7	3.1 क्रम (Sequence)	14
8	3.2 क्रम (Sequence)	17
9	3.3 क्रम (Sequence)	20
10	4.1 क्रमवेश आणि संवेश	23
11	4.2 क्रमवेश आणि संवेश	25
12	4.3 क्रमवेश आणि संवेश	27
13	5.1 संभाव्यता	29
14	5.2 संभाव्यता	31
15	5.3 संभाव्यता	32
16	6.1 संख्याशास्त्र (Statistic)	35
17	6.2 संख्याशास्त्र (Statistic)	36
18	7.1 करणी (Surds)	38
19	7.2 करणी (Surds)	40
20	7.3 करणी (Surds)	42
21	8.1 बहुपदी (Polynomial)	43
22	8.2 बहुपदी (Polynomial)	44
23	8.3 बहुपदी (Polynomial)	45
24	9.1 वर्ग समीकरण (Quadratic Equation)	46

अ.नं.	पाठाचे नांव	पान नं.
25	9.2 वर्ग समीकरण (Quadratic Equation)	52
26	9.3 वर्ग समीकरण (Quadratic Equation)	56
27	10.1 समरूप त्रिकोण (Similar Triangles)	58
28	10.2 समरूप त्रिकोण (Similar Triangles)	62
29	10.3 समरूप त्रिकोण (Similar Triangles)	66
30	11.1 पायथॅगोरस प्रमेय (Pythagoras Theroem)	68
31	11.2 पायथॅगोरस प्रमेय (Pythagoras Theroem)	70
32	11.3 पायथॅगोरस प्रमेय (Pythagoras Theroem)	72
33	12.1 त्रिकोणमिती (Trignometry)	74
34	12.2 त्रिकोणमिती (Trignometry)	79
35	12.3 त्रिकोणमिती (Trignometry)	82
36	13.1 सहनिर्देशक भूमिती (Co-ordinate Geometry)	85
37	13.2 सहनिर्देशक भूमिती (Co-ordinate Geometry)	86
38	13.3 सहनिर्देशक भूमिती (Co-ordinate Geometry)	88
39	13.1,2,3 सहनिर्देशक भूमिती (Co-ordinate Geometry)	89
40	14.1 वर्तुळ (Circle)	91
41	14.2 वर्तुळ (Circle)	95
42	14.3 वर्तुळ (Circle)	99
43	15.1 मापने (Mesuration)	101
44	15.2 मापने (Mesuration)	106
45	15.3 मापने (Mesuration)	107
46	15.1A प्रमाणित आराखडा (Scale Drawing)	108
47	15.1B प्रमाणित आराखडा (Scale Drawing)	111
48	16.1 जालाकृती आणि बहुपृष्ठके	113
49	16.2-3 जालाकृती आणि बहुपृष्ठके	116

1.1 वास्तव संख्या (Real Numbers)

I] खालील भागाकार करा आणि युक्लीडचा भागाकार अल्गोरिथम मध्ये मांडा .

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1) 7 ला 2 ने भागून | 2) 18 ला 5 ने भागून |
| 3) 15 ला 4 ने भागून | 4) 25 ला 12 ने भागून |
| 5) 87 ला 11 ने भागून | |

II] युक्लीडचा भागाकार अल्गोरिथम वापरून खालील संख्यांचे म.सा.वि. काढा .

- | | |
|----------------|------------------|
| 1) 455 आणि 42 | 3) 1764 आणि 42 |
| 2) 513 आणि 270 | 4) 40, 96 आणि 16 |
| 5) 117 आणि 7 | |

III] खालील संख्यांचे मूल अवयव काढा .

- | | |
|----------|---------|
| 1) 35 | 2) 516 |
| 3) 31416 | 4) 4815 |
| 5) 363 | |

IV] मूल अवयव पद्धतीने खालील संख्यांचे ल.सा. वि. आणि म.सा.वि. काढा .

- | | |
|---------------------|-----------------|
| 1) 18 आणि 15 | 2) 81 आणि 27 |
| 3) 2,42 आणि 72 | 4) 9,27 आणि 243 |
| 5) 49, 343 आणि 2401 | |

V] खालील संख्यांचा म.सा. वि. आणि ल.सा.वि. काढून त्या संख्यांचा गुणाकार हा म.सा. वि. आणि ल.सा.वि.च्या गुणाकारा इतका असतो हे सिद्ध करा .

- | | | |
|---------------|---------------|--------------|
| 1) 13 आणि 117 | 2) 17 आणि 119 | |
| 3) 66 आणि 12 | 4) 13 आणि 17 | 5) 70 आणि 80 |

VI] खालील संख्यांचे परिमेय संख्या आणि अपारिमेय संख्या मध्ये वर्गीकरण करा .

- | | |
|------------------|----------------|
| 1) $\sqrt{3}$ | 2) $\sqrt{11}$ |
| 3) 13 | 4) $\sqrt{25}$ |
| 5) $\sqrt[3]{8}$ | 6) $\sqrt{23}$ |

VII] बहुपर्यायी प्रश्न

1) 18 ला 4 ने भागले तर युक्लीडचा भागाकार अल्गोरिथम मध्ये या प्रकारे अचुकपणे लिहिता येते.

1) $18 = (4 \times 4) + 10$

2) $18 = (4+4) \times 2$

3) $18 = (4 \times 4) + 2$

4) $18 = (18 \div 4) + 2$

2) 45 आणि 30 ला निशेषपणे भागणारी मोठ्यात मोठी संख्या

1) 5

2) 15

3) 20

4) 10

3) समसंख्या नेहमी या स्वरूपात असते.

1) n

2) $2n$

3) $n+1$

4) $2n+1$

4) विषम संख्या नेहमी या स्वरूपात असते.

1) n

2) $2n$

3) $n+1$

4) $2n+1$

5) 12, 8 आणि 16 ने भागणारी लहानात लहान संख्या

1) 4

2) 24

3) 96

4) 48

V] अपरिमिय संख्येची व्याख्या लिहून एक उदाहरण द्या.

VI] दोन मूल संख्यांचा म.सा. वि. आणि ल.सा.वि. काय असतो ?



1.2 वास्तव संख्या (Real Numbers)

CARD - 2

I] खालिल प्रश्न सोडवा.

- 1) अशी एक लहानात लहान संख्या शोधा की जीला 39, 65 आणि 78 ने भागल्यास बाकी 9 उरते.
- 2) अशी एक मोठ्यात मोठी संख्या शोधा की जीने 48, 96 व 108 ला भागल्यास बाकी उरत नाही.
- 3) मूल अवयव पद्धतीने 96 आणि 404 चा म.सा.वि.काढा व त्यावरून ल.सा.वि.ही काढा.
- 4) युक्लीडचा अल्गोरिथम वापरून 4052 आणि 12576 चा म.सा.वि.काढा.
- 5) आयताकृती भवनाची लांबी 16मी., 32से.मी. आणि 8मी., 40से.मी. रुंदी आहे. सारख्याच चौरसाकार फरशा त्यामध्ये बसवायच्या आहेत. तर अशा फरशांची कमीत कमी संख्या काढा.
- 6) $\sqrt{7}$ ही अपारिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.
- 7) $1 + \sqrt{2}$ ही अपारिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.
- 8) सर्व सम संख्यांना 2 ने भाग जातो हे सिद्ध करा.
- 9) सर्व विषम संख्या या $2m+1$ चा स्वरूपात असतात असे सिद्ध करा.
- 10) दोन संख्यांचे ल.सा.वि. व म.सा.वि.अनूक्रमे 180 व 6 आहेत.जर एक संख्या 30 असेल तर दुसरी संख्या काढा.

II] योग्य पर्याय निवडून लिहा.

- 1) 384 चा मूल अवयवीकरणात 2 चा घातांक हा आहे.
 - a) 4
 - b) 7
 - c) 6
 - d) 3
- 2) दोन संख्यांचा गुणाकार 180 असेल तर त्यांच्या ल.सा.वि. आणि म.सा.वि.चा गुणाकार किती ?
 - a) 90
 - b) 180
 - c) 360
 - d) 200
- 3) खालील पैकी ही संख्या अपारिमेय आहे.
 - a) $22/7$
 - b) $\sqrt{289}$
 - c) $\sqrt{13}$
 - d) $44/11$

4) 24,64 आणि 128 ला भागणाऱी मोठ्यात मोठी संख्या

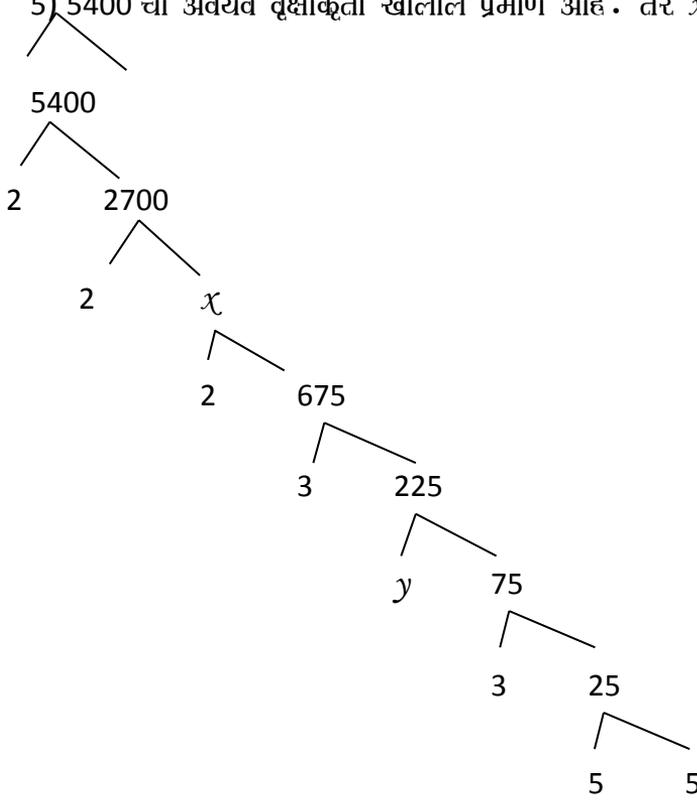
A) 8

B) 128

C) 24

D) 64

5) 5400 ची अवयव वृक्षाकृती खालील प्रमाणे आहे. तर x आणि y च्या किंमती अनुक्रमे.



a) 2700 आणि 5

b) 1350 आणि 3

c) 675 आणि 5

d) 375 आणि 15



1.3 वास्तव संख्या (Real Numbers)

CARD - 3

1] सोडवा

- 1) 510 आणि 92 चा म.सा.वि. आणि ल.सा.वि.काढून त्यांचा गुणाकार हा म.सा.वि. आणि ल.सा.वि.च्या गुणाकारा इतका असतो हे तपासा.
- 2) 2 टँकर मध्ये अनुक्रमे 616 लिटर आणि 32 लिटर पेट्रोल आहे. जास्तीत जास्त क्षमतेचे असे कौणते कंटेनर असेल की ते दोन्हीतील पेट्रोल पूर्ण खेपेत मोजेल.
- 3) 65 आणि 117 चा म.सा.वि. $65m-117$ या स्वरूपात आहे. m ची किंमत काढा आणि 65 आणि 117 चा ल.सा.वि. मुल अवयव पद्धतीने काढा.
- 4) $2-\sqrt{3}$ ही अपरिमेय संख्या आहे हे सिद्ध करा.
- 5) जर 56 आणि 72 चा h हा म.सा. वि. आहे आणि $h = 56x + 72y$ तर x आणि y काढा.
- 6) 2053 आणि 967 चा मोठ्यात मोठा असा भाजक शोधा की जो अनुक्रमे 5 आणि 7 बाकी ठेवेल.
- 7) एका संकूला मध्ये 1000 मीटर लांबीची वर्तूलाकार धावपट्टी आहे. एक फेरी पूर्ण करण्यास शालीनीला 8 मिनीटे तर सल्माला 18 मिनीटे लागतात. समजा त्या दोघीनी एकाच ठिकाणाहून एकाच दिशेने धावण्यास सुरुवात केली तर त्या दोघी किती मिनिटानी आरंभ स्थानी भेटतील.
- 8) दोन संख्यांचा म.सा. वि. 84 आणि त्यांचा गुणाकार 14112 आहे तर त्यांचा ल.सा. वि. काढा.
- 9) $\sqrt{9}+\sqrt{2}$ ही अपरिमेय संख्या आहे असे सिद्ध करा.
- 10) 5कि.मी. लांबीच्या एका सरळ रस्त्यावर 3 सिग्नल्स आहेत. पहिल्या सिग्नलवर लाल दिवा 8 सेकंदानंतर लागतो. तर दुस-या सिग्नलवर 12 सेकंदानंतर लागतो आणि तिस-या सिग्नलवर 24 सेकंदानंतर लागतो.तर किती सेकंदानंतर तिन्ही सिग्नलवर लाल दिवा लागेल?
- 11) जर p आणि q हया धन विषम संख्या आहेत. तर p^2+q^2 ही अशी सम संख्या आहे की जीला 4 ने भाग जात नाही. असे सिद्ध करा.
- 12) जर दोन संख्यांचा ल.सा. वि. हा त्यांच्या म.सा.वि. च्या दुप्पट असुन त्या संख्यांचा गुणाकार 800 असेल तर त्या संख्या काढा.



2.1 सट (Set)

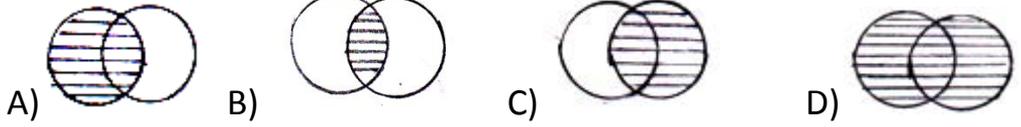
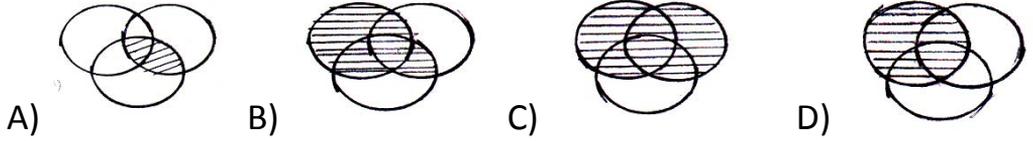
CARD - 1

1) जर $A=\{2, 4, 6, 8\}$ $B=\{4, 8, 12\}$ तर $A \cap B = \dots\dots$

- A) $\{2, 4, 6\}$ B) $\{4, 6\}$ C) $\{4, 8\}$ D) $\{2, 4, 6, 8, 12\}$

2) जर $A=\{6, 7, 8\}$, $B=\{4, 8, 12\}$ आणि $A \cup B = \{4, 6, 7, 8, 12\}$ तर $B \cup A = \dots\dots$

- A) $\{4\}$ B) $\{8\}$ C) \emptyset D) $\{4, 6, 7, 8, 12\}$

3) खालील कोणती वेन आकृती $B \cup C$ दर्शविते.4) खालील पैकी कोणती वेन आकृती $K \cup (L \cap M)$ दर्शविते.5) जर A आणि B हे असंबंधीत सट असतील तर $(A \cup B)'$ =

- A) $A' \cup B'$ B) $A' \cap B'$ C) $A \cup B'$ D) $A' \cap B$

6) जर A आणि B हे असंबंधीत सट असतील तर $(A \cap B)'$ =

- A) $A' \cap B$ B) $A' \cap B'$ C) $A' \cup B'$ D) $A' \cup B$

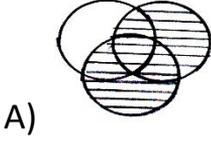
7) डिमार्गन्सच्या नियमाप्रमाणे $(A \cup B)'$ =

- A) $A' \cup B$ B) $A' \cup B'$ C) $A' \cap B'$ D) $A \cup B'$

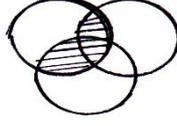
8) जर A व B हे दोन असंबंधीत सट असतील तर $A \cap B = \dots\dots$

- A) \emptyset B) \emptyset C) U D) यापैकी नाही

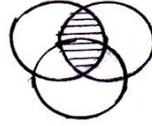
9) खालील पैकी कोणती वेन आकृती $K \cap (L \cup M)$ दर्शविते.



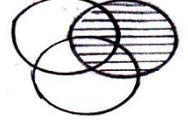
B)



C)



D)



10) खालील पैकी कोणते संबंध $n(A \cup B)$ दर्शविते.

A) $n(A) - n(B) + n(A \cup B)$

B) $n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

C) $n(A) + n(B) + n(A \cup B)$

D) $n(A) - n(A \cup B) + n(A \cap B)$

II] खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

1) जर $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ आणि $A = \{0, 2, 4, 8\}$ तर A' ची किंमत?

2) A, B व C हे तीन सट असताना सटांचा छेदन सट हा संयोग सटावर वितरण दर्शवितो असे दाखवा.

III] जर $P = \{a, b, c, d, e\}$ $Q = \{a, e, i, o, u\}$ आणि $R = \{a, c, e, g\}$ तर छेदन सटांचा साहचर्य गुणधर्म तपासा ?



2.2 सट (Set)

CARD - 2

1] बहुपर्यायी प्रश्न

1) जर $A=\{2,4,6,8\}$, $B=\{4,8,12\}$ तर $A \cap B = \dots$

- A) $\{2,4,6\}$ B) $\{4,6\}$ C) $\{4,8\}$ D) $\{2,4,6,8\}$

2) वितरण गुणधर्मानुसार लिहा. $P \cup (Q \cap R) = \dots$

- A) $(P \cup Q) \cup (P \cup R)$ B) $(P \cup Q) \cap (P \cup R)$
C) $(P \cap Q) \cup (P \cap R)$ D) $(P \cap Q) \cap (P \cap R)$

3) जर A व B हे असंबंधीत सट असतील तर $(A \cap B) = \dots$

- A) A B) B C) \emptyset D) AUB

4) डिमार्गन्स नियमानुसार $(A \cap B)' = \dots$

- A) $A' \cap B'$ B) $A' \cup B'$ C) $A \cup B'$ D) $A' \cup B$

5) जर $n(A) + n(B) = n(A \cup B)$ तर $n(A \cap B) = \dots$

- A) 0 B) \emptyset C) 1 D) 2

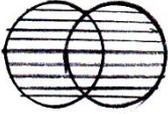
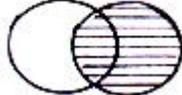
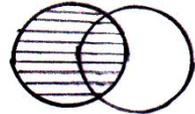
6) A व B या दोन सटांच्या बाबतीत $n(A)=11$, $n(B)=7$ आणि $n(A \cap B)=3$, $n(A \cup B) = \dots$

- A) 21 B) 15 C) 8 D) 10

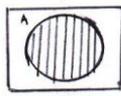
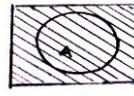
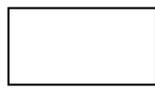
7) जर $U = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ आणि $A = \{0,2,4\}$ तर $A' = \dots$

- A) $\{4,6,8\}$ B) $\{1,2,3,4\}$ C) $\{1,3,5,6,7,8,9\}$ D) \emptyset

8) पुढीलपैकी कोणती आकृती $(A \cap B)$ दर्शविते.

- A)  B)  C)  D) 

9) जर $U = \{2,3,5,6,10\}$ $A = \{5,6\}$ तर कोणती आकृती A' दर्शविते.

- A)  B)  C)  D) 

- 10) जर A व B दोन सट असतील आणि $n(A)=17$, $n(B)=7$ आणि $n(A \cap B)=3$ तर $n(A \cup B)=\dots$
- A) 21 B) 15 C) 8 D) 10

II] एक गुणांचे वस्तूनिष्ठ प्रश्न

- 1) जर $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{3,4,5\}$ तर $(A-B)$ ची किंमत काढा.
- 2) जर $U=\{0,1,2,3,5\}$ आणि $A=\{0,2,5\}$ तर A' ची किंमत काढा.
- 3) जर $n(A)=4$, $n(B)=5$ आणि $n(A \cap B)=2$ तर $n(A \cup B)$ ची किंमत काढा.
- 4) A, B व C हे अरिक्त सट असतील तर संयोग सटांचा छेदन सटावरील वितरण गुणधर्म लिहा.
- 5) जर $A=\{2,3,4\}$, $B=\{2,4,6\}$ तर $(A-B)$ ची किंमत काढा.
- 6) $n(A)+n(B)=\dots$

दोन गुणांचे प्रश्न

- 1) जर $A=\{l,m,n,o,p,r\}$ व $B=\{m,n,o,r,s,t\}$ तर संयोग सटाचा क्रमनिरपेक्ष गुणधर्म तपासा.
- 2) जर $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{3,4,5,6\}$, $C=\{6,7\}$ तर $(A \cap B) \cap C$ ची किंमत काढा.
- 3) जर $K=\{3,5,7,9\}$, $L=\{5,8,9\}$, $M=\{1,2,3,9\}$ तर $K \cup (L \cap M)$ ची किंमत काढा.
- 4) $A \cup (B \cap C)$ वेन आकृतीने दाखवा.
- 5) जर A व B हे दोन असे सट आहेत की, $n(A)=27$ व $n(B)=35$, $n(A \cup B)=50$ तर $n(A \cap B)$ ची किंमत काढा.
- 6) जर $P=\{a,b,c,d,e\}$, $Q=\{a,e,i,o,u\}$ आणि $R=\{a,c,e,g\}$ तर छेदन सटाचा सहचर्य गुणधर्म तपासा.
- 7) जर $U=\{4,8,12,16,20,24,28\}$ आणि $A=\{8,16,24\}$, $B=\{4,16,20,28\}$ तर $(A \cup B)' = A' \cap B'$ हे तपासा.
- 8) $A/B \neq B/A$ हे वेन आकृतीने पडताळा.
- 9) वेन आकृतीच्या सहाय्याने $n(A \cap B)$ ची किंमत काढा. जर $n(A)=37$, $n(B)=26$ आणि $n(A \cup B)=51$
- 10) एका वर्गात 70% मुले गणित विषयात, 60% मुले विज्ञान विषयात पास होतात आणि 28% मुले नापास होतात तर पास झालेल्या मुलांची टक्केवारी किती?

तीन गुणांचे प्रश्न

1) जर $A = \{-3, -1, 0, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{-1, -2, 3, 4, 5, 6\}$ आणि $C = \{-6, -4, -2, 2, 4, 6\}$ तर $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ हे तपासा .

2) जर $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, $C = \{2, 4, 5, 6\}$ हे विश्वसत $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 13, 15\}$ चे उपसट असतील तर डिमार्गन्सचे खालील नियम पडताळा .

i] $(A \cup B)' = A' \cap B'$

ii] $(A \cap B)' = A' \cup B'$

3) एका वर्गातील 50 विद्यार्थी गणित 42 विद्यार्थी जीवशास्त्र घेतात आणि 24 विद्यार्थी दोन्ही विषय घेतात तर विद्यार्थ्यांची संख्या काढा .

- 1) फक्त गणित विषय घेतलेले .
- 2) फक्त जीवशास्त्र विषय घेतलेले .
- 3) वर्गातील एकूण विद्यार्थ्यांची संख्या काढा .



2.3 सट (Set)

CARD - 3

1) जर $A = \{a,b,c\}$ आणि $B = \{b,c,e\}$ तर $n(A \cap B) = \dots\dots\dots$

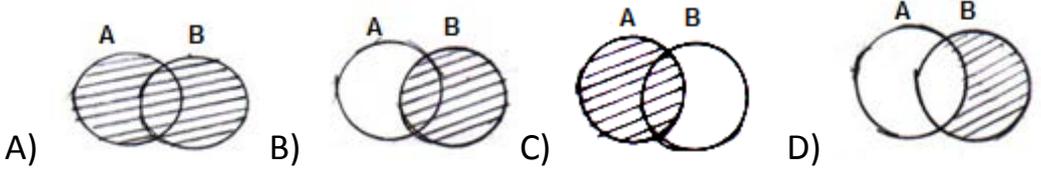
- A) 4 B) 3 C) 7 D) 2

2) जर $U = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $A = \{x : x \text{ 10 पेक्षा लहान असलेली 3च्या पटीतील संख्या}\}$ तर $A = \dots\dots\dots$

- A) $\{0,1,2,3,4\}$ B) $\{0,3,6,9\}$ C) $\{6,9\}$ D) $\{3,6,9\}$

3) A आणि B सटात $n(A) = 27$, $n(B) = 35$ आणि $n(A \cup B) = 50$ तर $n(A \cap B) = \dots\dots\dots$

- A) 12 B) 2 C) 22 D) 15

4) $A' \cap B$ ची वेन आकृती5) जर $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{3,4,5,6\}$ आणि $C = \{6,7\}$ तर $A \cap B = \dots\dots\dots$

- A) $\{1,2,3,4,5,6\}$ B) $\{3,4\}$ C) $\{1,3,5,7\}$ D) $\{6\}$

6) 40 खेळांडूपैकी 30 क्रिकेट आणि 20 क्रिकेट आणि फूटबॉल दोन्ही खेळतात तर फक्त फूटबॉल खेळणा-यांची संख्या या प्रमाणे काढता येते.

- A) 40-30 B) 50-40 C) 40-20 D) 30-20

7) जर $U = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, $A = \{0,1,2,3\}$ आणि $B = \{7,8,9\}$ तर $B' - A = \dots\dots\dots$

- A) $\{4,5,6\}$ B) $\{0,1,2,3\}$ C) $\{7,8,9\}$ D) \emptyset

8) जर $A = \{1,2,3,4,5\}$, $B = \{4,5,6,7,8\}$ व $C = \{22,23,24,25,26\}$ तर $A \cup (B \cap C) =$

- A) $\{1,2,3,4,5\}$ B) $\{4,5,6,22,23\}$
C) $\{1,2,5,24,25,26\}$ C) $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

9) A आणि B सटात जर $A-B=A$ तर $A \cap B =$

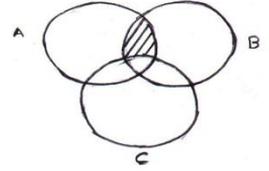
- A) A B) B C) U D) \emptyset

10) 60 विद्यार्थ्यांच्या एका वर्गात 22 व्हॉलीबॉल खेळतात 12 विद्यार्थी व्हॉलीबॉल आणि खोखो खेळतात 17 विद्यार्थी खेळतात भाग घेत नाहीत तर फक्त खोखो खेळणा-यांची संख्या

- A) 32 B) 28 C) 33 D) 21

एक गुणांचे प्रश्न

- 1) संयोग सटाचा छेदन सटावरील वितरण गुणधर्म लिहा.
- 2) खालील वेन आकृती काय दर्शवीते.



- 3) जर $A = \{x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 4\}$ आणि $B = \{3, 4, 5\}$ तर $A - B$ काढा.
- 4) जर $(A \cup B)' = \{2, 4, 6\}$ तर $A' \cap B' = \dots\dots$
- 5) जर A हा U चा उपसट आसेल तर $A - A' = \dots\dots$

दोन गुणांचे प्रश्न

- 1) जर $K = \{3, 5, 7, 9\}$, $L = \{5, 8, 9\}$ आणि $M = \{1, 2, 3, 9\}$ तर $K \cup (L \cap M)$ काढा.
- 2) वेन आकृतीच्या सहाय्याने $(A \cap B) \cup (A/B) = A$ असे दाखवा.
- 3) जर $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$ आणि $C = \{4, 5, 6, 7\}$ तर $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ हे वेन आकृतीने तपासा.
- 4) 50 मुलांच्या वर्गामध्ये 29 जन विज्ञान संघाचे 11 जन विज्ञान संघाचे आणि गणित दोन्ही संघाचे सदस्य आहेत. किती विद्यार्थी गणित संघाचे सदस्य आहेत. वेन आकृतीने दाखवा.
- 5) एका शांपींग मॉल मधील 36 कर्मचारी टाय आणि 25 कर्मचारी टोपी घालतात. जर एकूण 55 कर्मचारी असतील तर किती कर्मचारी टाय व टोपी घालतात.

तीन गुणांचे प्रश्न

- 1) जर $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ आणि $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ तर
i) $(A \cup B)' = A' \cap B'$ ii) $(A \cap B) = A' \cup B'$ असे सिद्ध करा.

- 2) एका गावातील 150 लोकांच्या वैद्यकीय तपासणीमध्ये असे दिसून आले की 90 जणांना डोळ्यांचा त्रास, 50 जणांना हृदयाचा त्रास आणि 30 जणांना दोन्हीचा त्रास आहे. तर किती टक्के लोकांना डोळ्यांचा किंवा हृदयाचा त्रास यापैकी एक होते?
- 3) एका खेड्यातील 120 शेतक-यांपैकी 93 शेतक-यांनी भाजीपाला पिकविला, 63 जणांनी फूले पिकविली, 45 जणांनी ऊस पिकविला, 45 जणांनी भाजीपाला आणि फूले पिकविली 24 जणांनी फूले आणि ऊस पिकविला आणि 27 जणांनी भाजीपाला आणि ऊस पिकविला तर किती शेतक-यांनी भाजीपाला ,फूले आणि ऊस पिकविला ते काढा .



3.1 क्रम (Sequence)

CARD - 1

वरवृनिष्ठ प्रश्न

- 1) A.P. चे n वे पद काढवयाचे सूत्र लिहा.
- 2) G.P. चे n वे पद काढवयाचे सूत्र लिहा.
- 3) H.P. चे n वे पद काढवयाचे सूत्र लिहा.
- 4) A.P. च्या n पदांच्या बेरजेचे सूत्र लिहा.
- 5) G.P. च्या n पदांच्या बेरजेचे सूत्र लिहा. जेव्हा $r > 1$.
- 6) $r < 1$ करीता G.P. च्या n पदांच्या बेरजेचे सूत्र लिहा.
- 7) पहिले आणि शेवटचे पद दिले असता A.P. च्या n पदांच्या बेरजेचे सूत्र लिहा.
- 8) A.M. चे सूत्र लिहा.
- 9) G.M. चे सूत्र लिहा.
- 10) H.M. चे सूत्र लिहा.
- 11) A.M., G.M. आणि H.M. मधील संबंध लिहा.

बहुपर्यायी प्रश्न

12) खालील पैकी कोणते बरोबर आहे.

A) $A \leq G \leq H$

B) $A \leq G \geq H$

C) $A \geq G \geq H$

D) $A \geq G \leq H$

13) 3, 8, 13, ... ची पुढील दोन पदे ही आहेत.

A) 18, 23

B) 15, 18

C) 16, 21

D) 17, 22

14) 2, 5, 8, ... चे 10 वे पद

A) 27

B) 26

C) 29

D) 30

15) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \dots$ H.P. चे 10 वे पद

A) $\frac{1}{15}$

B) $\frac{1}{20}$

C) $\frac{1}{30}$

D) $\frac{1}{40}$

16) 3, 6, 12, ... या G.P. चे 12 वे पद

A) 1024

B) 2048

C) 2408

D) 1028

17) 8 आणि 12 चा A.M. =

A) 10

B) 9

C) 11

D) 13

18) 16 आणि 4 चा G.M. =

A) 7

B) 8

C) 9

D) 10

19) 2 आणि 8 चा H.M. =

A) 1.2

B) 3.2

C) 4.2

D) 5.2

20) खालील पैकी कोणते सत्य आहे .

A) $H = \sqrt{GA}$ B) $G = \sqrt{AG}$ C) $A = \sqrt{GH}$ D) $G = \sqrt{AH}$

21) $\sum n$

A) $\frac{n(n-1)}{2}$ B) $\frac{n(n+1)}{2}$ C) $\frac{(n+1)(n-1)}{2}$ D) $\frac{(n+1)}{2}$

22) $\sum 25 = . . .$

A) 225

B) 425

C) 325

D) 525

23) $T_n = n^2 + 1$ तर 8 वे पद

A) 65

B) 68

C) 75

D) 85

24) G.P. मध्ये जर $r=2$ असेल तर n पदांच्या बेरजेचे सूत्र

A) $S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r}$ B) $S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$ C) $S_n = \frac{a(r^n+1)}{r+1}$ D) $S_n = \frac{a(1+r^n)}{1+r}$

25) $S_\infty = . . .$

A) $\frac{a}{1+r}$ B) $\frac{a}{(r+1)r}$ C) $\frac{a}{1-r}$ D) $\frac{a}{r+2}$

दोन गुणांचे प्रश्न

26) A.P. मध्ये $a=3$ आणि $d=4$ तर क्रम लिहा .

27) n वे पद $2n + 3$ असेल तर पहिली 3 पदे लिहा .

- 28) $T_n = 2n^2 + 5$ तर i) T_3 ii) T_{10} काढा .
- 29) $1+2+3+\dots$ या क्रमाच्या 20 पदांची बेरीज काढा .
- 30) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \dots$ हे H.P. मध्ये आहेत तर T_n आणि T_{10} काढा .
- 31) $a=4$ व $r=2$ असताना G.P. ची पहिली 3 पदे लिहा .
- 32) $3, 6, 12, \dots$ G.P. चे T_5 आणि T_8 काढा .
- 33) 7 आणि 13 मधील A.M. काढा .
- 34) 4 आणि 16 मधील G.M. काढा .
- 35) 1 आणि 9 मधील H.M. काढा .

तीन आणि चार गुणांचे प्रश्न

- 36) A.P.चे T_8 हे 17 आणि T_{19} हे 39 आहे तर T_{25} काढा .
- 37) रु. 15000/- चा मोबाईल रमेशाने घेतला त्याने हा फोन 12 हप्त्यात घेतला .1800 रु. पहिल्या महिन्यात दुसऱ्या महिन्यात रु. 1750, तिसऱ्या महिन्यात रु.1700 इत्यादी अशा प्रमाणे पैसे देतो तर
- i) त्याने 12 महिन्यात दिलेली रक्कम किती?
- ii) त्याने किती रक्कम जादा भरली?
- 38) $5+10+15+\dots+200$ बेरीज काढा .
- 39) G.P. मधील $T_3 = 12$ आणि $T_6 = 96$ तर 9 पदांची बेरीज काढा .
- 40) $1+4+16+\dots$ च्या किती पदांची बेरीज 1365 आहे .



3.2 क्रम (Sequence)

CARD - 2

बहुपर्यायी व एक गुणांचे प्रश्न

1) 8, x, 12 हे A.P. मध्ये आहेत x ची किंमत?

- A) 8 B) 12 C) 10 D) 14

2) अंकगणिती श्रेणीच्या पहिल्या 11 पदांची बेरीज 132 आहे तर 11 वे पद

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16

3) रेष्या पहिल्या पेटीत 2 गोट्या, दुस-या पेटीत 5 गोट्या आणि तिस-या पेटीत 8 गोट्या या प्रमाणे ठेवीत जाते तर 10 पेट्यांमध्ये ठेवलेल्या एकूण गोट्यांची संख्या

- A) 150 B) 145 C) 155 D) 140

4) जर $2x+1, 4x, 13-x$ हे A.P. मध्ये असतील तर x ची किंमत काढा .

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 2

5) $\frac{1}{7}, \frac{1}{4}, 1, \dots$ हे H.P. मध्ये आहे तर $T_{10} = \dots$

- A) -10 B) -20 C) -30 D) -40

6) जर $(x+1), (x-1), (x+1)$ हे G.P. मध्ये असतील तर x ची किंमत

- A) 6 B) 8 C) 0 D) 2

7) G.P. चे 5 वे पद 64 आणि $r=2$ तर 12 वे पद

- A) 7152 B) 6152 C) 8152 D) 9152

8) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ हे G.P. मध्ये आहे तर सामान्य प्रमाण (r) . . .

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{6}$

9) जर $a = 1$ आणि $r = \frac{1}{2}$ तर $T_4 = \dots$

- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{2}$

- 10) A.P. चे 8 वे पद 17 आणि 19 वे पद 39 आहे तर सामान्य फरक (d) . . .
 A) 4 B) 6 C) 8 D) 2
- 11) A.P. मध्ये $a = 12$, $d = 4$, $T_n = 76$ तर n काढा?
- 12) A.P. मध्ये $d = -2$ $T_{22} = -39$ तर a ची किंमत?
- 13) A.P. मध्ये $a = 13$ $T_{15} = 55$ तर d ची किंमत?
- 14) 5,8,11,14,. . . या A.P. 15 पदांची बेरीज काढा?
- 15) $T_n = 5n - 2$ तर S_4 काढा?
- 16) H.P. मध्ये $T_5 = 1/12$ आणि $T_{11} = 1/15$ तर d चे किंमत काढा?
- 17) $\sqrt{3}$, 3, $3\sqrt{3}$. . . या G.P. चा सामान्य प्रमाण काढा?
- 18) $(a+b)^2$, x , $(a-b)^2$ हे A.P. मध्ये आहे तर x ची किंमत काढा?
- 19) $\sqrt{2}$, x , $\frac{1}{\sqrt{2}}$ हे G.P. मध्ये आहेत तर x ची किंमत काढा?
- 20) $2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots$ या G.P. च्या अनंत पदांची बेरीज काढा?

दोन गुणांचे प्रश्न

- 21) त्रिकोणाचे कोन A.P. मध्ये आहेत. जर सर्वात लहान कोन 50° असेल तर इतर कोन काढा .
- 22) A.P. मधील चौथ्या आणि आठव्या पदांची बेरीज 24 आणि त्याच क्रमाच्या सहाव्या आणि दहाव्या पदांची बेरीज 44 आहे तर पहिली 3 पदे काढा .
- 23) A.P. च्या सातव्या आणि तिसऱ्या पदांचे गुणोत्तर 12:5 आहे तर तेराव्या आणि चौथ्या पदांचे गुणोत्तर काढा .
- 24) 200 आणि 300 मधील 6 ने पूर्ण भाग जाणाऱ्या सर्व नैसर्गिक संख्यांची बेरीज काढा .
- 25) G.P. मधील 3 पदांची बेरीज आणि गुणाकार अनक्रमे 21 आणि 216 आहे तर ती 3 पदे शोधा .
- 26) H.P. मध्ये $T_5 = 1/12$ आणि $T_{11} = 1/15$ तर T_{25} काढा .
- 27) $T_5 : T_{10} = 32 : 1$ आणि $T_7 = 1/32$ तर G.P. लिहा .
- 28) 3,6,12,. . . या क्रमाच्या किती पदांची बेरीज 1536 होईल .
- 29) $S_6 : S_3 = 126 : 1$ आणि $T_4 = 125$ तर G.P. लिहा .
- 30) अमर्यादित गुणोत्तर श्रेणीचे पहिले पद 6 आहे आणि बेरीज 8 आहे तर G.P. लिहा .
- 31) A.M., G.M. आणि H.M. हे G.P. मध्ये आहेत असे सिद्ध करा .

- 32) $a=4, b=16$ असेल तर $A \geq G \geq H$ हे तपासा .
- 33) दोन संख्यांचा गुणाकार 119 आणि त्यांचा A.M. 12 आहे तर त्या संख्या काढ .
- 34) दोन संख्यांचा A.M. $\frac{13}{2}$ आणि त्यांचा G.M. 6 आहे तर H.M. काढ .
- 35) a, H, b हे H.P. मध्ये असतील तर $H = \frac{2ab}{a+b}$ असे सिध्द करा .
- 36) A.P. च्या पहिल्या 6 पदांची बेरीज 345 आणि पहिल्या व शेवटच्या पदातील फरक 55 आहे तर ती पदे शोधा .
- 37) A.P.च्या दुस-या आणि तिस-या पदांची बेरीज 22 आणि पहिल्या व चौथ्या पदांचा गुणाकार 85 आहे तर पहिली चार पदे काढ .
- 38) G.P. च्या पहिल्या 3 पदांची बेरीज $\frac{39}{10}$ आणि त्यांचा गुणाकार 1 आहे तर ती पदे शोधा .



3.3 क्रम (Sequence)

CARD - 3

बहुपर्यायी व वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1) बरोबर क्रम ओळखा

A) 4, 11, 28, 26 ...

B) 48, 32, 22, 10 ...

C) 27, 19, 40, 70 ...

D) 7, 21, 63, 189 ...

2) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5} \dots$ या क्रमातील पुढील 2 पदे

A) $\frac{3}{5}$ आणि $\frac{5}{4}$

B) $\frac{5}{6}$ आणि $\frac{6}{7}$

C) $\frac{6}{7}$ आणि $\frac{7}{8}$

D) $\frac{4}{5}$ आणि $\frac{5}{6}$

3) $T_n = n^2 + 1$ तर S_3 शोधा.

A) 17

B) 19

C) 21

D) 24

4) अंकगणिती क्रमामध्ये $S_5 = 65$ आणि $S_4 = 42$ तर $T_5 = \dots$ किती?

A) 24

B) 21

C) 23

D) 25

5) खालिल कोणता क्रम गुणाकार व्यस्त क्रम आहे?

A) $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18} \dots$

B) 6, 4, 3 ...

C) $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{12} \dots$

D) $1, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5} \dots$

6) 25 पदे असणा-या आंकगणिती क्रमाचे मधले पद 20 आहे तर 25 पदांची बेरीज काढा.

7) 16 पदे असणा-या A.P. मध्ये पहिले व शेवटचे पद अनुक्रमे 204 व 294 आहे तर सर्व पदांची बेरीज किती?

8) गुणाकार व्यस्त क्रमातील 4थे आणि 14वे पद अनुक्रमे $\frac{1}{11}$ व $\frac{3}{23}$ आहे तर सामान्य फरक 'd' काढा.

9) एका किरणोत्सर्जक मुलद्रव्याचा अर्धजीवन काल 1 तास आहे. किरणोत्सर्जक मुलद्रव्याचे वस्तुमान 600 एकक असेल तर 3 तासानंतरचे किरणोत्सर्जक मुलद्रव्याचे वस्तुमान किती?

10) $0.6 + 0.06 + 0.006 + \dots \infty$ या श्रेणीतील अनंत पदांची बेरीज काढा.

दोन गुणांचे प्रश्न

- 11) अंकगणिती क्रमामध्ये 6वे पद 20 आणि 20वे पद 6 असेल तर 26वे पद काढ .
- 12) अंकगणिती क्रमामध्ये $T_5 : T_{10} = 1 : 2$ आणि $T_{12} = 36$ तर A.P. लिहा .
- 13) रवी क्रिकेट खेळात एका षटकामध्ये 18 धावा पूर्ण करतो . तो पुढील षटकात पहिल्यापेक्षा 2 धावा कमी काढतो . याप्रमाणे तो 8 षटके खेळातो . तर त्याने
 - i) 8व्या षटकात काढलेल्या धावा काढ .
 - ii) 6 षटकात एकूण किती धावा काढल्या?
- 14) एका गुणोत्तर क्रमामध्ये सामान्य गुणोत्तर 5 आहे तर G.P. तील पहिल्या 3 पदांची बेरीज व पहिल्या 6 पदांची बेरीज काढ .
- 15) गुणोत्तर क्रमाचे पहिले व शेवटचे पद अनुक्रमे $\frac{3}{2}$ आणि 96 आहे . जर सामान्य गुणोत्तर $r=2$ असेल तर पदांची संख्या काढ .
- 16) गुणोत्तर क्रमात 10 वे पद हे 13 व्या पदाच्या 8 पट आहे . जर पहिले पद 3 असेल तर अनंत पदांची बेरीज काढ .
- 17) दोन पदांचा गुणाकार व्यस्त मध्य 10 आहे आणि जर पहिले पद दुस-या पदाच्या दुप्पट असेल तर ती पदे काढ .
- 18) अंकगणिती क्रमात 7व्या पदाची 7 पट ही 11व्या पदाच्या 11 पट याच्याशी समान असेल तर 18 वे पद काढ .
- 19) एका कंपनीने 2001 मध्ये 400 व्यक्तींना काम दिले आणि प्रत्येक वर्षी 35 व्यक्तींची संख्या वाढविली तर कोणत्या वर्षी कंपनीत कामगारांची संख्या 785 होईल?
- 20) अंकगणिती क्रमामध्ये पहिले पद 2 आहे आणि पहिल्या 5 पदांची बेरीज ही पुढील 5 पदांच्या बेरीजेच्या $\frac{1}{4}$ आहे तर सिध्द करा . $T_{20} = -112$
- 21) गुणाकार व्यस्त क्रमात $T_4 = \frac{1}{11}$ आणि $T_{14} = \frac{3}{23}$ तर T_7 काढ .
- 22) गुणोत्तर क्रमाचे दुसरे पद $\sqrt{6}$ आणि सहावे पद $9\sqrt{6}$ असेल गुणोत्तर कम शोधा .

तीन गुणांचे प्रश्न

- 23) A.P. च्या पहिल्या 10 पदांची बेरीज 175 असून त्या पुढील 10 पदांची 475 आहे तर पहिले पद आणि सामान्य फरक काढ .

- 24) चौकोनाचे कोन A.P.मध्ये आहेत. पहिल्या आणि चौथ्या कोनाच्या गुणाकाराचे दुस-या आणि तिस-या कोनांच्या गुणाकाराशी असणारे गुणोत्तर 27:28 आहे तर चौकोनाचे कोन काढा .
- 25) A.P. च्या पहिल्या n , $2n$ आणि $3n$ पदांची बेरीज अनुक्रमे S_1, S_2 आणि S_3 आहे. तर $S_3 = 3(S_2 - S_1)$ असे दाखवा .
- 26) 12 पद असलेल्या A.P. च्या मध्यावरील 2 पदांची बेरीज 54 आणि शेवटच्या 3 पदांची बेरीज 135 आहे. तर A.P. लिहा .
- 27) A.P. चे 10 वे पद 15 आणि 15 वे पद 10 आहे. तर 25 वे पद काढा .
- 28) A.P. च्या पहिल्या 10 पदांची बेरीज 25 आणि पहिल्या 25 पदांची बेरीज 10 आहे. तर 35 पदांची बेरीज काढा .
- 29) A.P. चे पहिले पद 22, n वे पद -11 आणि पहिल्या n पदांची बेरीज 66 आहे तर A.P.तील पदांची संख्या आणि सामान्य फरक काढा .
- 30) A.P. चे 12वे पद -13 आहे आणि पहिल्या 4 पदांची बेरीज 24 आहे. तर पहिल्या 10 पदांची बेरीज काढा .
- 31) G.P. चे 5 वे पद हे तिस-या पदाच्या 4 पट इतके आहे. पहिल्या दोन पदांची बेरीज -4 आहे तर G.P. काढा .
- 32) पहिल्या दोन पदांची बेरीज 2 आणि 4 पदांची बेरीज 20 असणारा G.P. काढा .
- 33) G.P. चे दुसरे पद हे पहिल्या पदापेक्षा 2 ने कमी असून $S_\infty = 50$ तर G.P. चे पहिले पद आणि सामान्य गुणोत्तर काढा .
- 34) a, ar, ar^2, ar^3 , हा G.P. आहे. पहिल्या आणि तिस-या पदांची बेरीज 15, उरलेल्या दोन पदांची बेरीज 30 आहे. तर ती पदे काढा .
- 35) G.P. च्या पहिल्या 4 पदांची बेरीज 30 आहे आणि पहिल्या व शेवटच्या पदांची बेरीज 18 आहे. तर त्या संख्या काढा .
- 36) a, b, c , हा G.P. आणि $a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}}$ तर x, y, z हे A.P. मध्ये आहेत हे सिद्ध करा .
- 37) A.P. चे p वे पद q आणि q वे पद p आहे तर n वे पद $(p+q-n)$ असल्याचे सिद्ध करा .



4.1 क्रमवेश आणि संवेश

बहुपर्यायी प्रश्न

1) 0! ची किंमत

- A) 0 B) 1 C) -1 D) 2

2) ${}^n P_r$ आणि ${}^n C_r$ मधील संबंध

- A) ${}^n P_r = {}^n C_r$ B) ${}^n C_r = \frac{{}^n P_r}{Lr}$
- C) ${}^n P_r = \frac{{}^n C_r}{Lr}$ D) ${}^n P_{r-r!} = {}^n C_r$

3) ${}^n P_n$ ची किंमत

- A) 1 B) 0 C) n D) n!

4) MILK शब्दातील अक्षरांचा संवेश

- A) 1 B) 0 C) n D) n!

5) MATHS शब्दातील अक्षरांचा क्रमवेश

- A) 4 B) 0 C) 1 D) 120

6) जर ${}^n P_2 = 56$ तर $n = \dots$

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5

7) ${}^8 C_0$ ची किंमत

- A) 8 B) 0 C) 1 D) 8!

8) ${}^5 P_r = 60$ तर r ची किंमत

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 60

9) ${}^n P_1 + {}^n C_1$ ची किंमत

- A) $2n$ B) n C) 2 D) $n+1$

10) $L1.L0$ ची किंमत?

- A) 0 B) 2 C) 1 D) -1

वस्तुनिष्ठ प्रश्न1) ${}^n P_r$ चा अर्थ काय?2) ${}^n C_r$ चा अर्थ काय?

3) मोजण्याचे मूलभूत तत्व लिहा.

4) ${}^n P_n$ ची किंमत लिहा.5) ${}^n C_r$ हे ${}^n P_r$ च्या स्वरूपात लिहा.**दोन गुणांचे प्रश्न**

1) कोणत्याही अंकाची पूनरावृत्ती न करता 1, 2, 3, 4, 5 या अंकापासून किती 3 अंकी संख्या तयार करता येतील?

2) सूत्राचा उपयोग करून ${}^4 P_3$ ची किंमत काढा.3) जर ${}^n P_2 = 90$ तर n काढा.4) ${}^5 P_2 - {}^4 P_0 + {}^3 P_1$ ची किंमत काढा.5) जर ${}^n P_n = 5040$ तर n काढा.6) जर ${}^n C_2 = 10$ तर n काढा.

7) पंचकोनाकृतीमध्ये किती कर्ण काढता येतात?

8) 10 खेलाडू पैकी 5 खेलाडूंची निवड किती प्रकारे करता येईल?

9) 4 मित्र एकमेकांना किती प्रकारे हस्तांदोलन करतील?

10) जर ${}^{11} P_r = 990$ तर r काढा.

11) कोणत्याही अंकाची पूनरावृत्ती न करता 1, 2, 3, 5, या अंकापासून किती

i) 3 अंकी ii) 2 अंकी संख्या तयार करता येतील? त्यातील किती समसंख्या आहेत?

तीन गुणांचे प्रश्न

1) कोणतेही 3 बिंदू एक रेषीय नसलेल्या 10 बिंदूपासून बिंदू साधून किती

i) सरलरेषा, ii) त्रिकोण iii) चौकोन, तयार करता येतील?

2) 8 मुले आणि 5 मुलीतून कमीत कमी 3 मुली असणा-या 6 जनांच्या किती समित्या तयार करता येतील?



4.2 क्रमवेश आणि संवेश

एक गुणांचे प्रश्न

1) जर $L_n=120$ तर n ची किंमत काढा.

A) 4

B) 6

C) 5

D) 8

2) ${}^n C_r$ चे सूत्र ${}^n C_r = \dots$

A) $\frac{L_n}{|n-r|}$ B) $\frac{L_n}{|n-r|} \times L_r$ C) $\frac{L_n}{|n-r| \cdot L_r}$ D) $\frac{L_n}{|n-r| \cdot L_r}$

3) $L_5 + L_3$ ची किंमत = ...

A) 10

B) 126

C) 30

D) 60

4) 10 नैकरेपीय बिंदूतून 3 बिंदू जोडून किती त्रिकोण तयार करता येतात?

A) 100

B) 110

C) 120

D) 140

5) ${}^8 C_3 + {}^7 C_3 - {}^8 C_5 - {}^7 C_4$ ची किंमत = ...

A) 0

B) 112

C) 35

D) 70

6) जर ${}^5 P_r = L_r$ तर r ची किंमत = ...

A) 1

B) 5

C) 0

D) 10

7) ${}^{20} C_{18}$ ची किंमत = ...

A) 360

B) 300

C) 180

D) 130

8) एका वर्गात 8 मुली आहेत. त्यामध्ये शीला एक आहे तर शिलाचा समावेश असणा-या 5 मुलींच्या किती समित्या तयार करता येतात?

A) 35

B) 30

C) 42

D) 40

दोन गुणांचे प्रश्न

- 1) जर ${}^nC_8 = {}^nC_{12}$ तर n ची किंमत काढा.
- 2) जर ${}^nP_r = 3024$ आणि ${}^nC_r = 126$ तर n आणि r शोधा.
- 3) जर $(n+1)! = 12(n-1)!$ तर n ची किंमत काढा.
- 4) 3 पुस्तके कायम एकत्र येतील अशी वेगवेगळ्या 7 पुस्तकांची मांडणी एका रकान्यात किती प्रकारे करता येते?
- 5) कोणत्याही अंकाची पुनरावृत्ती न करता 2,3,4,5, आणि 6 हे अंक वापरून किती तीन अंकी संख्या तयार करता येतात? त्यापैकी किती सम असतात?
- 6) जर ${}^nP_4 = 20 {}^nP_2$ तर n ची किंमत काढा.
- 7) सिद्ध करा. ${}^{10}P_3 = {}^9P_3 + 3 {}^9P_2$.
- 8) CHEMISTRY या शब्दातील M ने सुरु होणा-या अक्षरांचा क्रमवेश काढा.
- 9) $n = 5$ व $r = 3$ या किंमती घेवून ${}^nC_r = {}^nC_{n-r}$ हे सूत्र पडताळा.
- 10) जर ${}^nP_n = 5040$ तर n ची किंमत काढा.
- 11) एक बहुभुजाकृतीमध्ये काढता येणा-या कर्णांची संख्या 20 असेल तर बहुभुजाकृतीच्या बाजूंची संख्या काढा.

तीन गुणांचे प्रश्न

- 1) एका शाळेत 8 शिक्षक आहेत. त्यामध्ये एक मुख्याध्यापक आहेत. तर
 - a) 5 शिक्षकांच्या किती समित्या तयार करता येतात.
 - b) मुख्याध्यापक असलेल्या किती समित्या तयार करता येतात?
- 2) एक पेटीमध्ये 5 लाल आणि 4 निलया गोट्या आहेत. तर
 - a) 4 गोट्यांची निवड किती प्रकारे करता येते?
 - b) 2 लाल गोट्या असणा-या 4 गोट्यांची निवड करता येईल?
- 3) 6 पुरुष व 4 स्त्रिया मधून 5 जणांची कमिटी / समिती तयार करायची आहे. तर किती प्रकारे समित्या तयार करता येतील ज्यामध्ये
 - i) कमिटी कमी 2 स्त्रिया असतात.
 - ii) फक्त 2 स्त्रिया असतात.
- 4) जर $\frac{1}{8!} + \frac{1}{9!} = \frac{x}{10!}$ तर x ची किंमत काढा.



4.3 क्रमवेश आणि संवेश

1) ${}^n C_0 - {}^n C_1$ ची किंमत

- A) n B) $n!$ C) -1 D) 0

2) जर ${}^n P_5 = {}^n P_4$ तर n ची किंमत

- A) 5 B) 4 C) 10 D) 1

3) चार रकान्यामध्ये 2 वेगवेगळी पुस्तके एकत्र येतील असे मांडण्याचे प्रकार

- A) ${}^7 P_2$ B) ${}^3 P_2 \times {}^2 P_2$ C) ${}^4 C_2$ D) ${}^3 C_3 \times {}^2 C_2$

4) 1,2,3,4,5 या अंकांची पुनरावृत्ती न करता किती दोन अंकी सम संख्या तयार करता येतील.

- A) 8 B) $5!$ C) 64 D) 16

5) 4 पुरुष आणि 3 स्त्रीयामधून 2 पुरुष आणि 1 स्त्रीला घेऊन किती समित्या तयार होतील

- A) ${}^4 P_2 \times {}^3 P_1$ B) ${}^4 P_2 \times {}^3 C_1$ C) ${}^4 C_2 \times {}^3 C_1$ D) ${}^4 C_3 \times {}^3 P_1$

6) जर ${}^n C_r = 10$ आणि ${}^n P_r = 20$ तर r ची किंमत

- A) 200 B) 30 C) 10 D) 2

7) खालील पैकी बरोबर विधान. . .

- A) ${}^n P_r = {}^n C_r \times r!$ B) ${}^n C_r = {}^n P_r \times r!$ C) ${}^n P_r = {}^n C_r \div r!$ D) ${}^n C_r = {}^n P_r + r!$

8) जर ${}^n C_3 = {}^n C_8$ तर ${}^n C_1$ ची किंमत

- A) 3 B) 11 C) 24 D) 336

दोन गुणांचे प्रश्न

1) एका बहुभुजाकृतीतील कर्णांची संख्या 44 आहे तर बाजूंची संख्या काढा.

2) ${}^8 C_4 + {}^8 C_5 = {}^9 C_4$ हे तपासा.3) $\frac{{}^n C_r}{{}^{n-1} C_{r-1}} = \frac{n}{r}$ जेव्हा $1 \leq r \leq n$ हे सिद्ध करा.

- 4) 7 व्यंजन आणि 4 स्वर या पैकी 3 व्यंजन आणि 2 स्वर असलेले किती शब्द रचले जाऊ शकतात?
- 5) जर ${}^n P_3 = 210$ तर n ची किंमत काढा.
- 6) जर ${}^{2n+1} P_{n-1} : {}^{2n-1} P_n = 3:5$ तर n ची किंमत काढा.
- 7) बुद्धिबळाच्या पटातील आयतांची संख्या किती?
- 8) 0 ते 9 या अंकातील कोणत्याही अंकांची पुनरावृत्ती न करता 4000 ते 8000 मधील किती संख्या तयार करता येतील.

तीन गुणांचे प्रश्न

- 1) 12 विद्यार्थ्यांच्या गटातून 8 विद्यार्थ्यांची सहलीसठी निवड करावयाची आहे. 3 विद्यार्थ्यांनी असे ठरविले की गेल तर तीघांनीही जायचे अन्यथा कोणीही जायचे नाही. किती प्रकारे 8 जनांची निवड करता येईल?
- 2) 11 जनांचा खेलाडूंचा संघ अशा प्रकारे निवडायचा आहे की कमीत कमी 5 विद्यार्थ्यांनी 9वी मधून आणि कमीत कमी 5 विद्यार्थ्यांनी 10वी मधून घ्यावेत प्रत्येक वर्गात 8 विद्यार्थी असतील तर संघांची निवड किती प्रकारे करता येईल?
- 3) 16 क्रिकेट खेळाडू पैकी 4 फलंदाज, 5 गोलंदाज, 2 तटरक्षक आणि इतर सर्वोत्तममुखी आहेत. तर 11 जनांचा संघ किती प्रकारे निवडता येतील?
- 4) कोणत्याही अक्षराची पुनरावृत्ती न करता LASER या शब्दापासून पुढिल प्रकारे किती शब्द तयार करता येतील?
 - i) सर्व अक्षरे एकाच वेळी घेऊन.
 - ii) 3 अक्षरे घेऊन.
 - iii) सुरुवातीचे अक्षर R असतांना सर्व अक्षरे घेऊन.



5.1 संभाव्यता

बहुपर्यायी प्रश्न :

1) ते 10 पर्यंत पूर्ण वर्ग संख्या मिलण्याची संभाव्यता

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{5}$

2) अशक्य घटनेची संभाव्यता

- A) 1 B) -1 C) 2 D) 0

3) एक फासा एकदा फेकल्यास मुल संख्या येण्याची संभाव्यता

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{1}{6}$

4) दोष रहित वस्तू घेण्याची संभाव्यता $\frac{7}{12}$ असेल तर दोषसहित वस्तू घेण्याची संभाव्यता

- A) $\frac{7}{12}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{12}{12}$ D) $\frac{5}{7}$

वस्तूनिष्ठ प्रश्न :

- 1) नाणे उडविले असता मिलणारा नमुना अवकाश लिहा .
- 2) नाणे सतत दोन वेळा उडविल्यास मिलणारा नमुना अवकाश लिहा .
- 3) P(A) चा अर्थ . . . हा आहे .
- 4) $P(A) = \frac{n(A)}{?}$
- 5) संभाव्यता . . . ते . . . पर्यंत मिलते .

2 ते 3 गुणांचे प्रश्न :

- 1) दिलेल्या घटना $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ या नमुना अवकाशाचे उपसट स्वरूपात लिहा .
 - i) A = मूल संख्या
 - ii) B = सम संख्या
 - iii) C = 3 च्या पटीतील संख्या
 - iv) D = पूर्ण वर्ग संख्या
- 2) पुढील प्रत्येकाचे एक उदाहरण द्या .

- i) परस्पर मारक (कैवल) घटना .
- ii) कोटी घटना .
- 3) एक नाणे सतत दोन वेळा उडविल्यास खालील घटनांची संभाव्यता काढ .
- i) A = समान पृष्ठभाग येतात .
- ii) B = फक्त एकदाच छाप येतो .
- iii) C = कमित कमी एकदा काटा येतो
- iv) D = दोन्ही वेळा काटा येतो
- 4) एक नाणे 50 वेळा उडविल्यास छाप 15 आणि काटा 35 वेळा पडतो तर
- i) P(H)
- ii) P(T) काढ .
- 5) एक फासा फेकला असता घटनांची पुढील संभाव्यता काढ .
- i) 5 संख्या येते
- ii) 2 पेक्षा मोठी संख्या येते
- 6) 30 चांगल्या आंब्यात 9 खराब झालेले आंबे मिसळले आणि सहजपणे एक आंबा उचलला तर पुढील घटनांची संभाव्यता काढ .
- i) चांगला आंबा येण्याची ii) खराब आंबा येण्याची
- 7) एका मुलाकडे घनाकृती ठोकळा असून त्या ठोकळ्याच्या प्रत्येक पृष्ठभागावर

A	B	C	D	E	A
---	---	---	---	---	---

 अशी अक्षरे आहेत तर पुढील घटनांची संभाव्यता काढ .
- i) A येण्याची ii) E येण्याची iii) D येण्याची



5.2 संभाव्यता

CARD - 2

बहुपर्यायी प्रश्न :

1) एक फासा एकदाच फेकला असता 3 च्या पटीत नसणारी संख्या येण्याची संभाव्यता

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{6}$

2) दोन फाशांची जोडी फेकली असता समान अंक येण्याची संभाव्यता

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{5}{36}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{1}{2}$

3) एका पेटीमध्ये 3 लाल व 5 काले चेंडू आहेत त्यातील सहजतेने 4 चेंडू उचलावयाचे आहेत तर 2 लाल चेंडू उचलण्याची संभाव्यता

- A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{5}{7}$ D) $\frac{2}{7}$

व्याख्या लिहा .

- 1) सहज घडणारे प्रयोग
- 2) चाचणी
- 3) नमूना आवकाश
- 4) घटना
- 5) अशक्य घटना
- 6) शक्य घटना

2 व 3 गुणांचे प्रश्न

1) दिलेल्या घटना 5 च्या उपसट स्वरूपात लिहा

$$S = \{(a,b) / a,b = 1,2,3,4,5,6\}$$

A = अंकांची बेरीज 10 येते

B = अंकांचा गुणाकार 6 येतो

C = 3 च्या पटीतील संख्या

2) एक नाणे सतत दोन वेळा उडविल्यास पुढील घटनांची संभाव्यता काढा .

- i) दोन्ही छाप येतात
- ii) कमित कमी एक छाप येतो
- iii) छाप येत नाही
- iv) न चुकता एक काटा येतो

3) दोन फासे फेकले असता पुढील घटनांची संभाव्यता काढा .

i) समान अंक येतात .

ii) अंकांची बेरीज 7 येते .

4) एका पेटी मध्ये एक सोण्याचे व एक चांदीचे अशी दोन नाणी आहेत. एक नाणे उचलून पूनहा त्या पेटीत टाकले व नाणे उचलले असे दोन वेळा नाणे उचलले तर

i) $A =$ दोन्हीवेळा सोण्याचे नाणे येण्याची

ii) $B =$ प्रत्येकवेळी चांदीचे नाणे येण्याची

iii) $C =$ दोन्हीवेळा वेगळी नाणे येण्याची, संभाव्यता किती?

5) MATHEMATICIAN या शब्दातील एक अक्षर निःपक्षपाती पणे निवडले . तर M किंवा A निवडण्याची संभाव्यता किती?

6) 2 ते 101 संख्या लिहीलेली कार्ड पिसुन एका पेटीत ठेवली आहेत . त्या पेटीतून एक कार्ड काढले तर पुढील घटनांची संभाव्यता काढा .

ii) 14 पेक्षा लहान संख्या येण्याची

iii) पूर्ण वर्ग संख्या येण्याची



5.3 संभाव्यता

CARD - 3

बहुपर्यायी प्रश्न :

1) जर A आणि B चा परस्पर मारक (कैवल) घटना असून $p(A)=\frac{3}{5}$ आणि $p(B)=\frac{2}{7}$ तर

$p(A \cup B) = \dots$

- A) $\frac{7}{12}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{5}{35}$ D) $\frac{31}{35}$

2) एका पिशाची मध्ये 1 ते 40 कमांक असलेली तिकीट आहेत. त्यातून एक काढल्यास, तिकीटावरील कमांक 5च्या पटीत असण्याची संभाव्यता

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{13}{40}$ D) $\frac{3}{10}$

3) एक फासा फेकल्यास सम संख्या येण्याची संभाव्यता

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{6}$

4) दोन नाणी एकाच वेळा उडविल्यास दोन छाप मिळण्याची संभाव्यता

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{4}$ D) 1

5) 3 नाणी एकदाच उडविल्यास एक छाप येण्याची संभाव्यता

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{4}{8}$ D) $\frac{2}{8}$

6) 53 रविवार असणारे लिप वर्ष मिळण्याची संभाव्यता

- A) $\frac{2}{7}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{7}$

2 व 3 गुणांचे प्रश्न

1) एक नाणे पुन्हा पुन्हा 3 वेळा उडविल्यास मिळणा-या नमूना आवकाशाच्या खालील घटना उपसट स्वरूपात लिहा .

- i) एका नंतर एक छाप येण्याची
ii) दोन छाप येण्याची
iii) एका नंतर एक पृष्ठभाग येण्याची
iv) कमितकमी एक काटा येण्याची

- 2) 53 रविवार असणा-या लिप वर्षाची संभाव्यता किती?
- 3) एका पिशाची मध्ये 6 लाल चेंडू व कांही निले चेंडू आहेत जर निले चेंडू येण्याची संभाव्यता ही लाल चेंडूच्या संभाव्यतेच्या दुप्पट असेल तर निले चेंडू किती ते काढा?
- 4) 2, 5 आणि 7 या अंकापासून कोणत्याही अंकांची पूनरावृत्ती न करता 2 अंकी संख्या तयार करावयाच्या आहेत. तर पुढील घटनांची संभाव्यता काढा.
- पूर्ण वर्ग संख्या
 - 3 च्या पटीतील संख्या
 - 57 पेक्षा लहान संख्या
- 5) 1 ते 25 संख्या असलेल्या कार्ड मधून सहजपणे एक कार्ड काढले तर 3 किंवा 11 ने भाग जाणा-या संख्या येण्याची संभाव्यता किती?
- 6) 4 पुरुष आणि 3 स्त्रिया मधून 5 जनांची समिती निवडल्या तर पुढील घटनांची संभाव्यता काढा.
- एक पुरुष येण्याची
 - दोन स्त्रिया येण्याची
 - कमिंत कमी दोन पुरुष येण्याची
- 7) 7 बॅटमिंटन खेळाडूंपैकी श्रीरक्षा एक आहे. 5 जनांचा संघ स्थापन केल्यास पुढील संभाव्यता काढा.
- संघात श्रीरक्षा येण्याची
 - संघात श्रीरक्षा नसण्याची



6.1 संख्याशास्त्र (Statistic)

CARD - 1

- 1) अवर्गिकृत सामुग्रीचा मध्य काढण्याचे सूत्र.....
- 2) वर्गिकृत सामुग्रीचा मध्य काढण्याचे सूत्र.....
- 3) अवर्गिकृत सामुग्रीचा व्यत्यास काढण्याचे सूत्र.....
- 4) वर्गिकृत सामुग्रीचा व्यत्यास काढण्याचे सूत्र.....
- 5) व्यत्यासाच्या वर्गमुलाला.....म्हणतात .
- 6) अवर्गिकृत सामुग्रीचा व्यत्यास 81 असेल तर प्रमाणित विचलन . . .
- 7) काही घटकांचा प्रमाणित विचलन 0.02 आहे तर त्याचा व्यत्यास . . .
- 8) चलन गुणक काढण्याचे सूत्र लिहा .
- 9) A आणि B या दोन क्रिकेट खेळाडूंचे प्रमाणित विचलन अनुक्रम 1.8 आणि 1.7 तर कोणाचा खेळ अधिक सरस आहे .
- 10) त्रिज्यांतर खंडालेखाची रचना करण्यासाठी केंद्रस्थ कोनाचे माप काढताना वितरणातील भाग व सर्व भागांची बेरीज यांच्या गुणोत्तरास . . . या संख्येने गुणावे .

2 ते 3 गुणांचे प्रश्न :

- 11) एका वर्षात 8 मुलांनी लावलेल्या झाडांची संख्या 2, 6, 12, 5, 9, 10, 7, 4 आहे तर प्रमाणित विचलन काढ .

- 12) खालील सामुग्रीचा प्रमाणित विचलन काढ .

C.I.	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
f	7	10	15	8	10

- 13) एका वर्गातील 36 विद्यार्थी शालेला कसे येतात याची माहिती खालील कोष्टकात आहे . त्यावरून त्रिज्यांतर खंडालेख काढ .

चालत	सायकल	बस	कारगाडी	शालेची गाडी
12	8	3	4	9

- 14) अरूण आणि भरत या दोघा खेळाडूंची सरासरी आणि प्रमाणित विचलन अनुक्रमे खालील कोष्टकात दिली आहे तर चलन गुणक काढ . कोणाचा खेळ अधिक सरस आहे ते सांगा .

खेळाडू	सरासरी (\bar{x})	प्रमाणित विचलन (σ)
अरूण	70	4.2
भरत	60	3.0



6.2 संख्याशास्त्र (Statistic)

CARD - 2

1) विचलनाच्या वर्गाची सरासरी म्हणजे . . .

- A) मध्यांक B) मध्य C) व्यत्यास D) प्रमाणित विचलन

2) वर्गीकृत वितरणावरून प्रमाणित विचलन काढण्याचे सूत्र . . .

- A) $\sqrt{\frac{N}{\sum fD^2}}$ B) $\sqrt{\frac{\sum fD^2}{N}}$ C) $\sqrt{\frac{\sum D^2}{N}}$ D) $\sqrt{\frac{N}{\sum D^2}}$

3) 6, 7, 10, 11 आणि 16 यांची सरासरी (मध्य) = . . .

- A) 52 B) 5 C) 10 D) 17

4) पहिल्या 5 सम संख्यांची सरासरी (मध्य) = . . .

- A) 6 B) 16 C) 30 D) 45

5) जर $\sum x = 150$ आणि $N = 10$ तर अंकगणिती मध्य $\bar{x} = . . .$

- A) 15.5 B) 20 C) 15 D) 12

6) गृहित मध्यपासून विचलन घेवून प्रमाणित विचलन (S.D.) काढण्याचे सूत्र = . . .

- A) $\sqrt{\frac{\sum D^2}{N} - \left(\frac{\sum D}{N}\right)^2}$ B) $\sqrt{\frac{\sum D}{N} - \frac{\sum D^2}{N}}$
 C) $\sqrt{\left(\frac{\sum D^2}{N}\right) - \frac{\sum D^2}{N}}$ D) $\sqrt{\frac{(\sum D^2)}{N} - \frac{\sum D}{N}}$

7) जर $\sum \bar{x} = 300$, $N=10$ तर $\bar{x} = . . .$

- A) 30 B) 3000 C) 1300 D) 30000

8) जर एका संख्यात्मक सामुग्रीचा व्यत्यास 16 असेल तर प्रमाणित विचलन = . . .

- A) 4 B) 4.5 C) 32 D) 256

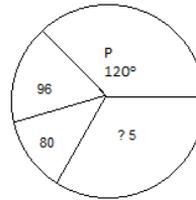
- 9) चार अन्नधान्ये भात, गहू, ज्वारी व नाचणी यांचा चलन गुणक (C.V.) अनुक्रमे 9.2, 9.9, 9.8 आणि 9.0 असेल तर कोणत्या धान्याचा दर अधिक स्थिर आहे?
 A) भात B) नाचणी C) ज्वारी D) गहू
- 10) जर $\bar{x}=20$ आणि चलन गुणक (C.V.) = 0.1 तर प्रमाणित विचलन (S.D.) = . . .
 A) 2 B) 0.2 C) 20 D) 0.02

गुणांचे प्रश्न :

- 11) चलन गुणक मध्य आणि प्रमाणित विचलन यातील संबंध दर्शविणारे सूत्र लिहा.
 12) जर 2, 8, χ , 12 यांचा मध्य 8 असेल तर χ ची किंमत काढा.
 13) जर दिलेल्या संख्यात्मक सामुग्रीचा मध्य हा त्याच्या प्रमाणित विचलनाच्या 10 पट आहे तर चलन गुणक काढा.
 14) विचलन पद्धतीने प्रमाणित विचलन (S.D.) काढण्याचे सूत्र लिहा.
 15) विक्षेपण म्हणजे काय?
 16) त्रिज्यांतर खंडालेख म्हणजे काय?
 17) त्रिज्यांतर खंडालेखाचा एक उपयोग लिहा.

2 किंवा 3 गुणांचे प्रश्न

- 1) दोन श्रेणींचा चलन गुणक अनुक्रमे 58 व 69 असून त्यांचे प्रमाणित विचलन अनुक्रमे 21.2 आणि 51.6 आहे तर त्यांचे अंकगणिती मध्य (\bar{x}) काढा.
- 2) बाजूच्या त्रिज्यांतर खंडालेखामध्ये 4 शहरांची लोकसंख्या दर्शविली आहे. आकृतीचे वाचन करा व 4 शहरातील लोकसंख्या काढा.
- 3) गृहित मध्य (कल्पून) पद्धतीने खाली दिलेल्या गुणांकाचा प्रमाणित विचलन काढा.
 गुणांक $\chi = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16$
- 4) जर एका संख्यात्मक सामुग्रीचा चलन गुणक 45 आणि प्रमाणित विचलन 12.5 असेल तर सरासरी (मध्य) काढा.



7.1 करणी (Surds)

CARD - 1

बहुपर्यायी प्रश्न

1) $\sqrt{3}$ चा क्रम

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

2) $2\sqrt{5}$ चे करणी पद

A) 5

B) 4

C) 3

D) 2

3) खालील पैकी हे द्विपद करणीचे उदाहरण आहे

A) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ B) $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ C) $\sqrt{2} \div \sqrt{3}$

D) यापैकी कोणतेही नाही

4) $\sqrt{5} \times \sqrt{3}$ गुणाकारA) $\sqrt{8}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{15}$ D) $\sqrt{51}$ 5) \sqrt{xy} चा करणी निरासक अवयवA) \sqrt{x} B) \sqrt{y} C) $\sqrt{x+y}$ D) \sqrt{xy}

एक गूणांचे प्रश्न

1) $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$ सरलरूप द्या.2) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ चा करणी निरासक अवयव लिहा.3) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ छेदाचा करणी निरासक करून सरलरूप द्या.4) $\sqrt{75}$ चे संक्षिप्त रूप लिहा.5) $\sqrt[3]{7}$ घातांक रूपात लिहा.

6) खालील करणीचे क्रम लिहा.

i) $\sqrt{41}$ ii) $2\sqrt[3]{4}$ iii) $\sqrt[x]{y}$ iv) $\sqrt[5]{2/3}$

7) खालील करणीची करणी पदे लिहा.

i) $x\sqrt{y}$

ii) $\sqrt{p+q}$

iii) $\frac{2}{3}\sqrt{5}$

8) खालील करणी घातांक रूपात लिहा.

i) $\sqrt{2}$

ii) $5\sqrt{p+q}$

iii) $3^3\sqrt{4}$

9) सरलरूप द्या.

i) $\sqrt{3} \times \sqrt{7}$

ii) $\sqrt{6} \times \sqrt{5}$

iii) $\sqrt[6]{2} \times \sqrt[6]{5}$

10) खालील करणीचे करणी निरासक अवयव लिहा.

i) $3\sqrt{p} - 2\sqrt{q}$

ii) $\sqrt{5} + \sqrt{3}$

iii) $x\sqrt{a} + y\sqrt{b}$

दोन गुणांचे प्रश्न

1) किंमत काढा. $\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$

2) सोडवा $\sqrt{45} - 3\sqrt{20} + 3\sqrt{5}$

3) $5^3\sqrt{p}$, $3^3\sqrt{p}$ व $2^3\sqrt{p}$ ची बेरीज काढा.

4) $\sqrt{2}$ आणि $\sqrt[3]{3}$ चा गुणाकार करा.

5) $(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ ला $(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ ने गुणा.

6) $(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ ला $(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ ने गुणा.

7) $(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ ला $(\sqrt{6} - \sqrt{2})$ ने गुणा.

8) $\sqrt[3]{\frac{3}{5}}$ च्या छेदाचा करणी निरास करून सरलरूप द्या.

9) छेदाचा करणी निरास करून सरलरूप द्या $\frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

10) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})$, $(2\sqrt{2} + 3\sqrt{3})$ व $(4\sqrt{2} - 3\sqrt{3})$ ची बेरीज काढा.



7.2 करणी (Surds)

CARD - 2

बहुपर्यायी प्रश्न

1) $2x\sqrt{3}$ या करणीचा करणीक्रम = ...

A) 2

B) 3

C) $2x$ D) $3x$ 2) $2\sqrt{3x^2}$ या करणीचे करणी पद

A) 2

B) 3

C) $3x$ D) $3x^2$

3) खालील पैकी द्विपद करणी कोणती?

A) $6\sqrt{x} - 5\sqrt{y}$ B) $6\sqrt{x} \times 5\sqrt{y}$ C) $6\sqrt{xy}$ D) $5\sqrt{x+y}$ 4) $\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$ ची किंमत =.....A) $\sqrt{2}$ B) $9\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}$ D) $5\sqrt{2}$ 5) $2^3\sqrt{7} \times 3^3\sqrt{4} = \dots$ A) $6^3\sqrt{7}$ B) $3^9\sqrt{28}$ C) $6^3\sqrt{28}$ D) $2^9\sqrt{7}$ 6) $(5+\sqrt{3})$ ची अनुबद्ध करणी = ...A) $5 - \sqrt{3}$ B) $5 + \sqrt{3}$ C) $3 - \sqrt{5}$ D) $3 + \sqrt{5}$ 7) $2^3\sqrt{16}$ चे संक्षिप्त रूप = ...A) $8^3\sqrt{4}$ B) $4^3\sqrt{4}$ C) $8^3\sqrt{2}$ D) $4^3\sqrt{2}$

1 गुणांचे वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1) $4\sqrt{p+q}$ चा करणी निरासक लिहा.2) $x\sqrt{mn}$ चा करणी निरासक लिहा.3) छेदाचा करणी निरास करून सरलरूप द्या $\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

4) सजातीय करणी म्हणजे काय?

5) विजातीय करणी म्हणजे काय?

6) सरलरूप द्या. $2\sqrt{2a} + 3\sqrt{8a} - \sqrt{2a}$ 7) $3\sqrt{a}$ हे $2\sqrt{a}$ व $4\sqrt{a}$ यांच्या बेरजेतून वजा करा.8) $(2\sqrt{x} + 3\sqrt{y})$ मधून $(5\sqrt{x} - \sqrt{y})$ वजा करा

III] छेदाचा करणी निरास करा.

1] $\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$

2] $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

3] $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}$

IV] गुणाकार करा.

1] $\sqrt[3]{4} \times \sqrt{2}$

2] $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[4]{3}$

V] गुणाकार करा.

1] $(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(2\sqrt{3} + 4\sqrt{2})$

VI] $2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{3}}$ चे निरासक अवयव शोधा.



7.3 करणी (Surds)

CARD - 3

बहुपर्यायी प्रश्न

1) $(4)^{5/6}$ चा क्रम लिहा.

A) 5

B) 6

C) $\frac{5}{6}$

D) 4

2) $\frac{5\sqrt[3]{p}}{q}$ या करणीचे करणीय पद

A) p

B) $\frac{p}{q}$

C) 3

D) 5

3) $\sqrt{2} \times \sqrt[3]{3}$ यांचा गुणाकारA) $(6)^{1/2}$ B) $(72)^{3/2}$ C) $(3^3)^{1/2}$ D) $(72)^{1/6}$ 4) $\sqrt{p+q} = \dots$ A) $\sqrt{p} + \sqrt{q}$ B) $(p)^{1/2} + (q)^{1/2}$ C) $(p+q)^{1/2}$ D) $\sqrt{p} - \sqrt{q}$ 5) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \frac{p}{q}$ या करणीचा निरासक अवयवA) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \frac{p}{q}$ B) $\sqrt{\frac{x}{y}} - \frac{p}{q}$ C) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{p}{q}}$ D) $\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{p}{q}}$ 6) $\sqrt{27} + \sqrt{75} + \sqrt{48}$ ची किंमतA) $12\sqrt{3}$ B) $\sqrt{150}$ C) $3\sqrt{12}$

D) यापैकी नाही

II] एक गुणांचे प्रश्न

1) $(5\sqrt{x} - 3\sqrt{y})$ या करणीचा निरास करा.2) सरलरूप द्या $(6\sqrt{a} - 5\sqrt{b})(6\sqrt{a} + 5\sqrt{b})$ 3) $\sqrt[3]{4}$ व $\sqrt[5]{2}$ यांचा गुणाकार शोधा.4) $\sqrt[n]{b^{n+1} \cdot a^{n-1}}$ या करणीचे सरलरूप लिहा.

III] दोन गुणांचे प्रश्न

1) $5^{1/3} + 5^{-1/3}$ चा निरासक अवयव शोधा.2) $8\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{8}$ या करणीला सरलरूप देऊन उत्तर घातांकाच्या रूपात लिहा.3) $6\sqrt{10}, \sqrt[4]{3}, \sqrt[12]{25}$ हे चढत्या क्रमात लिहा.

8.1 बहुपदी (Polynomial)

I] बहुपर्यायी प्रश्न

- 1) जर $f(-1)$ हे बहुपदी $f(x) = x^2 - 7x - 8$ चे शून्य असेल तर दुसरे शून्य
 A) 6 B) 8 C) -8 D) 1
- 2) घन बहुपदीला जास्तीत जास्त . . . शून्ये असतात
 A) 1 B) 2 C) 3 D) यापैकी नाही
- 3) $4x^3 + 3x^2 + x + 1$ या बहुपदीचे कोटी
 A) 3 B) 4 C) 2 D) 1
- 4) जर $x = 1$ तर $p(x) = 7x^2 + 2x + 14$ या बहुपदीची किंमत
 A) 20 B) 23 C) 24 D) 285
- 5) जर a आणि b हे दोन पूर्णांक जिथे $0 \leq r \leq b$ तर भाज्य हा . . .
 A) $a = bq - r$ B) $a = bq + r$ C) $a = \frac{b}{q} + r$ D) $a = br + q$

II] एक गुणांचे प्रश्न

- 1) बहुपदी म्हणजे काय?
- 2) $ax^3 + bx^2 + cx + d$ हा कोणता बहुपदी आहे .
- 3) बहुपदीचे शून्य म्हणजे काय?
- 4) $x^6 - a^6$ या बहुपदीची कोटी शोधा .
- 5) बहुपदीसाठीचा युक्लीडच्या भागाकाराचा सिद्धांत लिहा .
- 6) बहुपदीतील चल पदाच्या सर्वात मोठ्या घातांकाला म्हणतात .

III] दोन गुणांचे प्रश्न

- 1) जर $f(x) = x^2 + 7x + 12$ तर खालील किंमती शोधा .
 i) $f(0)$ ii) $f(1)$ iii) $f(2)$
- 2) $x^2 + 4x + 4$ या बहुपदीचे शून्ये शोधा .

8.2 बहुपदी (Polynomial)

CARD - 2

I] बहुपर्यायी प्रश्न

1) 5 आणि -2 ही शून्ये असणाऱी बहुपदी

- A) $x^2 + 5x - 2$ B) $x^2 - 2x + 5$ C) $x^2 + 3x - 10$ D) $x^2 - 3x - 10$

2) $ax^2 + bx + c = 0$ हे या बहुपदीचे एक शून्य असेल तर दुसरे शून्य

- A) $-\frac{b}{a}$ B) 0 C) $\frac{b}{a}$ D) $-\frac{c}{a}$

3) जर 1 हा $x^2 + Kx + 5$ या बहुपदीचा शून्य असेल तर K ची किंमत

- A) 4 B) -4 C) 0 D) 5

4) $3y^2 + 4y + 1$ या बहुपदीची कोटी

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 1

5) जर $f(x) = x^2 - 4x$ तर $f(0)$ ची किंमत

- A) 4 B) 0 C) 8 D) -4

II] एक गुणांचे प्रश्न

1) बहुपदीच्या बाबतीत शेष सिद्धांत लिहा.

2) जर $f(x) = x^3 + x^2 - 4x$ तर $f(-2)$ ची किंमत3) $x^2 - 3$ या बहुपदीची शून्ये शोधा.4) $x^3 + 17x - 21 - x^2$ या बहुपदीची कोटी शोधा.5) $p(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 1$ ला $x - 1$ ने भागल्यास मिळणारी बाकी

6) संश्लेषक भागाकार पद्धत म्हणजे काय?

III] दोन गुणांचे प्रश्न

1) जर $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 11x + 6$ तर किंमती शोधा.

- i) $f(-1)$ ii) $f(-3)$

2) $x^2 + 9x - 36$ या बहुपदीची शून्ये शोधा.

8.3 बहुपदी (Polynomial)

CARD - 3

I] बहुपर्यायी प्रश्न

1) $\sqrt{15}$ आणि $-\sqrt{15}$ हे खालील कोणत्या वर्ग बहुपदीचे बीजे आहेत.

- A) $x^2 - \sqrt{15}$ B) $x^2 - 15$ C) $15x^2 - 1$ D) $x^2 - 225$

2) $x^2 - 5x + 4$ या बहुपदीमध्ये काय मल्लविल्यास 3 हे बहुपदीचे शून्य होईल.

- A) 2 B) -2 C) 0 D) 3

3) रेखीय बहुपदीचा प्रमाणित नमुना

- A) $ax^3 + bx^2 + cx + d$ B) $ax^2 + bx + c$ C) $ax + b$ D) x^2

4) जर $x = 1$ तर $p(x) = 2x^2 + \frac{1}{4}x + 13$ ची किंमत

- A) $\frac{58}{4}$ B) $\frac{57}{2}$ C) $\frac{56}{4}$ D) $\frac{59}{4}$

5) जर भाज्य $4x^2 - 7x + a$, भाजक हा $x - 2$ आणि भागाकार हा $4x + 1$ असेल तर बाकी

- A) -11 B) 11 C) 13 D) -13

6) K च्या कोणत्या किंमतीस -4 हा $x^2 - x - (2k + 1)$ या बहुपदीचा शून्य होईल?

III] दोन गुणांचे प्रश्न

1) जर $f(x) = 5x - 8$ तर किंमत काढा. i) $f\left(\frac{4}{5}\right)$ ii) $f(-3)$ iii) $f\left(\frac{3}{5}\right)$ 2) $2a^2 - 2\sqrt{2a} + 1$ या बहुपदीचे शून्ये शोधा.3] $2x^4 - 5x^2 + 15x - 6 \div (x - 2)$ दिर्घ भागाकार पध्दतीने भागा.4] $x^3 - 125$ या बहुपदीचे शून्य शोधा.5] जर $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 2$, $q(x) = (x - 2)$ आणि $r(x) = 2x + 4$ तर $g(x)$ काढा.6] संश्लेषक भागाकार पध्दतीने भागाकार करा. $3x^3 + 10x^2 - 14x + 9 \div 3x - 2$ 7] प्रत्यक्ष भागाकार न करता बाकी काढा. $2x^3 + 3x^2 + x + 1 \div 2x + 3$

9.1 वर्ग समीकरण (Quadratic Equation)

CARD - 1

1] बरोबर पर्याय निवडून लिहा.

1) पुढील पैकी कोणते वर्ग एव वर्ग समीकरण आहे?

A) $x^2=36$

B) $x^2+x=3$

C) $x+\frac{1}{x}=5$

D) $x^2+2x+1=0$

2) खालील पैकी कोणते अवर्ग एव वर्ग समीकरण आहे?

A) $x^2=100$

B) $2x^2=72$

C) $x^2+2x+1=0$

D) $7x=\frac{35}{x}$

3) जर $v=\pi r^2 h$ तर $r = \dots$

A) $\pm\sqrt{\frac{vh}{\pi}}$

B) $\pm\sqrt{\frac{\pi h}{v}}$

C) $\pm\sqrt{\frac{v}{\pi h}}$

D) $\pm\sqrt{\frac{\pi v}{h}}$

4) $ax^2+bx+c=0$ या समीकरणाची बीजे $x = \dots$

A) $\frac{+b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

B) $\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

C) $\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

D) $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

5) जर $x^2=25$ तर x ची किंमत

A) 5

B) -5

C) ± 5

D) 25

6) $x^2-3x=0$ या समीकरणाची बीजे . . .

A) 0, 3

B) 0,-3

C) -3,1

D) 2,3

7) जर $K=\frac{1}{2}mV^2$ तर $V=\dots$

A) $\pm\sqrt{\frac{2K}{m}}$

B) $\pm\sqrt{\frac{m}{2K}}$

C) $\pm\sqrt{\frac{K}{2m}}$

D) $\pm\sqrt{\frac{2m}{K}}$

8) $x^2-5x+9=0$ या वर्गसमीकरणाच्या बिजांची बेरीज=...

A) 9

B) -9

C) 5

D) -5

9) परवलय हा या समीकरणाचा आलेख आहे .

A) रेखीय समीकरण

B) वर्ग समीकरण

C) घन समीकरण

D) एकसामाईक समीकरण

10) वर्ग समीकरणाचा प्रमाणित नमुना

- A) $ax^2+bx=0$ B) $ax+bx+c=0$ C) $ax^2+c=0$ D) $ax^2+bx+c=0$

11) जर $4a = \frac{81}{a}$ तर a ची किंमत = . . .

- A) $\frac{9}{2}$ B) $\pm \frac{9}{2}$ C) $\frac{81}{4}$ D) $\pm \frac{81}{4}$

12) वर्ग समीकरणाचे बीजांचे स्वरूप यावर अवलंबून आहे .

- A) b^2-4ac B) b^2-ac C) b^2+4ac D) b^2+ac

13) $ax^2+bx+c=0$ मध्ये $b=0$ असेल तर समीकरणाचे स्वरूप . . .

- A) रेखीय समीकरण B) समयामीक समीकरण
C) अवर्ग एव वर्ग समीकरण D) वर्ग एव वर्ग समीकरण

14) जर $3a^2-27=0$ तर a ची किंमत = . . .

- A) ± 9 B) ± 3 C) ± 27 D) ± 1

15) $x^2-2x+1=0$ या समीकरणाच्या बीजांचे स्वरूप = . . .

- A) समान B) वास्तव व स्पष्ट C) संकिर्ण D) यापैकी नाही

16) $x^2-5x+8=0$ या समीकरणाच्या बीजांचा गुणाकार

- A) -5 B) 5 C) -8 D) 8

17) वर्ग समीकरणाची बीजे वास्तव व स्पष्ट असतील तर पुढीलपैकी बरोबर विधान . . .

- A) $\delta > 0$ B) $\delta < 0$ C) $\delta = 0$ D) $\delta \leq 0$

18) $2x^2-5x+6=0$ या समीकरणाच्या बीजांची बेरीज = . . .

- A) $\frac{-5}{2}$ B) 3 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{2}{5}$

19) $y = x^2$ या समीकरणाचा आलेख . . . असतो .

- A) सरळ रेषा B) परवलय C) अंडाकृती D) बहुभुजाकृती

20) एक संख्या व तिच्या वर्गाची दुपट यांची बेरीज 105 येते हे दर्शविणारे बरोबर विधान .

- A) $x^2+2x=105$ B) $2x^2+x=105$ C) $2x^2-x=105$ D) $2x^2+x+105=0$

21) $6k^2-3k=0$ या समीकरणाच्या बीजांचा गुणाकार = . . .

- A) 2 B) $\frac{-1}{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 0

22) $ax^2+bx+c=0$ या समीकरणाच्या बीजांची बेरीज = . . .

- A) $\frac{b}{a}$ B) $\frac{-b}{a}$ C) $\frac{c}{a}$ D) $\frac{-c}{a}$

23) $ax^2+bx+c=0$ या समीकरणाच्या बीजांचा गुणाकार = . . .

- A) $\frac{b}{a}$ B) $\frac{-b}{a}$ C) $\frac{c}{a}$ D) $\frac{-c}{a}$

24) $ax^2+bx+c=0$ या समीकरणाच्या बीजांचे स्वरूप हे यावर अवलंबून असते .

- A) फक्त a B) b व c C) a व c D) b^2-4ac

25) $ax^2+bx+c=0$ या समीकरणात जर $b^2-4ac > 0$ तर बिजांचे स्वरूप = . . .

- A) वास्तव B) पुर्ण C) वास्तव आणि स्पष्ट D) वास्तव स्पष्ट आणि असमान

26) $ax^2+bx+c=0$ या समीकरणात $b^2-4ac < 0$ तर बिजे . . .

- A) वास्तव व समान B) संकिर्ण C) वास्तव व स्पष्ट D) यापैकी नाही

27) 5 व -6 बीजे असणारे वर्ग समीकरण . . .

- A) $x^2-30x-1=0$ B) $x^2-3x-30=0$ C) $x^2+x-30=0$ D) $x^2-x+30=0$

28) $x^2-5x+6=0$ या समीकरणाच्या बीजांचे स्वरूप = . . .

- A) वास्तव व स्पष्ट B) वास्तव व समान C) संकिर्ण D) समान

29) $x^2-6x+2=0$ या वर्गसमीकरणाची बीजे m व n असतील तर $mn(m+n)$ ची किंमत = . . .

- A) 12 B) 6 C) 2 D) 3

30) वर्ग एव वर्ग समीकरण ओळखा...

- A) $2x+5=13$ B) $x^2+5x=26x$ C) $x^2=5x$ D) $x^2+2x^2=3$

31) $ax^2+bx+c=0$ या समीकरणाचा विवेचक δ ...

A) $\frac{-b}{a}$

B) b^2-4ac

C) $\frac{c}{a}$

D) $\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

32) $2x^2=3x$ या समीकरणाच्या बीजांची बेरीज व गुणाकार = . . .

A) $\frac{3}{2}$ व 0

B) 0 व $\frac{3}{2}$

C) $\frac{+15}{2}$ व 0

D) 0 व $\frac{-15}{2}$

33) $4x^2+1=0$ या समीकरणाच्या बीजांची बेरीज व गुणाकार = . . .

A) 1 व 4

B) 0 व 1

C) 0 व $\frac{-1}{4}$

D) 0 व $\frac{1}{4}$

34) जर $a^2 = b^2 + c^2$ तर c कर्ता केल्यास $c = . . .$

A) $\pm \sqrt{b^2 + a^2}$

B) $\pm \sqrt{a^2 + b^2}$

C) $\pm \sqrt{a - b}$

D) $\pm \sqrt{a^2 - b^2}$

35) जर $A = 4\pi r^2$ तर r ची किंमत = . . .

A) $\pm \sqrt{\frac{A}{4\pi}}$

B) $\frac{A}{4\pi}$

C) $4A\pi$

D) $\sqrt{\frac{A\pi}{4}}$

36) जर $F = \frac{mV^2}{r}$ तर $V = . . .$

A) $\sqrt{\frac{Fm}{r}}$

B) $\sqrt{\frac{mv}{F}}$

C) $\sqrt{\frac{Fv}{m}}$

D) $\sqrt{\frac{F}{m}}$

37) फक्त एकच बीज असणारे समीकरण = . . .

A) वर्ग समीकरण

B) रेखीय समीकरण

C) घन समीकरण

D) समरामिक समीकरण

एक गुणाचे प्रश्न

1) सोडवा $x^2-225=0$

2) सोडवा $5x^2=625$

3) $ax^2+bx+c=0$ या समीकरणाचे बीजे काढण्याचे सूत्र लिहा .

4) जर $\Delta=0$ तर बीजांचे स्वरूप काय?

- 5) जर $\Delta > 0$ तर बीजांचे स्वरूप लिहा?
- 6) जर $\Delta < 0$ तर बीजांचे स्वरूप लिहा?
- 7) $ax^2+bx+c=0$ या वर्गसमीकरणाच्या बिजांची बेरीज काढण्याचे सूत्र लिहा .
- 8) $ax^2+bx+c=0$ या वर्गसमीकरणाच्या बिजांची गुणाकार काढण्याचे सूत्र लिहा .
- 9) जर m आणि n हे वर्गसमीकरणाचे बीजे असतील वर्गसमीकरणाचा प्रमाणित नमुना लिहा .
- 10) खालील बीजे असणारे वर्गसमीकरण रचा
 i) 3,5 ii) 6,-5 iii) $\frac{2}{3}, \frac{3}{2}$ iv) $(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})$
- 11) खालील वर्गसमीकरणाच्या बीजांची बेरीज काढ .
 i) $x^2-5x+8=0$ ii) $3a^2-10a-5=0$
- 12) खालील वर्गसमीकरणाच्या बीजांची गुणाकार काढ .
 i) x^2-5x+8 ii) $3a^2-10a-5=0$

दोन गुणांचे प्रश्न

- 1) जर $r^2=l^2+d^2$ तर d कर्ता करा . जर $r=5$ आणि $l=4$ तर d ची किंमत काढ .
- 2) जर $V^2=u^2+2as$ तर V कर्ता करा . $u=0, a=2$, आणि $s=100$ तर V ची किंमत काढ .
- 3) जर $c^2=a^2+b^2$ तर b कर्ता करा . $a=8$ आणि $c=17$ तर b ची किंमत काढ .
- 4) जर $A=\pi r^2$ तर r कर्ता करा . $A=77$ आणि $\pi = \frac{22}{7}$ तर r ची किंमत काढ .
- 5) सोडवा : $a^2-3a+2=0$
- 6) सोडवा : $2x^2+7x-9=0$
- 7) सोडवा : $(x+4)(x-4) = 6x$
- 8) $x^2+15x+50=0$ हे वर्ग समीकरण अवयव पद्धतीने सोडवा .
- 9) $y^2-7y+12=0$ या वर्ग समीकरणाच्या बीजांचे स्वरूप लिहा .
- 10) जर m व n हे $x^2-6x+2=0$ या समीकरणाचे बीज असतील तर $(m+n)mn$ ची किंमत काढ .
- 11) $y=x^2$ चा आलेख काढ .
- 12) $y=2x^2$ चा आलेख काढ .

तीन गुणांचे प्रश्न

- 1) $y=2x^2$ चा आलेख काढून त्यावरून $\sqrt{5}$ ची किंमत काढ .

- 2) जर a आणि b हे $3m^2=6m+5$ या समीकरणाचे बीजे असतील तर $(a+2b)(2a+b)$ ची किंमत काढा .
- 3) $x^2+4x+(k+2)=0$ या समीकरणाचे एक बीज शून्य असेल तर k ची किंमत काढा .
- 4) $x^2-4x+2=0$ हे समीकरण सूत्र पद्धतीने सोडवा .
- 5) $4x^2-20x+9=0$ हे समीकरण पूर्णवर्ग पद्धतीने सोडवा .
- 6) जर $V=\pi r^2 h$ तर r कर्ता करा. $V=176$, $h=14$ तर r ची किंमत काढा .

चार गुणांचे प्रश्न

- 1) दोन क्रमवार विषम धन संख्या अशा काढा की त्यांच्या वर्गाची बेरीज 130 होईल .
- 2) $y = x^2 - x - 2$ चा आलेख काढा .
- 3) m व n च्या कोणत्या धन किंमतीस $r^2 - (m+1)r + 4 = 0$ या समीकरणाचे बीजे
- समान
 - स्पष्ट व
 - संकीर्ण असतील



9.2 वर्ग समीकरण (Quadratic Equation)

CARD - 2

बहुपर्यायी प्रश्न

1) खालील पैकी कोणते वर्ग समीकरण आहे .

A) $x^2-6x+4=0$

B) $x^3-6x=4$

C) $x^3-1=7$

D) $5x=20$

2) खालील पैकी वर्ग एव वर्ग समीकरण आहे .

A) $5x^2=3+x$

B) $x^2 + \frac{1}{x^2} = 0$

C) $x^2-6x+5=0$

D) $6x^2+7=10$

3) खालील पैकी कोणते अवर्ग एव वर्ग समीकरण आहे .

A) $p(p-3)$

B) $p(p^2+3)=0$

C) $p(p-3)=0$

D) $p^3=27$

4) $(2x-1)(x+3)=0$ या वर्ग समीकरणाचे धन बीज

A) 3

B) -3

C) $-\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{2}$

5) जर $\frac{x^2}{2} - \frac{3}{4} = \frac{29}{4}$ तर याचे सरळ रूप

A) $x^2=16$

B) $2x^2=8$

C) $\frac{x^2}{2}=16$

D) $\frac{x^2}{2}=32$

6) एक संख्या आणि त्याच्या वर्गाची दुप्पट यांची बेरीज 105 तर तो वर्ग समीकरण

A) $x^2+2x=105$

B) $2x^2-x=105$

C) $2x^2+x=105$

D) $2x^2+x+105=0$

7) समीकरण $4a = \frac{81}{a}$ हे खालील पैकी a च्या कोणत्या किंमतीस सत्य ठरते

A) $a=20.25$

B) $a=10.50$

C) $a=-4.5$

D) $a = 2\frac{1}{2}$

8) वर्गसमीकरणाचे एक बीज दुस-या बीजाच्या गुणाकार व्यस्तांक असेल तर बीजांचा गुणाकार

A) 1

B) 2

C) 100

D) 50

9) $(2+\sqrt{3})$ आणि $(2-\sqrt{3})$ बीजे असणारे वर्ग समीकरण

A) $x^2+4x+1=0$

B) $x^2-4x+1=0$

C) $x^2+2x+3=0$

D) $x^2-2x-3=0$

- 10) m च्या कोणत्या किंमतीस $x^2 - mx + 4 = 0$ या समीकरणाचे बीजे समान असतील
 A) ± 4 B) ± 2 C) 0 D) ± 1
- 11) समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ मध्ये $b = 0$ तर ते समीकरण
 A) वर्ग एव वर्ग समीकरण B) अवर्ग एव वर्ग समीकरण
 C) रेषीय समीकरण D) समयामीक समीकरण
- 12) $x^2 - 5x = 0$ या समीकरणाचे एक बीज शून्य असेल तर दुसरे बीज
 A) 0 B) -5 C) +5 D) ± 5
- 13) $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ या समीकरणाचे एक बीज दुस-या बीजांचा व्यस्तांक असेल तर
 A) $b = c$ B) $a = c$ C) $a = 0$ D) $b = 0$
- 14) $x^2 + 3x + q = 0$ या वर्गसमीकरणाच्या बीजांचा गुणाकार शून्य असेल तर q ची किंमत
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 0
- 15) दोन क्रमवार पूर्णाकांचा गुणाकार 182 तर तो वर्गसमीकरण
 A) $x(x+2) = 182$ B) $x(x-1) = 182$ C) $xy = 182$ D) $(x+1)(x-1) = 182$
- 16) जर m आणि n हे $x^2 - 6x + 2 = 0$ या वर्गसमीकरणाचे बीजे असतील तर $m^{-1} + n^{-1}$
 A) 6 B) 1.5 C) 3 D) 2
- 17) $ax^2 + bx + c = 0$ मध्ये $a = c$ तर बीजे . . . असतात .
 A) बेरीज व्यस्त B) गुणाकार व्यस्त C) समान D) शून्य
- 18) $ax^2 + bx + c = 0$ या समीकरणाचे एक बीज दुस-या बीजांच्या ऋण असते जेव्हा
 A) $c = 0$ B) $b = 0$ C) $a = c$ D) $a = b$
- 19) $\frac{5}{3}$ आणि $\frac{3}{5}$ बीजे असणारे वर्ग समीकरण .
 A) $(3x+5)(5x+3) = 0$ B) $(3x-5)(5x+3) = 0$
 C) $(3x+5)(5x-3) = 0$ D) $(3x-5)(5x-3) = 0$

20) $x^2 - px - 28 = 0$ या समीकरणाचे एक बीज $x=7$ असेल तर दुसरे बीज

A) 4

B) -4

C) $\frac{p}{7}$

D) $-\frac{p}{7}$

21) एका त्रिकोणाची उंची त्याच्या पायापेक्षा 4से.मी. ने जास्त आहे. त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ 30 चौ.सें.मी. आहे तर समीकरण

A) $x(x+4)=30$

B) $2x(x+4)=40$

C) $x(x+4)=15$

D) $x(x+4)=60$

22) जर 2 आणि -2 हे समीकरणाचे बीजे असतील तर समीकरण

A) अवर्ग एव वर्ग समीकरण

B) रेखीय समीकरण

C) समयामीक समीकरण

D) वर्ग एव वर्ग समीकरण

23) $3+2\sqrt{2}$ आणि $3-2\sqrt{2}$ बीजे असणारे वर्ग समीकरण.

A) $x^2 + 6x + 1 = 0$

B) $x^2 + 6x - 1 = 0$

C) $x^2 - 6x + 1 = 0$

D) $x^2 - 6x - 1 = 0$

24) $ax^2 + bx + c = 0$ मध्ये जर $a=0$ तर ते समीकरण

A) वर्ग एव वर्ग समीकरण

B) अवर्ग एव वर्ग समीकरण

C) साधे रेखीय समीकरण

D) द्विकोटीक समीकरण

एक गुणांचे प्रश्न

1) खालील पैकी कोणते वर्ग समीकरण आहे ते तपासा

i) $x^2 + \frac{1}{2}x = 0$

ii) $5 - 6x = \frac{2}{5}x^2$

iii) $x^3 - 10x + 74 = 0$

iv) $x^2 - y^2 = 0$

2) दोन क्रमवार पूर्णाकाचा गुणाकार 306 आहे हे विधान वर्ग समीकरणाच्या रूपात लिहा.

3) सोडवा.

i) $(x+8)^2 - 5 = 31$

ii) $7x = \frac{64}{7x}$

4) जर $K = \frac{1}{2}mv^2$ तर V कर्ता करा. $K=100$ आणि $m=2$ तर V ची किंमत काढा.

5) जर $b^2 - 4ac = 0$ तर वर्गसमीकरणांच्या बिजांचे स्वरूप लिहा.

6) $b^2 - 4ac > 0$ तर वर्गसमीकरणांच्या बिजांचे स्वरूप लिहा.

- 7) $b^2-4ac < 0$ तर वर्गसमीकरणांच्या बिजांचे स्वरूप लिहा .
- 8) $6K^2-3=0$ या समीकरणांच्या बिजांची बेरीज?
- 9) $\frac{p}{q}$ व $\frac{q}{p}$ बीजे असणारे वर्गसमीकरण रचा .
- 10) $3a^2-10a-5=0$ या वर्गसमीकरणांच्या बिजांचा गुणाकार काढ .

दोन गुणांचे प्रश्न

- 1) जर $V = \pi r^2 h$ तर r कर्ता करा . $V=176$ आणि $h=14$ तर r ची किंमत काढ .
- 2) $3x^2-2\sqrt{6}x + 2=0$ या समीकरणाचे बीजे शोधा .
- 3) अवयव पद्धतीने खालील वर्ग समीकरण सोडवा .
- i) $x + \frac{1}{x} = 2.5$ ii) $0.2t^2-0.4t=0.03$ iii) $m - \frac{7}{m} = 6$
- 4) $4x^2+x-5=0$ हे समीकरण पूर्ण वर्ग पद्धतीने सोडवा .
- 5) $a(x^2+1)=a(a^2+1)$ हे समीकरण सूत्र पद्धतीने सोडवा .
- 6) $Pk^2-12k+9=0$ या समीकरणाचे बीजे समान असतील तर P ची किंमत काढ .
- 7) जर a आणि b हे $3m^2=6m+5$ चे बीजे असतील तर $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ ची किंमत काढ .
- 8) $y=3x^2$ चा आलेख काढ .

तिन गुणांचे प्रश्न

- 1) $y=2x^2$ चा आलेख काढून त्यावरून $\sqrt{7}$ ची किंमत काढ .
- 2) जर p आणि q हे $2a^2-4a+1=0$ ची बीजे असतील तर $(p+q)^2-4pq$ ची किंमत काढ .
- 3) $2x^2-3qx+5q=0$ या समीकरणाचे एक बीज दुस-याच्या दुप्पट असेल तर q ची किंमत काढ .
- 4) जर $A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ तर a कर्ता करा . $A = 16\sqrt{3}$ असेल तर a ची किंमत काढ .

चार गुणांचे प्रश्न

- 1) $x^2+px+q=0$ या वर्ग समीकरणाचे एक बीज दुस-या बीजाच्या 3 पट आहेत तर सिद्ध करा .
 $3p^2=16q$.
- 2) एक माणूस 196 कि.मी. अंतर आगगाडीने जातो आणि आगगाडीच्या वेगापेक्षा 21 कि.मी./तास वेगाने धावणा-या कारमधून परत येतो . एकूण प्रवासासाठी 11 तास लागले असतील तर आगगाडी आणि कारचा अनुक्रमे सरासरी वेग काढ .
- 3) $y=-x^2+8x-16$ चा आलेख काढ .



9.3 वर्ग समीकरण (Quadratic Equation)

CARD - 3

1] बरोबर पर्याय निवडून लिहा.

1) $x + \frac{1}{x} = 2$ याचाशी समान असणारी राशी = . . .

A) $(x + \frac{1}{x})^2 = 2^2$ B) $x^2 + 2x + 1 = 0$ C) $x^2 - 2x + 1 = 0$ D) $x^2 + 2x = 0$

2) $x^2 - 3x - 1 = 0$ हे याच्याशी समान आहे. . .

A) $(x - \frac{1}{x}) = 3$ B) $x + \frac{1}{x} = -3$ C) $x + \frac{1}{x} = 3$ D) $x - \frac{1}{x} = -3$

3) $x^2 - 2x + 2 = 0$ याची बीजे α व β असतील तर $\alpha^2 + \beta^2 = \dots$

A) 2 B) 0 C) 1 D) 4

4) $ax^2 + bx + c = 0$ याची बीजे जर समान पण चिन्ह विरुद्ध असतील तर

A) $a = 0$ B) $b = 0$ C) $c = 0$ D) यापैकी नाही

5) $3x^2 - 5x - 2 = 0$ या समीकरणाचे एक बीज 2 असेल तर दुसरे बीज. . .

A) -2 B) $(-\frac{5}{2})$ C) $(\frac{5}{3})$ D) $\frac{1}{3}$

6) $(b-c)x^2 + (c-a)x + (a-b) = 0$ या वर्ग समीकरणाची बीजे. . .

A) समान असतात B) अपरिमिय असतात C) परिमिय असतात D) यापैकी नाही

7) $2x^2 = 5x$ या समीकरणात विवेचकाची किंमत = . . .

A) 27 B) 25 C) 23 D) 10

दीन गुणांचे प्रश्न

1) एक आगगाडी 480 कि.मी. अंतर एका समान वेगाने जाते. झर आगगाडीचा वेग 8 कि.मी.प्रति तास कमी झाला असता तर ते अंतर जाण्यास 3 तास जास्त लागले असते तर आगगाडीचा वेग किती?

2) $6x^2 - x - 2 = 0$ या वर्ग समीकरणाची बीजे $x = -\frac{1}{2}$ आणि $x = \frac{2}{3}$ आहेत का? पडताळा

3) अवयव पद्धतीने सोडवा $[2x-3] = \sqrt{2x^2 - 2x + 21}$

4) सूत्र पद्धतीने सोडवा $p = 5 - 2p^2$

5) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ चा आलेख काढा.

तिन गूणांचे प्रश्न

1) सूत्र पद्धतीने सोडवा. $\frac{3}{5-b} + \frac{2}{4-b} = \frac{8}{b+2}$

2) समद्विभुज $\triangle ABC$ मध्ये $AB=BC$ आणि $BD \perp AC$ आहे. जर $DC=x$, $BD=2x-1$ आणि $BC=2x+1$. तर त्रिकोणाच्या तिन्ही बाजूंची लांबी काढा.

चार गूणांचे प्रश्न

1) $y = x^2 - 8x + 7$ चा आलेख काढा.

2) आश्विनीला एक काम पूर्ण करण्यास धनश्री पेक्षा 6 दिवस कमी लागतात. तर तेच काम दोघी मिलुन 4 दिवसात करत असतील धनश्रीला ते काम पूर्ण करण्यास किती दिवस लागतील?

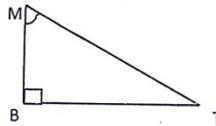
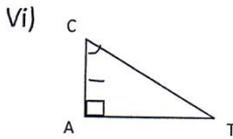
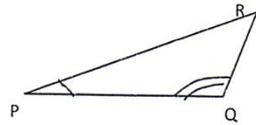
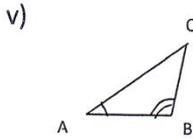
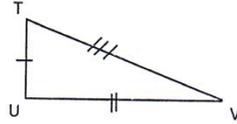
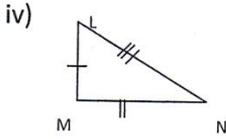
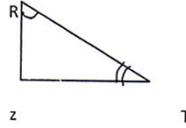
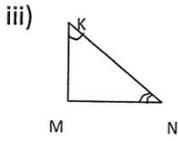
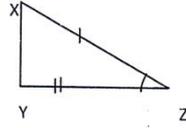
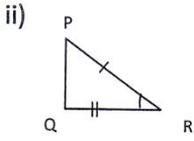
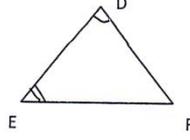
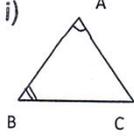


10.1 समरूप त्रिकोण (Similar Triangles)

CARD - 1

I] सोडवा

1) खालील समरूप त्रिकोणांच्या संगत बाजू व संगत कोन लिहा.



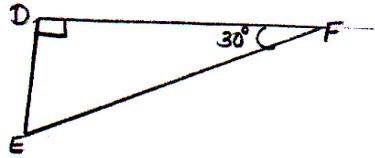
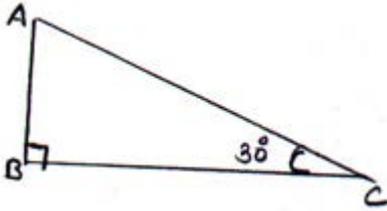
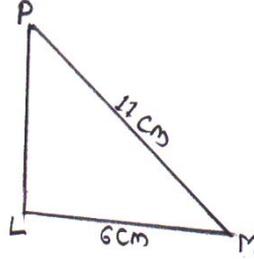
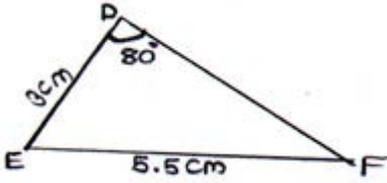
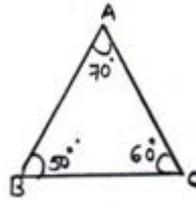
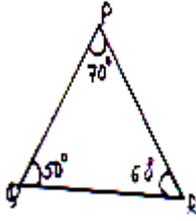
2) दोन बहुभुजाकृती समरूप होण्यासाठीच्या दोन अटी लिहा.

3) थॅलेचे प्रमेय लिहा.

4) थॅलेच्या प्रमेयाचा व्यत्यास लिहा.

11) खालील पैकी कोणत्या त्रिकोणाच्या जोड्या समरूप आहेत ते सकारण सांगा .

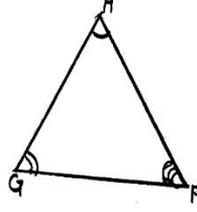
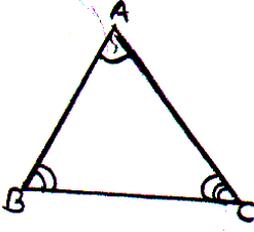
i)



12) आकृतीमध्ये $\angle BAO = 70^\circ$ आणि $AB \parallel CD$ व $\angle OCD = 60^\circ$ आहे तर त्रिकोणाचे सर्व कोन काढा . हे त्रिकोण समरूप आहेत काय? का?



13) आकृतीमध्ये $AB = 4.5\text{cm}$, $HG = 6.75\text{cm}$ आणि $BC = 6\text{cm}$ तर GF काढा.



14) दोन समरूप त्रिकोणाचे क्षेत्रफल आणि त्यांच्या संगत बाजू यातील संबंध लिहा.

15) $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ व ΔABC चे क्षेत्रफल 25cm^2 आणि त्यांच्या संगत बाजू 5cm व 7.5cm आहेत तर ΔDEF चे क्षेत्रफल काढा.

16) $\Delta LMN \sim \Delta PQR$ आणि त्यांची क्षेत्रफळे अनुक्रमे 64cm^2 व 121cm^2 आहेत.

जर $LM = 1.5\text{cm}$ तर PQ काढा.

17) दोन त्रिकोण समकोन त्रिकोण असतील तर त्यांच्या संगत बाजू प्रमाणात असतात असे दाखवा.

18) त्रिकोणातील एका बाजूला समांतर असणारी रेष उरलेल्या बाजूंना प्रमाणात विभागते असे सिद्ध करा.

19) दोन समरूप त्रिकोणाची क्षेत्रफळे हे त्यांच्या संगत बाजूच्या वर्गाच्या प्रमाणात असतात असे सिद्ध करा.



10.2 समरूप त्रिकोण (Similar Triangles)

CARD - 2

1] खालील चार पर्याया पैकी योग्य पर्याय निवडा.

1) हे विधान सत्य आहे.

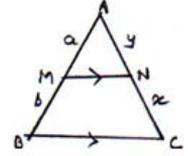
- A) सर्व समकोन त्रिकोण समरूप असतात. B) सर्व समभुज चौकोन समरूप असतात
C) सर्व काटकोन त्रिकोण समरूप असतात D) सर्व आयत समरूप असतात

2) त्रिकोणाच्या एका बाजूला समांतर असणारी रेषा इतर बाजूंना प्रमाणात विभागते ही यांची जातीप्रतीज्ञा आहे.

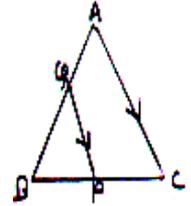
- A) पायथॅगोरसचे प्रमेय B) थॅलेचे प्रमेय
C) थॅलेचा व्यस्त प्रमेय D) पायथॅगोरसचे व्यस्त प्रमेय

3) आकृतीवरून $\frac{a}{a+b} = \dots$

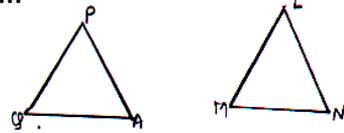
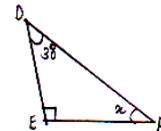
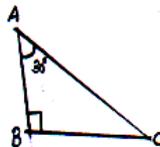
- A) $\frac{y}{x}$ B) $\frac{x}{x+y}$ C) $\frac{x+y}{y}$ D) $\frac{y}{x+y}$

4) आकृतीत जर $\frac{BP}{PC} = \frac{2}{3}$ तर $\frac{BQ}{AQ} = \dots$

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{5}{3}$

5) जर $\frac{PQ}{LM} = \frac{PR}{LN} = \frac{QR}{MN}$ आणि $\angle P = 75^\circ$ तर $\angle L = \dots$

- A) 150° B) 75° C) 37.5° D) 105°

6) आकृतीतील x ची किंमत

- A) 30° B) 90° C) 60° D) 45°

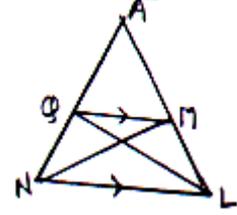
7) खालील पैकी या आकृत्या नेहमी समरूप असतात

- A) दोन चौरस B) दोन काटकोन त्रिकोण C) दोन आयत D) दोन समद्विभूज त्रिकोण

8) खालील पैकी या आकृत्या नेहमी समरूप नसतात

- A) दोन समभूज त्रिकोण B) वेगवेगळ्या त्रिज्यांची दोन वर्तुळे
C) दोन आयत D) दोन चौरस

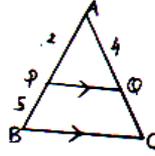
9) आकृतीत $AM:ML = \dots\dots$



- A) $AQ:AN$ B) $AQ:QN$ C) $QM:NL$

D) $AM:AL$

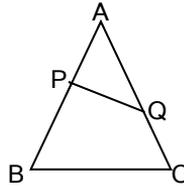
10) आकृतीत AC ची किंमत



- A) 10cm B) 8cm C) 14cm D) 7cm

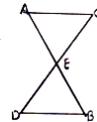
II] खालील प्रश्न सोडवा

1) ΔABC च्या AB व AC वर अनुक्रमे P व Q हे बिंदू असे आहेत की $\angle APQ = \angle ACB$ होते तर $AP \cdot AB = AQ \cdot AC$ दाखवा .

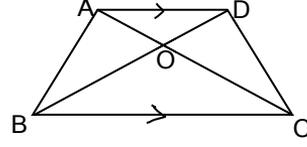


2) ΔABC मध्ये $\angle A = 90^\circ$ आणि $AD \perp BC$ आहे . जर $\angle DAB = \angle ABC$ तर $AD = DC$ दाखवा .

3) आकृतीमध्ये $\angle CAE = \angle FBD$ आणि $DE = 3CE$ तर $\frac{BD}{AC}$ काढा



- 12) समलंब चौकोन ABCD मध्ये AD \parallel BC असून कर्ण AC व BD हे O मध्ये छेदतात.
जर AO:OD = 2:5 आणि OD=8cm तर BO काढा.



- 13) दोन समद्विभुज त्रिकोणाचे शिरोकोन समान असतील तर ते समरूप असतात असे सिद्ध करा.
- 14) ΔPQR मध्ये E व F हे अनुक्रमे PQ व PR वरील बिंदू आहेत. जर PE=3.9cm; EQ=3cm PF=3.6cm आणि FR=2.4cm असेल तर EF \parallel QR असल्याचे तपासा.
- 15) दोन समरूप त्रिकोणाची क्षेत्रफळे 81cm^2 आणि 256cm^2 आहेत. लहान त्रिकोणाच्या परिवर्तुलाची त्रिज्या 1.8cm असेल तर मोठ्या त्रिकोणाच्या परिवर्तुलाची त्रिज्या काढा.

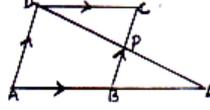


10.3 समरूप त्रिकोण (Similar Triangles)

CARD - 3

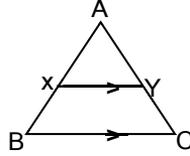
1] सोडवा

- 1) सोबतच्या आकृतीत $\square ABCD$ असून P हा BC वरील बिंदू आहे. AB आणि DP वाढविल्याने L मध्ये छेदतात तर $DP:PL = DC:BC$ दाखवा.

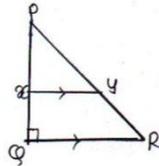


- 2) $\triangle ABC$ च्या बाजू 5, 6 आणि 7 एकक आहेत. $\triangle PQR$ ची परिमीती 360 एकक आहे तर $\triangle ABC \sim \triangle PQR$ होते काय? कारण द्या?

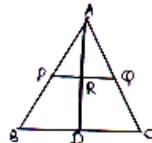
- 3) आकृतीत $XY \parallel BC$ आणि $\triangle AXY$:समलंब चौकोण $XBCY = 4:5$ तर $AX:XB = 5:1$ असे दाखवा.



- 4) समरूप त्रिकोणची क्षेत्रफळ ही त्यांच्या संगत मध्यगांच्या वर्गाच्या प्रमाणात असतात असे सिद्ध करा.
- 5) समरूप त्रिकोणांची क्षेत्रफळे ही त्यांच्या परिवर्तुलांच्या त्रिज्यांच्या वर्गाच्या प्रमाणात असतात असे सिद्ध करा.
- 6) आकृतीमध्ये जर $PQ = 6\text{cm}$, $PY = 4\text{cm}$ आणि $PX : XQ = 1:2$ तर PR आणि QR ची लांबी काढा.



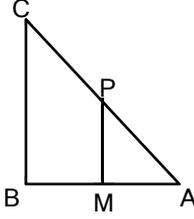
- 7) आकृतीमध्ये $PQ \parallel BC$ असून $AP = 3\text{cm}$, $AR = 4.5\text{cm}$, $AQ = 6\text{cm}$, $AB = 5\text{cm}$ आणि $AC = 10\text{cm}$ तर AD काढा.



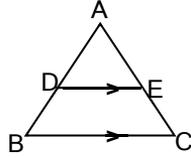
8) आकृतीमध्ये $\angle CBA = 90^\circ$ आणि $\angle PMA = 90^\circ$ तर

i) $\triangle ABC \sim \triangle AMP$

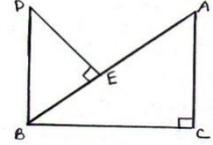
ii) $\frac{CA}{PA} = \frac{BC}{MP}$ असे सिद्ध करा.



9) आकृतीमध्ये $\angle B = \angle C$ आणि $BD = CE$ तर $DE \parallel BC$ असे दाखवा.

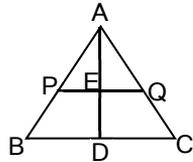


10) आकृतीमध्ये $DB \perp BC$, $DE \perp AB$ आणि $AC \perp BC$ तर $\frac{BE}{DE} = \frac{AC}{BC}$

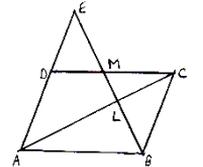


11) D, E आणि F हे $\triangle ABC$ च्या बाजू अनुक्रमे AB, BC आणि CA चे मध्यबिंदू आहेत तर $\triangle DEF$ चे क्षेत्रफळ $= \frac{1}{4} \triangle ABC$ चे क्षेत्र असे दाखवा.

12) $\triangle ABC$ मध्ये $PQ \parallel BC$ आणि $BD = DC$ तर $PE = EQ$ असे सिद्ध करा.



13) $\square ABCD$ च्या DC बाजूच्या मध्यबिंदू आहे. BM व AD वाढविल्यास E मध्ये छेदतात तसेच AC ला EB ही L मध्ये छेदते. तर $EL = 2BL$ असे सिद्ध करा.



14) त्रिकोणाच्या कोणत्याही दोन मध्यगा ह्या परस्परास 2:1 गुणोत्तरात विभागतात असे सिद्ध करा.



11.1 पायथॅगोरस प्रमेय (Pythagoras Theroem)

CARD - 1

1) प्रत्येक प्रश्नास दिलेल्या चार बहूपर्यायी उत्तरातून योग्य पर्याय निवडून लिहा.

1) ΔABC मध्ये $\angle C = 90^\circ$ तर $AC^2 = \dots\dots$

- A) $AB^2 + BC^2$ B) $AB^2 - AC^2$ C) $BC^2 - AC^2$ D) $AB^2 - 2BC^2$

2) ΔPQR मध्ये , $QR^2 = PQ^2 + PR^2$ तर कोणता कोन काटकोन आहे?

- A) $\angle P$ B) $\angle Q$ C) $\angle R$ D) या पैकी नाही

3) ΔABC मध्ये जर $AB^2 = AC^2 + BC^2$ तर $\angle C =$ किती?

- A) 50° B) 40° C) 90° D) 60°

4) ΔLMN मध्ये $\angle N = 90^\circ$, जर $LN = NM$ तर $\angle L = \dots\dots$

- A) 50° B) 45° C) 90° D) 30°

5) खालील पैकी कोणते पायथॅगोरस त्रिके आहे?

- A) 8, 7, 11 B) 8, 6, 10 C) 5, 6, 9 D) 5, 8, 12

6) एका चौरसाचा कर्ण $3\sqrt{2}$ cm तर त्याची बाजू =

- A) 3cm B) $\sqrt{2}$ cm C) $12\sqrt{2}$ cm D) $(\sqrt{3} - 2)$

7) एका चौरसाची बाजू x cm असेल कर्णाची लांबी =

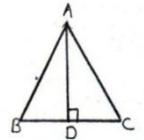
- A) $(x + \sqrt{2})$ cm B) $\sqrt{2}x$ cm C) $\frac{x}{\sqrt{2}}$ cm D) $x\sqrt{2}$

8) एका आयताची लांबी आणि रुंदी अनुक्रमे 80cm आणि 60cm आहे. तर आयताच्या कर्णाची लांबी किती?

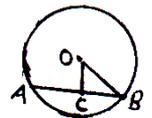
- A) 140cm B) 20cm C) 100cm D) 120cm

9) ΔABC हा समभुज त्रिकोण असून त्याची बाजू x cm आहे तर त्रिकोणाची लंबउंची AD = ..

- A) $\frac{3x^2}{4}$ B) $x\sqrt{3}$ C) $\frac{x\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{x\sqrt{3}}{4}$

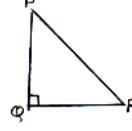
10) आकृतीत $AB = 12$ cm, $OB = 13$ cm तर OC ची लांबी =

- A) 5cm B) 10cm C) 8cm D) 20cm



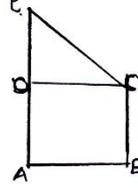
॥ पुढील उदाहरणे सोडवा

- 1) आकृतीत $\angle PQR=90^\circ$ जर $PR=25\text{cm}$, $PQ=20\text{cm}$ तर QR ची लांबी काढा .



- 2) ABCD हा चौरस आहे. ज्यामध्ये $AC=5\sqrt{2}$ एकक आहे तर चौरसाची परिमिती काढा .

- 3) आकृतीत $AC=13\text{cm}$, $BC=5\text{cm}$ आणि $DC=6\text{cm}$ तर CE ची किंमत काढा .



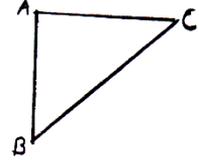
- 4) एका काटकोन त्रिकोणात जर पाया 2 एकक आणि उंची 3 एकक असेल तर कर्णाची लांबी काढा .

- 5) कोणतेही चार पायथॅगोरस त्रिके लिहा .

- 6) पायथॅगोरस प्रमेयाचे विधान लिहा .

- 7) पायथॅगोरस प्रमेयाचा व्युत्पत्ती लिहा .

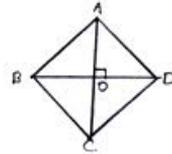
- 8) बाजूच्या काटकोन त्रिकोणासाठी पायथॅगोरस प्रमेयाचे विधान लिहा .



- 9) एका समद्विभुज काटकोन त्रिकोणात कर्णाची लांबी 100 एकक आहे तर काटकोन करणा-या समान बाजूंची लांबी काढा .

- 10) एका त्रिकोणाची बाजू अनुक्रमे $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ आणि $\sqrt{5}$ एकक आहे . तर हा काटकोन त्रिकोण आहे का? पडताळा .

- 11) आकृतीत $AO \perp BO$ असून $AO=6\text{cm}$ आणि $BO=8\text{cm}$ आहे तर त्रिकोणाच्या बाजूची लांबी काढा .



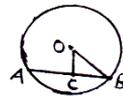
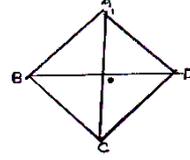
- 12) काटकोन त्रिकोणात सिद्ध करा की काटकोन त्रिकोणाचा कर्ण हा इतर दोन बाजूंच्या वर्गांच्या बेरजे एवढा असतो .



11.2 पायथॅगोरस प्रमेय (Pythagoras Theroem)

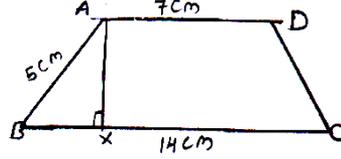
CARD - 2

- 1) 5 मी. लांबीची शिडी एका मिंतीला जमिनीपासून 4 मीटर उंचीवर टेकवली आहे तर शिडीचा पाया मिंतीपासून किती अंतरावर आहे.
- 2) एक माणूस एका A बिंदूपासून 8km उत्तरेस जातो व B या ठिकाणी पोचतो. B पासून पूर्वेस 6km जातो व C या ठिकाणी पोहचतो. तर A व C मधील कमीत कमी अंतर काढा.
- 3) एका चौरसाचा कर्ण $6\sqrt{2}$ cm आहे तर चौरसाची बाजू काढा.
- 4) एका चौरसाची परिमिती 30cm आहे तर कर्णाची लांबी काढा.
- 5) समभूज चौकोन ABCD मध्ये जर AC व BD ची लांबी अनुक्रमे $2\sqrt{2}$ व $2\sqrt{3}$ एकक आहेत. तर AD काढा.
- 6) एका समभूज त्रिकोणाचे क्षेत्रफल $\frac{8\sqrt{3}}{2}$ cm² आहे तर परिमिती काढा.
- 7) ΔABC मध्ये $\angle C=90^\circ$ आहे. ABXY हा AB बाजूवर एक चौरस रचला आहे. जर $AB=5\sqrt{2}$ cm तर सिद्ध करा चौरस ABYX चे क्षेत्रफल 50cm² आहे.
- 8) ΔABC हा समभुज त्रिकोण आहे. $AD \perp BC$, $AD=6\sqrt{3}$ तर सिद्ध तर सिद्ध करा की त्रिकोणाची परिमिती 36cm असते.
- 9) समभुज चौकोन PQRS मध्ये कर्ण PR व QS एकमेकांना O बिंदूत छेदतात. तर सिद्ध करा. $PR^2 + RS^2 = 4PQ^2$
- 10 'O' केंद्र असणा-या वर्तुळाची त्रिज्या 25cm आहे.जर वर्तुळमध्यातून जीवेवर काढलेल्या लंबाची लांबी 7cm आहे. तर जीवेची लांबी काढा.



11) 60cm उंची असणारा एक मुलगा प्रकाश झोतासमोर उभा राहतो. त्याची सावली 80cm पडत असेल तर त्याच्या डोक्याचे टोक व दुरवर असलेले सावलीचे टोक यातील अंतर किती?

12) समलंब $\square ABCD$ मध्ये जर $AB=5\text{cm}$, $BC = 14\text{cm}$ आणि $AD = 7\text{cm}$ तर AC ची लांबी काढा.



13) समद्विभुज $\triangle ABC$ मध्ये $AB=AC$ आहे तर $AD \perp BC$ तर सिद्ध करा $AB^2=2AC^2$

14) एका $\triangle ABC$ मध्ये $AD \perp BC$ तर सिद्ध करा $AB^2+CD^2=BD^2+AC^2$

15) $\triangle ABC$ मध्ये $AB \perp BC$ तर सिद्ध करा $AB^2-BD^2=AC^2-CD^2$



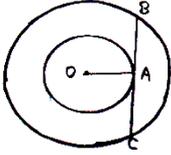
11.3 पायथॅगोरस प्रमेय (Pythagoras Theroem)

CARD - 3

I] खालील प्रश्न सोडवा.

- जर X, Y, Z हे पायथॅगोरसचे त्रिक आहे. तर सिद्ध करा KX, KY आणि KZ हे सुद्धा पायथॅगोरस त्रिक असते.
- एका समद्विभुज त्रिकोणात दोन समान बाजूंची लांबी 20cm आहे. शिरोबिंदूतून पायावर काढलेल्या लांबीची लांबी 8cm आहे. तर त्रिकोणाचा पाया शोधा.
- एका वर्तुळात 18cm लांबीची जीवा वर्तुळ मध्यापासून 12cm अंतरावर आहे. तर वर्तुळाचा व्यास काढा.

4)



आकृतीत लहान व मोठ्या वर्तुळाच्या त्रिज्या अनुक्रमे 5cm व 13cm आहेत तर जीवा BC ची लांबी काढा.

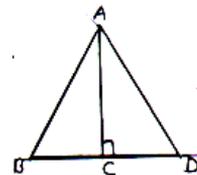
- 20 मीटर उंचीच्या भिंतीला एक शिडी टेकविली आहे. शिडीचे वरचे टोक जमीनीपासून 15मीटर उंचीवर भिंतीला टेकते. आता तिच शिडी तिचे पाय स्थिर ठेवून विरूद्ध बाजूच्या भिंतीला टेकविल्यास शिडीचे वरचे टोक 15मीटर उंचीच्या भिंतीला टेकते तर दोन्ही भिंतीतील अंतर काढा.

- a एकक बाजू असणा-या समभुज त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ असे सिद्ध करा.

- ΔABC मध्ये $AD \perp BC$ आणि $DB:CD = 3:1$ तर सिद्ध करा. $BC^2 = 2[AB^2 - AC^2]$

- काटकोन त्रिकोणाचा कर्ण हा लहान बाजूपेक्षा 4m ने जास्त असेल आणि तिसरी बाजू लहान बाजूपेक्षा 2m ने जास्त असेल तर त्रिकोणाच्या बाजू काढा.

- ΔABC मध्ये सिद्ध करा. $AB^2 - BC^2 = AD^2 - CD^2$



- 10) एका खांबाची उंची 15m असून त्याच्या सावलीची लांबी 36मी. आहे तर खांबाचे वरचे टोक व सावलीचे खालचे टोक यातील अंतर काढा .
- 11) ABC या काटकोन त्रिकोणात तिन्ही बाजूवर चौरस रचले आहेत जर दोन चौरसांचे क्षेत्रफल अनुक्रमे 25^2 व 9cm असेल तर तिस-या चौरसाचे क्षेत्रफल काढा .
- 12) ΔABC मध्ये $AD \perp BC$ आणि $AD^2 = BD \cdot CD$ तर ΔABC हा काटकोन त्रिकोण असून $\angle A = 90^\circ$ आहे असे सिद्ध करा .
- 13) एका त्रिकोणाचे कोन 1:2:3 गुणोत्तरात आहेत तर त्या त्रिकोणाचा प्रकार कोणता?



12.1 त्रिकोणीमिती (Trigonometry)

CARD - 1

बहुपर्यायी प्रश्न

1) π^0 ची किंमतA) 90^0 B) 180^0 C) 270^0 D) 360^0

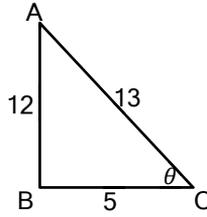
2) काटकोन त्रिकोणात दिलेल्या लघूकोना करीता दोन बाजूंचे गुणोत्तर नेहमी.....असते.

A) पूर्ण संख्या

B) स्थिर

C) अपरिमेय

D) परिमेय संख्या

3) आकृती मध्ये $\sin\theta = \dots\dots$ A) $\frac{12}{5}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{12}{13}$ D) $\frac{5}{13}$

[याच प्रश्नाकरीता $\cos\theta = \dots\dots$, $\tan\theta = \dots\dots$, $\operatorname{cosec}\theta = \dots\dots$, $\sec\theta = \dots\dots$, $\cot\theta = \dots\dots$ असे प्रश्न तयार करा.]

वरतूनिष्ठ प्रश्न

4) i] जर $\sin\theta = \frac{3}{5}$ तर $\operatorname{cosec}\theta = \dots\dots$ 5) जर $\cos\theta = \frac{4}{5}$ तर $\sec\theta = \dots\dots$ 6) जर $\tan\theta = \frac{3}{4}$ तर $\cot\theta = \dots\dots$ 7) जर $\sin A = \frac{3}{5}$ व $\cos A = \frac{4}{5}$ तर $\tan A = \dots\dots$ 8) जर $\cot A = \frac{8}{15}$ व $\sin A = \frac{15}{17}$ तर $\cos A = \dots\dots$ 9) जर $\tan A = \frac{15}{8}$ व $\cos A = \frac{8}{17}$ तर $\sin A = \dots\dots$ 10) जर $\tan A = \frac{3}{4}$ तर $\sin A = \dots\dots$, $\cos A = \dots\dots$

बहुपर्यायी प्रश्न

11) खालील त्रिकोणीमितीय कोणती गुणोत्तरे 0 आहेत .

A) $\sin 90^\circ, \cos 90^\circ, \tan 90^\circ$

B) $\sin 0, \cos 0, \tan 0$

C) $\sin 0, \cos 90, \tan 0$

D) $\sin 0, \tan 0, \cot 0$

12) खालील त्रिकोणीमितीय कोणती गुणोत्तरे 1 आहेत .

A) $\sin 90, \cos 0, \tan 45$

B) $\sin 0, \cos 0, \tan 0$

C) $\sin 45, \cos 45, \tan 45$

D) $\sin 90, \cos 90, \tan 90$

13) 0° पासून 90° पर्यंतच्या कोणत्या कोनांची त्रिकोणीमितीय गुणोत्तरांची व्याख्या करता येत नाही .

A) $\tan 90, \sin 90, \cot 90^\circ$

B) $\operatorname{cosec} 90^\circ, \sec 90^\circ, \cot 90^\circ$

C) $\operatorname{cosec} 0, \cot 0, \sec 0$

D) $\operatorname{cosec} 0, \cot 0, \sec 90^\circ$

14) $\cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 60^\circ \cdot \sin 30^\circ$

A) $\frac{2\sqrt{3}}{4}$

B) $\frac{6}{4}$

C) $\frac{1}{4}$

D) 0

15) जर $\sqrt{2} \cos \theta = 1$ तर $\theta = \dots$

A) 30°

B) 45°

C) 60°

D) 90°

16) जर $\sqrt{3} \tan \theta = 1$ तर $\theta = \dots$

A) 30°

B) 45°

C) 60°

D) 90°

17) $\sec^2 A - 1 = \dots$

A) $\sin^2 A$

B) $\cos^2 A$

C) $\tan^2 A$

D) $\cot^2 A$

18) $\sin^2 A + \cos^2 A = \dots$

A) 0

B) 1

C) ND

D) -1

19) $\sin^2 28 + \sin^2 62^\circ = \dots$

A) 0

B) 1

C) -1

D) $2 \sin^2 68$

20) $\frac{\sin 19^\circ}{\sin 71^\circ} - \frac{\cos 71^\circ}{\sin 19^\circ} = \dots$

A) 0

B) 1

C) 2

D) 9

21) खालील पैकी कोणते $\sin 25 + \cos 75$ शी समान आहे .A) $\cos 25^\circ + \cos 75^\circ$ B) $\cos 65^\circ + \sin 75^\circ$ C) $\cos 65^\circ + \sin 15^\circ$ D) $\sin 25^\circ + \sin 75^\circ$

22) वरच्या बाजुस असणा-या वस्तूचे निरीक्षण करतांना दृष्टी रेषेने क्षितीज समांतर रेषेशी केलेला कोन म्हणजे

A) आपाती कोन

B) उच्चपातलीतील कोन

C) निच्वपालीतील कोन

D) अपवर्तन कोन

23) खालच्या बाजुस असणा-या वस्तूचे निरीक्षण करतांना दृष्टी रेषा व क्षितीज समांतर पातली यातील कोन म्हणजे

A) आपाती कोन

B) अपवर्तन कोन

C) निच्वपालीतील कोन

D) उच्चपातलीतील कोन

दोन गुणांचे प्रश्न1) जर $3 \tan \theta = 1$ तर $\sin \theta$ आणि $\cos \theta$ काढा .2) जर $2 \sin \theta = \sqrt{3}$ तर $\cos \theta$ आणि $\tan \theta$ काढा .3) $\sin 35^\circ \sin 55^\circ - \cos 35^\circ \cos 55^\circ = 0$ असे सिद्ध करा .4) $\tan 10^\circ \tan 15^\circ \tan 75^\circ \tan 80^\circ = 1$ असे सिद्ध करा .5) जर $\sec 4A = \operatorname{cosec} (A-20)$ आणि $4A$ हा लघुकोन तर A ची किंमत काढा .

6) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ असे सिद्ध करा.

7) $1 + \cot^2 A = \operatorname{cosec}^2 A$ असे सिद्ध करा.

8) $1 + \tan^2 A = \sec^2 A$ असे सिद्ध करा.

9) $\cos\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta = \cot\theta$ असे सिद्ध करा.

10) एक व्यक्ती जमिनीवरून उभ्या मनो-याच्या टोकाकडे त्याच्या पायथ्यापासून 50 मिटर आंतरावरून पाहत आहे. त्याच्या पाहण्याचा उच्च पातलीतील कोन 30° चा असेल तर त्या मनो-याची उंची काढा.

11) जर $\cos x = \cos 60 \cdot \cos 30 + \sin 60 \cdot \sin 30$ तर x ची किंमत काढा.

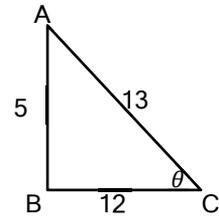
12) $(1 + \tan^2\theta) \cos^2\theta = 1$ असे सिद्ध करा.

13) जर $B = 15^\circ$ तर $4 \sin 2B \cos 4B \sin 6B = 1$ असे सिद्ध करा.

14) जर $\cot\theta = \frac{20}{21}$ तर $\cos\theta$ आणि $\operatorname{cosec}\theta$ काढा.

15) जर $5 \cos\theta - 4 = 0$ तर $\sin\theta + \cos\theta$ काढा.

16) आकृतीवरून LC करिता सर्व त्रिकोणीमितीय गुणोत्तरे काढा.



17) जर $\tan A = \frac{7}{24}$ तर LA ची इतर त्रिकोणीमितीय गुणोत्तरे शोधा.

18) $(\sin\theta + \cos\theta)^2 + (\sin\theta - \cos\theta)^2$ ची किंमत काढा.

19) जर $A = 60^\circ$ व $B = 30^\circ$ तर $\cos(A+B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$ असे सिद्ध करा.

- 20) $50\sqrt{3}$ एकक उंचीच्या इमारती समोर एका व्यक्तीने स्कुटर लावली आहे. तो त्या इमारतीच्या माथ्यावरून त्या स्कुटर कडे पाहतो. जर त्याच्या पाहण्याचा क्षितीज निचपातलीतील कोन 30° असेल तर ती स्कुटर इमारतीपासून किती आंतरावर आहे.
- 21) जर $\sin 5\theta = \cos 4\theta$ आणि 5θ व 4θ हे लघूकोन आहेत तर θ ची किंमत काढ.

तिन गुणांचे प्रश्न

- 1) $\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta} - \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta} = 4\cot\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta$ असे सिद्ध करा.
- 2) 50 मिटर उंचीच्या आणि 40 मिटर उंचीच्या दोन पवनचक्क्या शेताच्या दोन बाजूस आहेत. एक व्यक्ती त्या दोन्हीच्या मधील अशा बिंदूतून त्या चक्क्यांच्या टोकाकडे पाहत आहे की दोन्ही कडील उच्चपातलीतील कोन 45° चा आहे. तर त्या पवनचक्कीतील आंतर काढ.
- 3) 24 मिटर उंचीच्या इमारतीवरून आणि तलापासून कड्याच्या टोकाकडे पाहण्याचे कोन अनुक्रमे 45° आणि 60° आहेत. तर त्या कड्याची उंची किती?
- 4) क्षितीजावरील जमिनीच्या एका बिंदूपासून ध्वज स्तंभाच्या माथ्यावरील उच्चपातलीतील कोन 30° आहे. स्तंभाकडे 6 मिटर चालत गेल्यास उच्च पातलीतील कोन 15° ने वाढतो तर ध्वज स्तंभाची उंची काढ.
- 5) एक झाड वा-याने तुटते आणि जमिनीला काटकोन त्रिकोण तयार करते. जर मोडलेला भाग जमिनीशी 60° कोन करतो आणि झाडाचा माथा त्याच्या पायापासून 20 मिटर वर आहे तर झाडाची मूळ उंची किती?
- 6) जमिनीपासून 50 मिटर वर असणा-या बिंदूपासून ढगाचा उच्चपातलीतील कोन 30° आणि त्याच्या प्रतिबींबाच्या निच्वपालीतील कोन 60° आहे. जमिनीपासून वर असणा-या ढगाची उंची काढ.
- 7) 16 मिटर उंच इमारतीच्या माथ्यावरून एका टेकडीच्या माथ्यावरील उच्चपातलीतील कोन 60° आणि टेकडीच्या पायथ्याशी असणारा निच्वपालीतील कोन 30° आहे. तर टेकडीची उंची काढ.

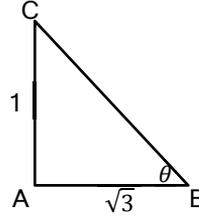


12.2 त्रिकोणीमिती (Trigonometry)

CARD - 2

- 1) एका मनो-याची उंची 75मी असून त्याच्या सावलीची लांबी 75मी आहे. जर एक व्यक्ती मनो-याच्या सावलीच्या टोकावर उभी राहून मनो-याचे वरचे टोक पाहत असेल तर उतरणीच्या कोनाचे माप किती?
- A) 30° B) 45° C) 60° D) 90°

- 2) आकृतीवरून $\angle B$ ची किंमत काढा.



- A) 30° B) 45° C) 60° D) 90°
- 3) दिवसाच्या एका ठराविक वेळी एका खांबाची उंची ही त्याच्या सावलीच्या लांबी इतकी आहे. तर उच्च पातलीतील कोन =.....
- A) 30° B) 60° C) 90° D) 45
- 4) दिवसाच्या एका ठराविक वेळी इमारतीची उंची ही सावलीच्या $\sqrt{3}$ पट आहे तर निच्वपातलीतील कोन =.....
- A) 30° B) 45° C) 60° D) 90°
- 5) $\tan 90^\circ$ ची किंमत =.....
- A) 0 B) 1 C) ND D) $\sqrt{3}$
- 6) $\frac{\sin 26}{\sec 64} + \frac{\cos 26}{\operatorname{cosec} 64} = \dots$
- A) 0 B) 2 C) $\frac{1}{2}$ D) 1
- 7) $\frac{\cot 54^\circ}{\tan 36^\circ} + \frac{\tan 20^\circ}{\cot 70^\circ} - 2 = \dots$
- A) 0 B) 2 C) -1 D) 1

8) खालील कोणते विधान त्रिकोणमितीय समानता आहे

i) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ ii) $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$ iii) $1 + \cot^2 \theta = \operatorname{cosec}^2 \theta$

A) फक्त 1 B) 1 व 2 C) तीन ही पर्याय D) यापैकी कोणतेही नाही

9) $\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = \dots$

A) 1 B) -1 C) $\sec \theta$ D) $\tan \theta$

दोन गुणांचे प्रश्न

1) 15 मीटर लांबीची एक शिडी एका भितीस 60° चा कोन करते तर भितीची उंची किती?

2) सिद्ध करा. $\sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{3} - \tan^2 \frac{\pi}{4} = -\frac{1}{2}$

3) जर $\sqrt{3} \tan x = 3$ तर x ची किंमत काढ.

4) जर $\tan \theta + \cot \theta = 2$, $\theta < 90^\circ$ तर $\sin \theta$ ची किंमत काढ.

5) $\tan \theta = \frac{7}{8}$, $\theta < 90^\circ$ तर शोधा. $\sqrt{\frac{(1+\cos\theta)(1-\cos\theta)}{(1+\sin\theta)(1-\sin\theta)}}$

6) जर $\sec x = 2$ तर किंमत काढ. $\cot x + \operatorname{cosec} x$

7) जर $13 \sin A = 5$ आणि θ आणि A हा लघुकोन आहे तर किंमत काढ. $\frac{5 \sin A - 2 \cos A}{\tan A}$

8) जर $\cos \theta = \frac{5}{12}$ आणि θ हा लघुकोन आहे. तर किंमत काढ. $\frac{5 \tan \theta + 12 \cot \theta}{5 \tan \theta - 12 \cot \theta}$

9) जर $13 \cos \theta - 5 = 0$ तर किंमत काढ. $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$

10) जर $\cot \theta = \sqrt{7}$ तर सिद्ध करा. $\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta} = \frac{3}{4}$

11) जर $A = \sqrt{2} - 1$ तर सिद्ध करा. $\frac{\tan A}{1 + \tan^2 A} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

12) जर $\sec \theta = \frac{4}{5}$ तर सिद्ध करा. $\frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{\sin \theta}{\sec \theta}$

13) जर $\tan \theta = \frac{4}{3}$ किंमत काढा. $\frac{3 \sin \theta + 2 \cos \theta}{3 \sin \theta - 2 \cos \theta}$

14) किंमत काढा. $\frac{\cos 45^\circ}{\sec 30^\circ + \operatorname{cosec} 30^\circ}$



12.3 त्रिकोणीमिती (Trigonometry)

बहुपर्यायी प्रश्न

1) $a \sin \theta = b$ मध्ये θ हा लघुकोन असेल तर $\sqrt{a^2 - b^2} \cot \theta$ ची किंमत =.....

A) a

B) $a+b$

C) $\frac{a^2+b^2}{b}$

D) $a \left(\frac{a^2-b^2}{b} \right)$

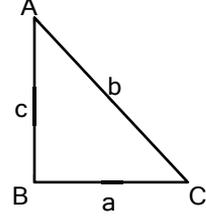
2) काटकोन त्रिकोण ABC मध्ये $\angle B=90^\circ$, $AB=c$, $BC=a$ आणि $AC=b$ तर $\cot A + \cot C = \dots$

A) $\frac{c^2}{ab}$

B) $a+b$

C) $\frac{c^2}{bc}$

D) $\frac{b^2}{ac}$



3) $\sec^2 \theta \times \operatorname{cosec}^2 \theta = \dots$

A) $(1+\tan^2 \theta)$

B) $(\cot^2 \theta + \tan^2 \theta + 1)$

C) $\cot^2 \theta + \tan^2 \theta$

D) $\cot^2 \theta + \tan^2 \theta + 2$

4) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \dots$

A) 1

B) $2+\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$

C) $1+\sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$

D) $1-\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$

5) एका झाडाची उंची त्याच्या सावलीपेक्षा $\sqrt{3}$ पट आहे तर सूर्याचा उच्चपातलीचा कोन =.....

A) 30°

B) 45°

C) 60°

D) 90°

6) उच्चपातलीतील कोन हा..... व मध्ये तयार होतो

A) स्तंभीका आणि क्षितीज समांतर रेषा

B) स्तंभीका आणि दृष्टी रेषा

C) दृष्टीरेषा आणि क्षितीज समांतर रेषा

D) स्तंभीका आणि स्तंभीका

दोन गुणांचे प्रश्न

1) जर $4\sin^2 \theta - 1 = 0$ आणि $\theta < 90^\circ$ तर θ ची किंमत काढा.

2) जर $\sin \theta = \frac{5}{13}$ तर त्रिकोणमितीच्या गुणोत्तरांची किंमत काढा.

3) जर $\sin\theta = \frac{5}{13}$ आणि $\theta < 90^\circ$ तर $\tan\theta + \frac{1}{2}$ ची किंमत काढा.

4) $\sin^2 45^\circ$, $\cos 60^\circ$, $\tan 30^\circ$ च्या किंमती काढा.

5) जर $\cot\theta = 1 - \frac{1}{4a}$ तर $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$ ची किंमत काढा.

6) जर $3x = \sec\theta$ आणि $\frac{3}{x} = \tan\theta$ तर $x^2 - \frac{1}{x^2}$ ची किंमत काढा.

7) $\cot^2\theta - \frac{1}{\sin^2\theta}$ ची किंमत काढा.

8) $(\sin\alpha + \cos\alpha)^2 + (\cos\alpha + \sec\alpha)^2 - (\tan\alpha + \cot\alpha)^2$ ची किंमत काढा.

9) जर $x = a \cos\theta$, $y = b \sin\theta$ तर सिद्ध करा. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

10) सिद्ध करा. $\sec^4\theta - 1 = 2\tan^2\theta + \tan^4\theta$

11) जर $m = a \sec\theta + b \tan\theta$; $n = a \tan\theta + b \sec\theta$ तर सिद्ध करा. $m^2 - n^2 = a^2 - b^2$

12) सिद्ध करा. $\frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A} = \sin A + \cos A$

13) सिद्ध करा. $(1 + \tan^2\theta)(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta) = 1$

14) सिद्ध करा. $\frac{1 + \cos\theta}{1 - \cos\theta} - \frac{1 - \cos\theta}{1 + \cos\theta} = 4 \cot\theta \cdot \operatorname{cosec}\theta$

15) सिद्ध करा. $(1 + \cot A - \operatorname{cosec} A)(1 + \tan A + \sec A) = 2$

तीन गुणांचे प्रश्न

- 1) जर $\sec \theta + \tan \theta = P$ तर $\sin \theta = \frac{P^2-1}{P^2+1}$ असे सिद्ध करा .
- 2) जर $\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta = l$ आणि $\sec \theta - \cos \theta = m$ तर $l^2 m^2 (l^2 + m^2 + 3) = 1$ असे दाखवा .
- 3) जर $\tan \theta + \sin \theta = m$ आणि $\tan \theta - \sin \theta = n$ तर $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ असे दाखवा .
- 4) जर $\tan \theta = \frac{p}{q}$ तर $\frac{p \sin \theta - q \cos \theta}{p \sin \theta + q \cos \theta} = \frac{p^2 - q^2}{p^2 + q^2}$ असे दाखवा .
- 5) जर $a \sec \alpha - 3 \tan \alpha = 4$ आणि $b \sec \alpha + 4 \tan \alpha = 3$ तर $a^2 + b^2$ ची किंमत काढा .
- 6) जर $\sec \theta = \frac{5}{4}$ तर सिद्ध करा की $\frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = \frac{\sin \theta}{\sec \theta}$
- 7) समुद्रापासून 100 मी उंचीवरील निच्यपातलीचा कोन 30° चा आहे . काही वेळानंतर 45° झाल्यास जहाजाने आक्रमिलेले अंतर किती?
- 8) एक व्यक्ती मनो-याच्या टीकावरून मनो-याकडे सरळ येणा-या स्थिर वेगाच्या कारकडे पाहत आहे . जर त्याच्या पाहण्याचा निच्यपातलीतील कोन 30° पासून 45° बदलण्यास 12 मिनीटे लागतात या नंतर ती कार मनो-याच्या पायथ्याला पोहचण्यास किती वेळ लागेल .
- 9) 30मी उंचीची शिडी भिंतीला टेकविली असता जमीनीसी 30° चा कोन होतो . शिडीचे पाय स्थिर ठेवून ती शिडी विरुद्ध बाजूच्या भिंतीला टेकविल्यास जमीनीसी 60° चा कोन करतो तर त्या दोन भिंतीमधील अंतर किती?

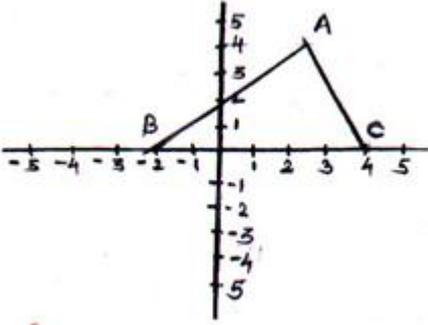


13.1 सहनिर्देशक भूमिती (Co-ordinate Geometry)

CARD - 1

1] एक गुणाचे प्रश्न

- 1) डोंगर मध्यापर्यंत सरळ रस्ता का असू शकत नाही?
- 2) समांतर सरळ रेषेचे चढ समान का असतात?
- 3) $(\cos\theta, -\sin\theta)$ $(\sin\theta, \cos\theta)$ या बिंदूच्या जोडीमधील अंतर काढा.



- 4) आकृतीमधील त्रिकोणाच्या शिरोबिंदू A, B, C चे सहनिर्देशक लिहा.
- 5) जर $(0, 0)$, $(3, \sqrt{3})$ आणि $(3, K)$ हे त्रिकोणाच्या शिरोबिंदूचे सहनिर्देशक असतील तर K ची किंमत काढा.
- 6) चढ $\frac{1}{2}$ आणि y आंतर छेद -3 असलेले रेषेचे समीकरण काढा.



13.2 सहनिर्देशक भूमिती (Co-ordinate Geometry)

CARD - 2

- 1) $(-4, 5)$ आणि $(-12, 3)$ या बिंदूतून जाणारा रेषांचा चढ काढा .
- 2) आरंभ बिंदू आणि बिंदू $(-6, 8)$ या मधील अंतर काढा .
- 3) दोन बिंदू $(3, 1)$ आणि $(0, x)$ या मधील अंतर 13 असेल तर x ची किंमत काढा .
- 4) बिंदू $P(2, -1)$ हा $(a, 7)$ आणि $(-3, a)$ या बिंदूपासून समान अंतरावर आहेत तर 'a' ची किंमत काढा .
- 5) त्रिकोणाच्या शिरोबिंदूंचे सहनिर्देशक $(3, 10)$ $(5, 2)$ आणि $(14, 12)$ आहेत तर त्रिकोणाची परिमिती काढा .
- 6) सिद्ध करा की बिंदू $A(1, -3)$ $B(-3, 0)$ आणि $C(4, 1)$ हे समद्विभुज त्रिकोणाचे शिरोबिंदू आहेत .
- 7) $(-5, 4)$ वर्तुळ मध्य असणारी आणि $(-7, 1)$ बिंदूतून जाण-या वर्तुळाची त्रिज्या काढा .
- 8) $(-5, -3)$, $(1, -11)$, $(7, -6)$, $(1, 2)$ हे सहनिर्देशक समांतरभुज चौकोनाचे शिरोबिंदू आहेत असे सिद्ध करा .
- 9) खाली त्रिकोणाच्या शिरोबिंदूंचे सहनिर्देशक दिले आहेत तर त्रिकोणांचे प्रकार ओळखा .
 - i) $(2, 1)$ $(10, 1)$ $(6, 9)$
 - ii) $(1, 6)$ $(3, 2)$ $(10, 8)$
 - iii) $(3, 5)$ $(-1, 1)$ $(6, 2)$
 - iv) $(3, -3)$ $(3, 5)$ $(11, -3)$
- 10) $(8, 4)$, $(9, 5)$ आणि $(0, 5)$ शिरोबिंदू असणारा त्रिकोण हा समद्विभुज त्रिकोण आहे असे दाखवा .

- 11) $A(-3,-2)$, $B(5,-2)$, $C(9,3)$, $D(1,3)$ हे बिंदू चौकोनाचे शिरोबिंदू आहेत असे सिद्ध करा .
- 12) कोणत्या गुणोत्तरामध्ये $(-2,3)$ हा बिंदू $(-3,4)$ आणि $(4,9)$ या बिंदूना जोडणा-या रेषाखंडाना विभागतो?
- 13) $C(1,1)$ हा बिंदू $A(-2,7)$ आणि B ला जोडणा-या रेषाखंडाला $3:2$ गुणोत्तरात विभागतो तर B चे सहनिर्देशक काढा .
- 14) $(-3,10)$ आणि $(6,-8)$ बिंदूना जोडणा-या रेषाखंडाच्या मध्यबिंदूचे सहनिर्देशक काढा .



13.3 सहनिर्देशक भूमिती (Co-ordinate Geometry)

CARD - 3

दोन गुणांचे प्रश्न

- 1) जर $A(-2, 5)$, $B(1, -3)$ आणि $C(a, b)$ हे समद्विभुज $\triangle ABC$ चे शिरोबिंदू असतील आणि $BC = AC$ असेल तर सिद्ध करा. $6a - 16b + 19 = 0$
- 2) एका वर्तुळाचा मध्य $(x, 5x+3)$ असून वर्तुळ $(7, 15)$ या बिंदूतून जाते. जर वर्तुळाचा व्यास 10 एकक असेल तर 'x' ची किंमत काढा.
- 3) $(0, -3)$, $(1, 2)$ आणि $(3, -1)$ हे एका त्रिकोणाचे शिरोबिंदू असतील तर त्रिकोणाच्या परिमध्याचे सहनिर्देशक काढा.
- 4) $A(-3, 3)$, $B(-1, -1)$ आणि $C(2, -7)$ हे बिंदू एकरेषीय आहेत का? पडताळा.
- 5) $3x - 7 = -y$ या रेषेचे $A(2, 1)$ व $B(5, -8)$ हे बिंदू त्रिभाजक आहेत पडताळा.

तिन गुणांचे प्रश्न

- 1) बिंदू $(-1, K)$ हा $(-3, 10)$ आणि $(6, -8)$ बिंदूने जोडणा-या रेषाखंडाला दुभागतो. तर गुणोत्तर काढा. K ची किंमत काढा.
- 2) समांतरभुज चौकोनाचे तीन क्रमवार शिरोबिंदू $A(1, 2)$, $B(2, 3)$ आणि $C(8, 5)$ आहेत. चौथा शिरोबिंदू काढा. [सूचना : समांतरभुज चौकोनाचे कर्ण एकमेकांना दुभागतात.]
- 3) सरळरेषा APB ही x अक्षाला A बिंदूत व y अक्षाला B बिंदूत छेदते P(-4, -2) हा बिंदू असा आहे की $AP:PB = 3:2$ असेल तर A आणि B बिंदूचे सहनिर्देशक काढा.
- 4) $A(2, 3)$ आणि $B(6, -5)$ जोडणारा रेषाखंड AB हा x अक्षाला K बिंदूत छेदतो तर
 - a) K बिंदूचे सहनिर्देशक काढा.
 - b) त्यामुळे K बिंदू AB रेषाखंड कोणत्या गुणोत्तरात विभागतो ते शोधा.
- 5) K च्या कोणत्या किंमतीसाठी $(K, 6)$ आणि $(3, -K)$ हे बिंदू $9x + 4y = 3$ या रेषेच्या मध्यावर येतील?



13 सहनिर्देशक भूमिती (Co-ordinate Geometry)

CARD - 1,2,3

बहुपर्यायी प्रश्न

- 1) गणिताची कोणती शाखा भूमितीला बीजगणिताप्रमाणे वागविते .
 A) भौमितीक बीजगणित B) बैजीक भूमिती
 C) सहनिर्देशक भूमिती D) वरील तिन्ही
- 2) सरळ रेषा आलेखाने X अक्षाच्या धन दिशेला केलेल्या कोनास . . . म्हणतात .
 A) उतरण B) चढन C) उच्चपातलीतील कोन D) निच्वपातलीतील कोन
- 3) खालील कोणत्या बाबतीत इमारतीच्या जीन्याचा चढ जीना चढण्याचा ताण कमी करतो .
 A) चढ = 0.34 B) चढ = 1 C) चढ = 1.65 D) चढ = M
- 4) सरळरेषेचा चढ M = . . .
 A) $\tan\theta$ B) $\sin\theta$ C) $\cos\theta$ D) $\cot\theta$
- 5) सरळरेषेच्या चढावाचे मान . . .
 A) $\frac{X \text{ निर्देशकातील फरक}}{Y \text{ निर्देशकातील फरक}}$ B) $\frac{Y \text{ निर्देशकातील फरक}}{X \text{ निर्देशकातील फरक}}$
 C) $\frac{X \text{ निर्देशक}}{Y \text{ निर्देशक}}$ D) $\frac{Y \text{ निर्देशक}}{X \text{ निर्देशक}}$
- 6) सरळरेषेच्या चढावाचे मान म्हणजे सरळरेषेचा . . . असतो
 A) लांबी B) चढ C) उतरण D) चढण
- 7) (X_1, Y_1) व (X_2, Y_2) या बिंदूतून जाणा-या सरळरेषेचा चढ = . . .
 A) $\frac{x_1 - x_2}{y_1 - y_2}$ B) $\frac{x_1 - y_1}{x_2 - y_2}$ C) $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ D) $\frac{y_2 - x_2}{y_1 - x_1}$
- 8) समांतर रेषांचे चढ . . . असतात .
 A) समान पण विरुद्ध B) असमान C) समान D) लंब

- 9) परस्पराशी लंब असणा-या दोन सरळ रेषांच्या चढांचा गुणाकार = . . .
 A) 0 B) 1 C) -1 D) उत्तर नाही
- 10) जर सरळरेषेच्या उत्तरणीचा कोन 60^0 असेल तर रेषेचा चढ . . .
 A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B) 1 C) ND D) $\sqrt{3}$
- 11) (5, -2) व (4, 5) या बिंदूना जोडणा-या सरळ रेषांचा चढ = . . .
 A) 7 B) -7 C) 3 D) $\frac{7}{4}$
- 12) जर दोन सरळ रेषेच्या चढांचा गुणाकार -1 येतो तर त्या सरळरेषा . . . असतात.
 A) समांतर B) लंब C) समान D) असमान
- 13) जर PQ या सरळरेषेचा चढ = Z आणि RS सरळरेषेचा चढ = Z असेल तर त्या दोन सरळ रेषा . . .
 A) समांतर B) लंब C) समान D) असमान
- 14) जर सरळ रेषेचा चढ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ असेल तर सरळरेषेच्या उत्तरणीचा कोन = . . .
 A) 30^0 B) 45^0 C) 60^0 D) 90^0

एक गुणांचे प्रश्न

- 1) सरळरेषेचा चढ म्हणजे काय?
- 2) $m = \tan\theta$ याचा अर्थ काय?
- 3) सरळ रेषेच्या चढाचे मान म्हणजे काय?
- 4) सरळ रेषेच्या उत्तरणीचा कोन 45^0 असेल तर चढ काढा.
- 5) जर सरळरेषेचा चढ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ असेल तर रेषेच्या उत्तरणीचा कोन काढा.
- 6) (0, -8) व (-4, 0) या बिंदूना जोडणा-या सरळरेषेचा चढ काढा.
- 7) सरळरेषेचे मध्यबिंदू सूत्र लिहा.



14.1 वर्तुळ (Circle)

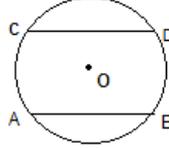
CARD - 1

[बहुपर्यायी प्रश्न]

1) जेव्हा 'ज्या' ची लांबी वाढते तेव्हा तिचे मध्यापासूनचे लंब अंतर

- A) शून्य B) कमी होते C) वाढत जाते D) बदलत नाही

2) आकृतीत $AB = CD = 8\text{cm}$, AB ज्या चे O मध्यापासूनचे लंब अंतर 3cm असेल तर CD ज्याचे O पासूनचे लंब अंतर



- A) 5cm B) 8cm C) 3cm D) 6cm

3) वर्तुळास फक्त एका बिंदूत स्पर्श करणा-या सरळ रेषेला म्हणतात .

- A) स्पर्शिका B) ज्या C) छेदिका D) त्रिज्या

4) वर्तुळास दोन बिंदूत छेदणा-या सरळ रेषेला म्हणतात .

- A) स्पर्शिका B) छेदिका C) व्यास D) त्रिज्या

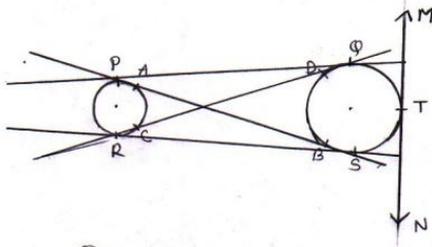
5) परस्परांना बाह्य स्पर्श करणा-या दोन वर्तुळांच्या मध्यातील अंतर = $d = \dots\dots\dots$

- A) $R+r$ B) $R-r$ C) $2R$ D) $2r$

6) परस्परांना आंतरस्पर्श करणा-या दोन वर्तुळांच्या मध्यातील अंतर = $d = \dots\dots\dots$

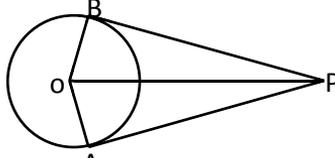
- A) $2R$ B) $2r$ C) $R+r$ D) $R-r$

7) आकृतीत वर्तुळांना काढलेल्या एकूण स्पर्शिकांची संख्या



- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

8)



आकृतीत PA व PB या P या बाह्य बिंदूतून वर्तूलास काढलेल्या स्पर्शिका आहेत. जर PA = 8cm तर PB =

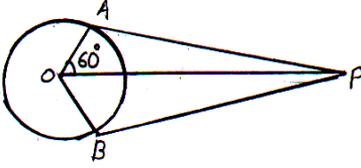
A) 6cm

B) 10cm

C) 8cm

D) 7cm

9) आकृतीत जर LAOP = 60° तर LBOP =



A) 90°

B) 60°

C) 30°

D) 80°

10) अर्धवर्तूळखंडातील कोनाचे माप

A) लघुकोन

B) विशालकोन

C) काटकोन

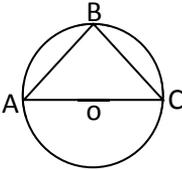
D) सरलकोन

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

11) बाह्यसामाईक स्पर्शिका म्हणजे काय?

12) आंतरसामाईक स्पर्शिका म्हणजे काय?

13)



आकृतीत AC हा व्यास असून LBAC = 45° आहे तर इतर कोन शोधा.

14) 5cm व 3cm त्रिज्या असणारी दोन वर्तूले एकमेकांना बाह्यस्पर्श करतात. तर त्यांच्या वर्तूळ मध्यातील अंतर किती?

15) 5cm व 3cm त्रिज्या असणारी दोन वर्तूले एकमेकांना आंतरस्पर्श करतात. तर त्यांच्या वर्तूळ मध्यातील अंतर किती?

दोन मार्कांचे स्रोपे प्रश्न

- 16) 4cm त्रिज्येचे वर्तुल काढा . वर्तुलात 6cm लांबीची ज्या काढा .
- 17) 4cm त्रिज्येचे वर्तुल काढा आणि वर्तुलावरील कोणत्याही बिंदूतून स्पर्शिका काढा .
- 18) 4.5cm त्रिज्येच्या वर्तुलात परस्परसंधी 70° चा कोन करणा-या दोन त्रिज्या काढा . त्रिज्येच्या मध्य नसणा-या अंत्य बिंदूतून स्पर्शिका काढा .
- 19) 4.5cm त्रिज्येच्या वर्तुलात 7cm लांबीची PQ ज्या काढा . आणि ज्या च्या अंत्य बिंदूतून वर्तुलास स्पर्शिका काढा .
- 20) 4.5cm त्रिज्येचे वर्तुल काढा वर्तुलात मध्याच्या एकाच अंगास 5cm समान लांबीच्या दोन ज्या काढा . आणि 'ज्या' च्या अंत्य बिंदूतून स्पर्शिका काढा .
- 21) 6cm त्रिज्येचे वर्तुल काढा वर्तुलमध्यापासून 10cm अंतरावर असणा-या बाह्य बिंदूतून वर्तुलास स्पर्शिका काढा . स्पर्शिकेची लांबी मोजा . गणिताने पडताला .
- 22) 3.5cm त्रिज्या असणा-या वर्तुलास वर्तुलपरिघापासून 3.5cm अंतरावर असणा-या बाह्य बिंदूतून दोन स्पर्शिका काढा .
- 23) वर्तुल मध्यातील अंतर 7cm असणारे 4.5cm आणि 2.5cm त्रिज्येचे दोन वर्तुल काढा .

स्रोपे प्रश्न [3 गुणांचे प्रश्न]

- 24) 4cm आणि 2cm त्रिज्येच्या वर्तुलमध्यातील अंतर 8cm आहे तर सामाईक बाह्य स्पर्शिका काढा . स्पर्शिकेची लांबी मोजा आणि सुत्राने पडताला .
- 25) 6cm आणि 2cm त्रिज्येच्या दोन वर्तुलमध्यातील अंतर 8cm आहे तर सामाईक आंतर स्पर्शिका काढा .
- 26) 2.5cm त्रिज्येच्या दोन एकरूप वर्तुलमध्यातील अंतर 8cm आहे तर सामाईक अंतर स्पर्शिका काढा .

- 27) 3cm त्रिज्येच्या दोन एकरूप वर्तुलमध्यातील अंतर 10cm आहे तर सामाईक बाह्य स्पर्शिका काढा .
- 28) जर दोन वर्तुले एकमेकाना स्पर्श करत असतील तर त्यांचे वर्तुलमध्य आणि स्पर्श बिंदू एकरेषीय असतात असे सिद्ध करा .
- 29) वर्तुलाला बाह्य बिंदुतून काढलेल्या स्पर्शिका
- समान असतात
 - वर्तुल मध्याशी समान कोन अंतरीत करतात .
 - वर्तुलमध्य आणि बाह्यबिंदू सांधणा-या रेषेशी समान कोन अंतरीत करतात असे सिद्ध करा .



14.2 वर्तुळ (Circle)

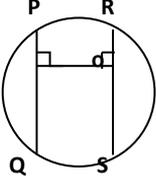
CARD - 2

बहुपर्यायी प्रश्न

1) सर्वात मोठी ज्या आणि वर्तुळमध्यातील अंतर.....

- A) शून्य B) शून्येतर C) वाढते D) कमी होते

2)

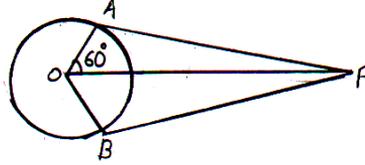


आकृतीमध्ये जीवा PQ व RS हे वर्तुळ मध्यापासून समान अंतरावर आहेत. जर PQ = 6cm तर RS =.....

- A) 5cm B) 6cm C) 8cm D) 3cm

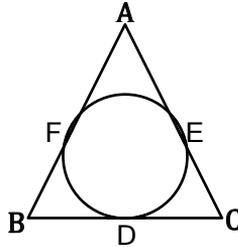
3) आकृतीमध्ये LAOP = 60° तर LAPO =

- A) 60° B) 50° C) 90° D) 30°



4) आकृतीमध्ये AB = 12cm, BC = 5cm तर AE =.....

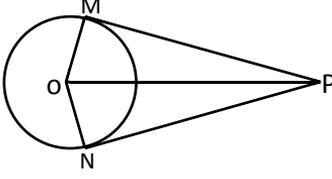
- A) 5cm B) 6cm C) 7cm D) 12cm



5) दोन वर्तुळांच्या मध्यातील अंतर 2.5cm आणि लहान वर्तुळाची त्रिज्या 1.5cm आहे तर स्पर्शिकेची लांबी किती

- A) 3cm B) 4cm C) 5cm D) 2cm

6)

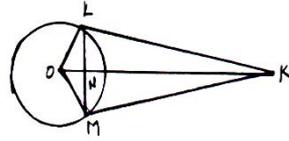
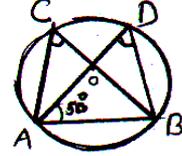


आकृतीमध्ये $\angle MPO = 35^\circ$ तर $\angle NOP = \dots\dots$

7)



आकृतीमध्ये $\angle AOP = 55^\circ$ तर $\angle AOB = ?$

8) आकृतीमध्ये $\angle NLO = 25^\circ$ तर $\angle LKN = ?$ 9) आकृतीमध्ये $\angle ACB = 60^\circ$, $\angle APB = 50^\circ$ तर $\angle ABD = ?$ 

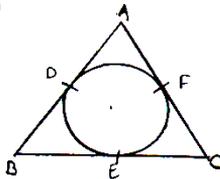
10) 3cm, 4cm आणि 5cm त्रिज्या असणारे तीन वर्तुळे परस्पराना बाह्यस्पर्श करतात. तर त्रिकोणाची परिमीती काढा.

साधे प्रश्न [दोन गुणांचे]

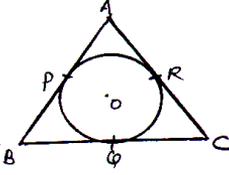
11) वर्तुळाचे वर्तुळ मध्य सांधून बनलेल्या त्रिकोणाच्या बाजू अनुक्रमे 7cm, 8cm आणि 9cm असून ती वर्तुळे एकमेकांना बाह्य स्पर्श करतात तर वर्तुळाच्या त्रिज्या काढा.

12) 5.5cm त्रिज्येच्या वर्तुळाला वर्तुळापासून (परीघापासून) 3.5cm वरील बिंदूतून एक स्पर्शिका काढा.

13) दिलेल्या $\triangle ABC$ मध्ये $AB = 12\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, $AC = 10\text{cm}$ आहे. तर AF, BD व CE शोधा.



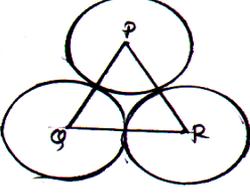
- 14) 3.5cm त्रिज्येच्या वर्तुळाला परस्परसंलंब असणारे दोन व्यास काढा. व्यासांच्या टोकातून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा.
- 15) 3cm त्रिज्येच्या वर्तुळाला परस्परात 30° चा कोन करणा-या दोन स्पर्शिका काढा.
- 16) आकृतीत AB, BC व AC या बाजूचा O मध्य असलेल्या वर्तुळाला P, Q व R मध्ये स्पर्श करतात तर ΔABC ची परिमीती $= 2(AP+BQ+CR)$ असे सिद्ध करा.



- 17) 5.5cm त्रिज्येच्या वर्तुळाला वर्तुळापासून 3.5cm अंतरावरील बिंदूतून स्पर्शिका काढा.
- 18) 2cm व 4cm त्रिज्येच्या समकेंद्र वर्तुळाना मध्यापासून 8cm अंतरावरील बिंदूतून दोन स्पर्शिका काढा.

सामान्य प्रश्न [तिन आणि चार गुणांचे प्रश्न]

- 19) 4.5cm त्रिज्यांच्या परस्परांस बाह्यस्पर्श करणा-या वर्तुळांना समाईक बाह्य स्पर्शिका काढा.
- 20) 5cm व 3cm त्रिज्यांच्या वर्तुळमध्यातील आंतर 5cm असणा-या वर्तुळांना समाईक बाह्य स्पर्शिका काढा.
- 21) 4.5cm आणि 2.5cm त्रिज्येची परस्परांस बाह्य स्पर्श करणारी दोन वर्तुळे काढून त्यांना समाईक आंतर स्पर्शिका काढा.
- 22) 4cm आणि 3cm त्रिज्यांच्या वर्तुळ मध्यातील अंतर 10cm आहे. यांना समाईक आंतर स्पर्शिका काढा. स्पर्शिकेची लांबी मोजून पडताळा.



23) आकृतीत P आणि Q हे अनुक्रमे 9cm व 2cm त्रिज्यांचे मध्य आहेत . जर $LPRQ = 90^\circ$ आणि $PQ = 17$ cm तर R मध्य असलेल्या वर्तुळाची त्रिज्या काढा .

24) बाह्यबिंदूतून वर्तुळाला काढलेल्या स्पर्शिका हया

i) समान असतात ii) मध्याशी समान कोन आंतरीत करतात

iii) वर्तुळमध्य आणि बाह्यबिंदू सांधणा-या रेषेसी समान कोन आंतरीत करतात, असे सिद्ध काढा .

25) परस्परान्न स्पर्श करणा-या वर्तुळांचे मध्य आणि स्पर्श बिंदू एकरेषीय असतात असे सिद्ध काढा .

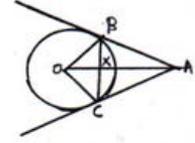
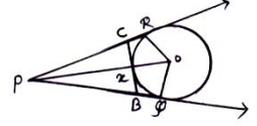


14.3 वर्तुळ (Circle)

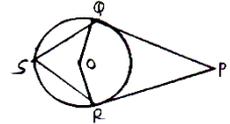
CARD - 3

(बहुपर्यायी प्रश्न)

- 1) 5cm आणि 3cm त्रिज्यांच्या वर्तुळ मध्यातील अंतर 2cm असेल तर ती वर्तुळे परस्परांस
 A) आंतरस्पर्श करतात B) बाह्यस्पर्श करतात
 C) छेदतात D) यापैकी नाही
- 2) आकृतीत O मध्ये असलेल्या वर्तुळाच्या PQ, PR आणि BC या स्पर्शिका आहेत.
 PQ=8cm PB=5cm आणि BX=...
 A) 8cm B) 5cm C) 3cm D) 2cm
- 3) आकृती मध्ये $\angle BOX = 65^\circ$ तर $\angle BAO = \dots$
 A) 25° B) 35° C) 45° D) 55°
- 4) आकृतीत O वर्तुळमध्य $OX \perp PQ$, $OX = 4cm$ आणि त्रिज्या 5cm असेल तर PQ 'ज्या' ची लांबी



- A) 5cm B) 4cm C) 6cm D) 10cm
- 5) आकृतीत O मध्ये असलेल्या वर्तुळाच्या PQ व PR चा स्पर्शिका असून $\angle QOR = 110^\circ$ तर $\angle QPR = \dots$
 A) 60° B) 70° C) 50° D) 55°



[दोन गुणांचे प्रश्न]

- 6) 13cm आणि 5cm त्रिज्येची दोन समकेंद्र वर्तुळे आहेत. लहान वर्तुळाची स्पर्शिका असणा-या मोठ्या वर्तुळाच्या जीवेची लांबी काढा.
- 7) 3.5cm त्रिज्येच्या वर्तुळात 80° चा केंद्रस्थ कोन काढा आणि त्याच कंसाने अंतरीत केलेला परिघस्त कोन काढा. परिघावरील बिंदूतून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा आणि त्या छेदण्यासाठी वाढवा. तुम्हास काय दिसते?

15.1 मापने (Mesuration)

CARD - 1

बहुपर्यायी प्रश्न

1) घन वृत्तचितीचे उदाहरण.....

A) वृत्तचितीच्या आकाराची पाईप

B) वृत्तचितीच्या आकाराची टाकी

C) रोड रोलर

D) काचेचा कप

2) वृत्तचितीमध्ये असणा-या समांतर प्रतलांची संख्या.....

A) 0

B) 1

C) 2

D) 4

3) आयताची एक बाजू स्थिर ठेवून त्याभोवती आयत फिरवल्यास तयार होणा-या घनाकृतीचे नांव .

A) शंकू

B) वृत्तचिती

C) पिचॅमिड

D) गोल

4) तलाची त्रिज्या r व लंबाची h असणा-या वृत्तचितीचे पार्श्वपृष्ठफल L.S.A.=.....A) $\pi r h$ B) $2\pi r h$ C) $4\pi r h$ D) $\pi r^2 h$

5) बंद तल असणा-या पोकळ वृत्तचितीचे पृष्ठफल T.S.A.=.....

A) $\pi r h$ B) $2\pi r(h + r)$ C) $2\pi r h + \pi r^2$ D) $2\pi r h + 2\pi r^2$

6) तलाची त्रिज्या 15cm व 10cm असणा-या वृत्तचितीचे पार्श्वपृष्ठफल =.....चौ.सें.मी.

A) 440

B) 220

C) 880

D) 1760

7) एका वृत्तचितीचे एकूण पृष्ठफल व पार्श्वपृष्ठफल यांचे गुणोत्तर 4:3 आहे तर

A) $r = 3h$ B) $h = 3r$ C) $r+h = 3$ D) $r-h = 3$

हे लक्षात ठेवा

घनाकृती	पार्श्वपृष्ठफल L.S.A. ची . एकक	संपुर्ण पृष्ठफल T.S.A. ची . एकक	घनफल Volume घन एकक
वृत्तचिती	$2\pi rh$	$2\pi r(r + h)$	$2\pi r^2 h$
शंकू	πrl	$\pi r(r + l)$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$
अर्धगोल	$2\pi r^2$	$3\pi r^2$	$\frac{2}{3}\pi r^3$
गोल		$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$

I] खालील तक्त्यामध्ये वृत्तचितीच्या तळाची त्रिज्या आणि उंची दिली आहे . त्यावरून वृत्तचितीचे पार्श्वपृष्ठफल व संपुर्ण पृष्ठफल आणि घनफल काढा .

अ. नं.	उंची h cm	त्रिज्या r cm	पार्श्वपृष्ठफल L.S.A. ची . एकक	संपुर्ण पृष्ठफल T.S.A. ची . एकक	घनफल Volume घन एकक
1	7	2			
2	14	3			
3	7	3			
4	14	2			
5	21	3.5			
6	14.7	5			
7	15.4	2.5			

II] खालील तक्त्यात वृत्तचितीची उंची (h) आणि तळाचा व्यास (d) दिलेला आहे . त्यावरून वृत्तचितीचे

पार्श्वपृष्ठफल , पृष्ठफल आणि घनफल काढा .

प्रश्न क्रमांक	उंची h cm	व्यास d cm ²	पार्श्वपृष्ठफल L.S.A. cm ²	पृष्ठफल T.S.A. cm ²	घनफल Volume cm ²
1	35	14			
2	14.7	6			
3	30	10			
4	21	12			
5	42	8.2			
6	22.4	6.6			

- III] एका वृत्तचितीचे पार्श्वपृष्ठफल 1320 चौ.सेमी. आणि उंची 7cm आहे. तर वृत्तचितीच्या तळाची त्रिज्या काढा.
- 2) तळाचा व्यास 20cm व संपूर्ण पृष्ठफल 1320 cm^2 असलेल्या वृत्तचितीची उंची काढा.
- 3) एका वृत्तचितीचे घनफल 1320m^3 आणि उंची 14m आहे तर वृत्तचितीच्या तळाची त्रिज्या काढा.

शंकू [CONE]

- I] शंकूची तिरकस उंची आणि तळाची त्रिज्या खाली दिली आहे त्यावरून शंकूचे L.S.A., T.S.A. आणि घनफल काढा.

	1	2	3	4	5
तिरकस उंची cm	10	14	8	14.7	23.8
तळाची त्रिज्या cm	7	14	3.5	5	10.5

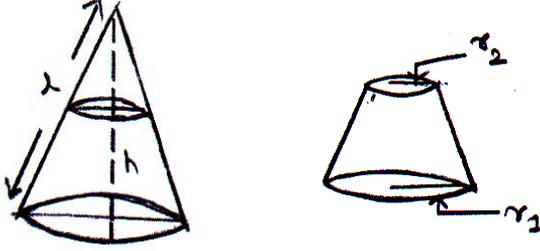
- II] शंकूची तिरकस उंची आणि तळाचा व्यास खाली दिला आहे त्यावरून शंकूचे L.S.A., T.S.A. आणि घनफल काढा.

	1	2	3	4	5
तिरकस उंची cm	14	21	35	16	32
व्यास cm	14	28	14	10	16

- III]1) एका शंकूच्या तळाची त्रिज्या 7cm आणि वक्रपृष्ठफल 176cm^2 आहे. तर त्याची तिरकस उंची काढा.
- 2) शंकूचे वक्रपृष्ठफल $60\pi\text{cm}^2$ आहे. जर तिरकस उंची 8cm असेल तर तळाची त्रिज्या काढा.

3) शंकूचे घनफल 2310c.c. असून उंची 20cm आहे तर त्रिज्या काढा.

फ्रस्टम (Frustum)



हे लक्षात ठेवा

शंकूच्या तळाशी समांतर असणा-या प्रतलाने शंकू कापून तयार झालेल्या तळाकडील घन पदार्था ला फ्रस्टम असे म्हणतात.

$$L.S.A. = \pi(r_1 + r_2)l \text{ चौ.ए.}$$

$$\text{जेव्हा } l = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2} \text{ एकक}$$

$$T.S.A. = \pi[(r_1 + r_2)l + r_1^2 + r_2^2] \text{ चौ.ए.}$$

$$\text{घनफल} = \frac{1}{3}\pi(r_1^2 + r_2^2 + r_1r_2)h \text{ घ.ए.}$$

गोल आणि अर्धगोल [Sphere and Hemisphere]

हे लक्षात ठेवा

1) गोलाचे वक्रपृष्ठफल $C.S.A = 4\pi r^2$ चौ.ए.

2) अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफल $C.S.A = 2\pi r^2$ चौ.ए.

3) अर्धगोलाचे संपूर्ण पृष्ठफल $T.S.A. = 3\pi r^2$ चौ.ए.

4) गोलाचे घनफल $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ घ.ए.

5) अर्धगोलाचे घनफल $V = \frac{2}{3}\pi r^3$ घ.ए.

I] खालील त्रिज्यांच्या गोलाचे वक्रपृष्ठफल काढा .

- A) 14cm B) 2.8cm C) 6.3cm
D) 21cm E) 2.1cm F) 7cm

II] खालील त्रिज्यांच्या अर्धगोलाचे संपूर्ण पृष्ठफल काढा .

- A) 7cm B) $\frac{7}{22}$ cm C) 7.5cm

III] खाली दिलेल्या त्रिज्यांच्या अर्धगोलाचे वक्रपृष्ठफल आणि घनफल काढा .

- A) 14cm B) 2.1cm C) 7cm

VI] खाली दिलेल्या त्रिज्यांवरून गोलाचे घनफल काढा .

- A) 7cm B) 30cm C) 2.1cm



15.2 मापने (Mesuration)

CARD - 2

कृपया लक्ष घ्या

❖ Card-I संपल्या नंतर खालील उदाहरणे सोडवावीत .

❖ पाठ्यपुस्तकातील उदाहरणे प्रथम करावी नंतर ही करावीत .

- 1) 4.3cm त्रिज्येच्या धातूचा गोल वितळून त्यापासून 6cm त्रिज्येची वृत्तचिती बनविली तर त्या वृत्तचितीची उंची किती?
- 2) 6cm, 8cm आणि 10cm त्रिज्यांचे धातूचे गोल वितळून एक गोल तयार केला तर त्याची त्रिज्या काय असेल .
- 3) 12cm उंचीच्या धातूच्या शंकूची तळाची त्रिज्या 3cm आहे . हा शंकू वितळून गोल तयार केला तर त्या गोलाची त्रिज्या काढ .
- 4) 10cm उंची व 5cm त्रिज्या असणा-या दोन वृत्तचित्या एकमेकावर ठेवल्या तर तयार होणा-या वृत्तचितीचे संपूर्ण पृष्ठफल काढ .
- 5) धातूच्या गोलाचा व्यास 10cm आहे . हा गोल वितळून 0.2cm व्यासाची तार तयार केली तर त्या तारेची लांबी काय असेल .
- 6) आतल्या आत 30cm व्यासाच्या अर्धगोलाकार भांड्यात द्रव पदार्थ भरला आहे . हा द्रव पदार्थ 3cm त्रिज्या व 6cm उंची असणा-या वृत्तचिती आकृती बाटलीतून भरला पाहिजेत तर किती बाटल्या लागतील?
- 7) एका फ्रस्टमच्या तळाचा आणि माथ्याचा व्यास अनुक्रमे 40cm आणि 30cm आहे . त्याची खोली 60cm असेल तर T.S.A. आणि L.S.A. काढ .
- 8) फ्रस्टम आकाराच्या बादलीची उंची 28cm असून तळाची व माथ्याची त्रिज्या अनुक्रमे 28cm आणि 7cm आहे . तर त्या बादलीची क्षमता काढ .



15.3 मापने (Mesuration)

CARD - 3

- 1) r त्रिज्येच्या अर्धगोलाकार पाणी भरलेल्या भांड्यात $\left(\frac{r}{2}\right)$ त्रिज्येचा घनाकृती गोल टाकल्यास काही पाणी उत्सर्जित होते. तर भांड्यात असलेल्या पाण्याचे घनफल $\frac{\pi r^3}{2}$ घन एकक असल्याचे सिद्ध करा.
- 2) 36cm व्यासाच्या अर्धगोलाकार भांड्यात असलेला द्रव पदार्थ वृत्तचिती आकाराच्या 3cm त्रिज्या व 6cm उंचीच्या बाटलीतून भरावयाचे आहे. तर भांडे रिकामे करण्यास किती बाटल्या लागतील.
- 3) एका सर्कसचा तंबू 3मीटर उंची पर्यंत वृत्तचिती आकाराचा असून त्यावर शंकू आकाराचा आहे. जर पायाचा व्यास 105 मीटर असून शंकू आकाराची तिरकस उंची 53मीटर आहे. तर तंबू तयार करण्यासाठी लागणारे कॅनवास किती असेल.
- 4) एक लाकडाचे खेळणे असे आहे की अर्धगोलावर लाकडाचा लंब वर्तुलाकार शंकू बसविलेला आहे.जर अर्धगोलाची त्रिज्या 4.2cm आणि संपूर्ण खेळण्याची उंची 10.2 cm असेल त्या लाकडी खेळण्याचे घनफल काढा.
- 5) एका अर्धगोलाकार वाटीवर एक पोकळ वृत्तचिती ठेवली आहे. अर्धगोलाचा व्यास 14cm आणि संपूर्ण पात्राची उंची 13cm असल्यास पात्राची क्षमता काढा.
- 6) लंब वृत्तचितीच्या एका टोकाला अर्धगोल आणि दुस-या टोकाला शंकू अशाप्रकारचे एक खेळणे आहे. त्यांचा सामाईक व्यास 4.2cm असून वृत्तचिती आणि शंकू आकाराच्या उंची अनुक्रमे 12cm व 7cm आहे.तर त्या खेळण्याचे घनफल काढा.
- 7) एका अर्धगोल खेळण्याला लंब वर्तुलाकार शंकूने व्यापले आहे.शंकूची उंची 2cm आणि तळाचा व्यास 4cm आहे.जर लंब वर्तुलाकार वृत्तचिती मध्ये ते खेळणे बसविलेले आहे.तर खेळणे व्यापून उरलेल्या जागेचे घनफल काढा.
- 8) एका वृत्तचिती आकाराच्या लाकडात दोन्ही टोकात अर्धगोलाकार कोरलेला आहे.जर या अर्ध गोलाकाराची व वृत्तचितीची त्रिज्या समान आहे.जर वृत्तचितीची उंची 10cm व त्रिज्या 3.5cm असेल तर बनविलेल्या वस्तूचे पृष्ठफल काढा.



15.1A प्रमाणित आराखडा (Scale Drawing)

CARD - 1

हे लक्षात घ्या .

- 1) त्रिकोणाचे क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ पाया X उंची चौ.ए.
- 2) आयताचे क्षेत्रफल = लांबी X रुंदी चौ.ए.
- 3) समांतरभूज चौकोनाचे क्षेत्रफल = पाया X उंची चौ.ए.
- 4) चौकोनाचे क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} d(h_1 + h_2)$ चौ.ए.
- 5) समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}(a + b)h$ चौ.ए.
- 6) चौरसाचे क्षेत्रफल = बाजू² चौ.ए.

1] खालील नोंदीवरून प्रमाणित आराखडा काढा .

1)

	C पर्यंत मिटरमध्ये	
	100	
	50	B कडे 30
	A पासून	

2)

	C पर्यंत मिटरमध्ये	
	100	
D कडे 40	70	
	50	B कडे 30
	A पासून	

3)

	C पर्यंत मिटरमध्ये	
	100	
D कडे 25	75	
	50	B कडे 25
E कडे 25	25	
	A पासून	

4)

	D पर्यंत मिटरमध्ये	
	120	
	90	C कडे 40
E कडे 50	60	
	30	B कडे 40
	A पासून	

5)

	C पर्यंत मिटरमध्ये	
	220	
D कडे 120	210	
	120	B कडे 200
E कडे 180	80	
	A पासून	

6)

	D पर्यंत मिटरमध्ये	
	200	
	150	C कडे 50
E कडे 100	100	
	50	B कडे 50
	A पासून	

7)

	D पर्यंत मिटरमध्ये	
	150	
E कडे 50	110	
	70	C कडे 30
F कडे 50	50	
	30	B कडे 30
	A पासून	

8)

	D पर्यंत मिटरमध्ये	
	160	
	115	C कडे 65
E कडे 70	85	
	60	B कडे 55
F कडे 50	35	
	A पासून	

9)

	E पर्यंत मिटरमध्ये	
	350	
D कडे 100	300	F कडे 150
C कडे 75	250	
	150	G कडे 100
B कडे 50	50	
	A पासून	

10)

	D पर्यंत मिटरमध्ये	
	225	
E कडे 90	175	
	125	C कडे 20
F कडे 60	100	
G कडे 15	80	
	60	B कडे 70
	A पासून	

शिक्षकांसाठी नम्र सूचना .

- 1) विद्यार्थ्यांना शक्यतो सोप्या आरेखणापासून कठीणतेच्या आरेखणाकडे न्या .
- 2) सामान्य व हुशार विद्यार्थ्यांकडून आराखड्याचे क्षेत्रफल काढण्याचे घोटवून घ्या .



15.1B प्रमाणित आराखडा (Scale Drawing)

CARD – 1, 2, 3

पुढील नोंदीवरून प्रमाणित आराखडा रचा व क्षेत्रफल काढा.

1)

	C पर्यंत मिटरमध्ये	
	70	
E कडे 25	60	
	35	B कडे 30
	A पासून	

2)

	C पर्यंत मिटरमध्ये	
	1200	D कडे 300
B कडे 200	700	
	500	E कडे 300
	A पासून	

3)

	D पर्यंत मिटरमध्ये
	200
C कडे 60	120
B कडे 80	70
	A पासून

4)

	D पर्यंत मिटरमध्ये	
	100	
E कडे 60	85	
F कडे 40	75	
	45	C कडे 55
	35	B कडे 35
	A पासून	

5)

	D पर्यंत मिटरमध्ये	
	350	
D कडे 100	300	F कडे 150
C कडे 75	250	
	150	G कडे 100
B कडे 50	50	
	A पासून	

6)

	D पर्यंत मिटरमध्ये	
E कडे 60	175	
	125	C कडे 20
F कडे 60	100	
G कडे 15	80	
	60	B कडे 70
	A पासून	



16.1 जालाकृती आणि बहुपृष्ठके

CARD - 1

- 1) बिंदूच्या सटातील दोन बिंदूंना जोडणा-या रेषाखंडास . . . म्हणतात . (ग्राफ)
- 2) ज्या बिंदूपासून कमीत कमी एक तरी मार्ग निघत असेल तर त्यास . . . म्हणतात . (पातबिंदू)
- 3) पातबिंदूंना जोडणा-या सरळ किंवा वक्र रेषांना . . . म्हणतात . (कंस)
- 4) कंसांनी मर्यादीत केलेल्या भागास . . . म्हणतात . (क्षेत्र)
- 5) एकच पातबिंदू असलेल्या कंसाला . . . म्हणतात . (कोंडी)
- 6) ग्राफ किंवा जालाकृती करीता युरलचे सूत्र $(N+R = A+2)$
- 7) पातबिंदूपासून काढलेल्या कंसाच्या संख्येला . . . म्हणतात . (पातबिंदूचा क्रम)
- 8) बहुपृष्ठकासाठी युरलचे सूत्र लिहा . $(F+V = E+2)$
- 9) ग्राफ प्रवाहीततेसाठी युरलच्या कसोट्या लिहा .

बहुपर्यायी प्रश्ने

- 1) बिंदूच्या सटातील दोन बिंदूंना जोडणा-या रेषाखंडाला . . . म्हणतात .

A) ग्राफ B) त्रिकोन C) चौकोन D) चौरस

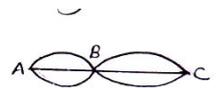
- 2) या आकृतीतील पातबिंदूंची संख्या

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5



- 3) या आकृतीमधील कंसाची संख्या

A) 3 B) 5 C) 6 D) 7



- 4) या ग्राफमधील क्षेत्रांची संख्या

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4



- 5) ग्राफ साठीचे युरलचे सूत्र

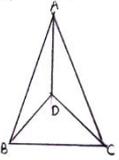
A) $N+A = R+2$ B) $R+A = N+2$ C) $N+R = A+2$ D) $N+R+A = 2$

- 6) ग्राफच्या प्रवाहीततेसाठीची कसोटी

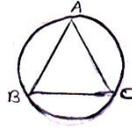
A) सर्व विषम पात बिंदू आहेत B) सर्व समपात बिंदू आहेत
C) कमीत कमी दोन विषम पात बिंदू आहेत D) कमीत कमी दोन सम पात बिंदू आहेत

- 7)  आकृतीमधील A च्या पातबिंदूंचा क्रम . . .
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4
- 8) नियमित बहुपृष्ठाकांची एकूण संख्या
 A) 5 B) 10 C) 15 D) 20
- 9) बहुपृष्ठाकासाठी युलरचे सूत्र . . .
 A) $N+R = A+2$ B) $N+A = R+2$ C) $F+V = E+2$ D) $F+E = V+2$
- 10) एका बहुपृष्ठाकातील पृष्ठाकांची आणि कडांची संख्या अनुक्रमे 8 आणि 18 आहेत तर शिरोबिंदूंची संख्या
 A) 10 B) 12 C) 14 D) 16

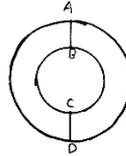
I] दिलेल्या ग्राफसाठी युलरचे सूत्र पडताळा .



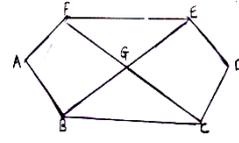
1)



2)



3)

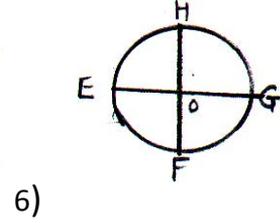
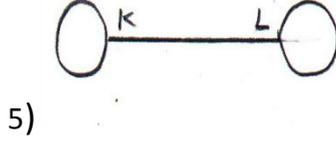
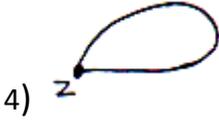
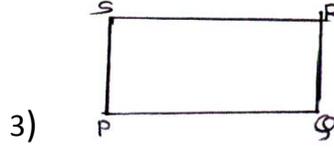
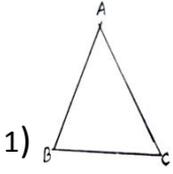


4)

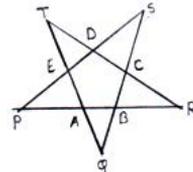
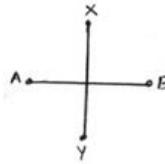
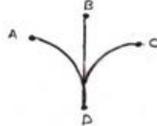
II] N, A, R या दिलेल्या किंमतीवरून ग्राफ काढा .

Sl.no	N	R	A
1	4	4	6
2	3	5	6
3	3	4	5
4	1	2	1
5	5	5	8
6	2	3	3
7	4	2	4
8	7	5	10

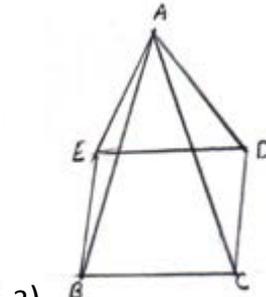
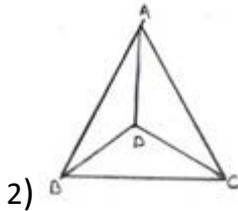
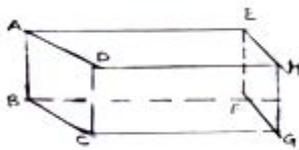
III] खालील ग्राफमधील प्रत्येक पातबिंदूचा क्रम आणि प्रकार सांगा.



IV] खालील ग्राफची प्रवाहितता तपासा.



V] खालील घनाकृतीसाठी युरलचे सूत्र पडताळा.



4) चतुःसमपृष्ठक

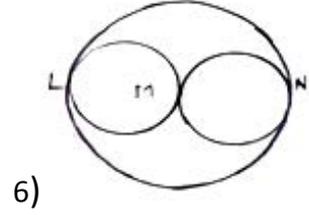
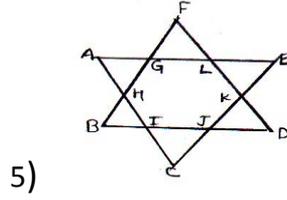
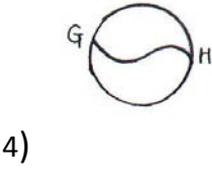
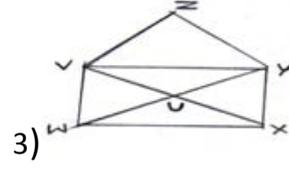
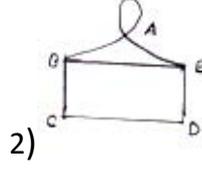
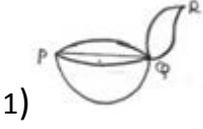
5) षटकोनी तळाचा लोलक



16.2 जालाकृती आणि बहुपृष्ठके

CARD - 2

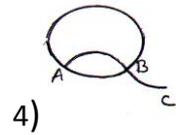
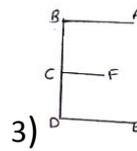
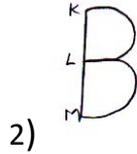
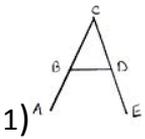
I] ग्राफसाठी युरलचे सुत्र पडताळ



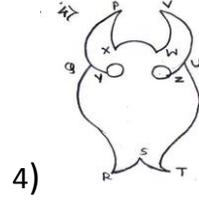
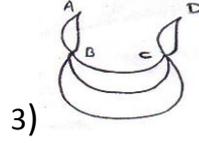
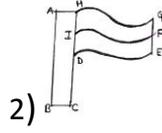
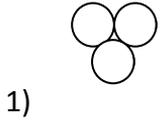
II] N, R, A या किंमतीवरून ग्राफ काढा.

Sl.no	N	A	R
1	4	7	5
2	3	6	5
6	3	4	3
4	6	10	6
5	5	7	4

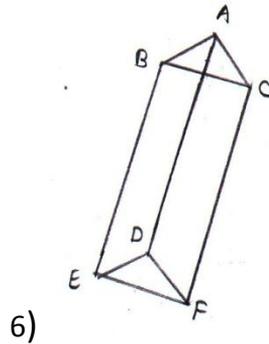
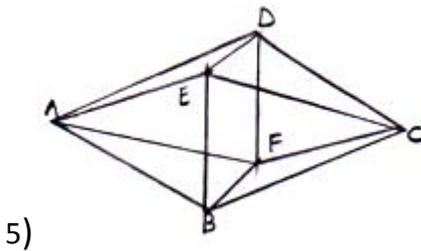
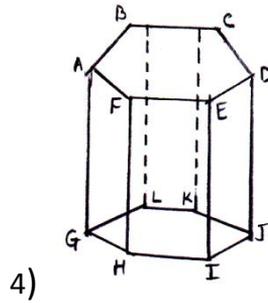
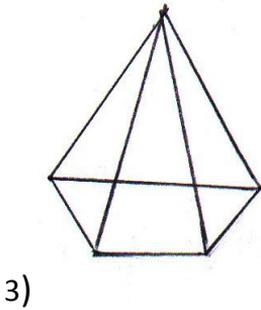
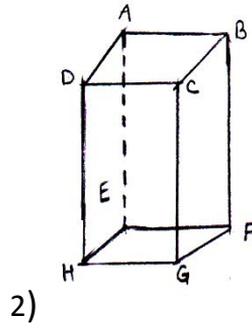
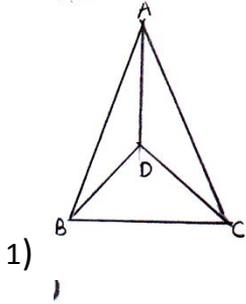
III] खालील ग्राफमधील पातबिंदूचा क्रम आणि प्रकार लिहा.



IV] खालील ग्राफच्या बाबतीत प्रवाहितता पडताळा .



V] खालील बहुपृष्ठांसाठी युलरचे सूत्र पडताळून पाहा .



7) अष्टसम बहुपृष्ठक

8) द्वादशसम बहुपृष्ठक

9) विषसम बहुपृष्ठक

10) पंचकोनी तळाचा पिरॅमिड





अनुक्रमणिका

अ.नं.	पाठाचे नांव	पान नं.
1	1.1 वास्तव संख्या (Real Numbers)	1
2	1.2 वास्तव संख्या (Real Numbers)	5
3	1.3 वास्तव संख्या (Real Numbers)	8
4	2.1 सट (Set)	11
5	2.2 सट (Set)	12
6	2.3 सट (Set)	17
7	3.1 क्रम (Sequence)	21
8	3.2 क्रम (Sequence)	29
9	3.3 क्रम (Sequence)	42
10	4.1 क्रमवेश आणि संवेश	60
11	4.2 क्रमवेश आणि संवेश	64
12	4.3 क्रमवेश आणि संवेश	70
13	5.1 संभाव्यता	74
14	5.2 संभाव्यता	77
15	5.3 संभाव्यता	79
16	6.1 संख्याशास्त्र (Statistic)	83
17	6.2 संख्याशास्त्र (Statistic)	85
18	7.1 करणी (Surds)	88
19	7.2 करणी (Surds)	92
20	7.3 करणी (Surds)	96
21	8.1 बहुपदी (Polynomial)	98
22	8.2 बहुपदी (Polynomial)	100
23	8.3 बहुपदी (Polynomial)	102
24	9.1 वर्ग समीकरण (Quadratic Equation)	106

अ.नं.	पाठाचे नांव	पान नं.
25	9.2 वर्ग समीकरण (Quadratic Equation)	118
26	9.3 वर्ग समीकरण (Quadratic Equation)	128
27	10.1 समरूप त्रिकोण (Similar Triangles)	134
28	10.2 समरूप त्रिकोण (Similar Triangles)	139
29	10.3 समरूप त्रिकोण (Similar Triangles)	144
30	11.1 पायथॅगोरस प्रमेय (Pythagoras Theroem)	150
31	11.2 पायथॅगोरस प्रमेय (Pythagoras Theroem)	156
32	11.3 पायथॅगोरस प्रमेय (Pythagoras Theroem)	163
33	12.1 त्रिकोणमिती (Trignometry)	172
34	12.2 त्रिकोणमिती (Trignometry)	183
35	12.3 त्रिकोणमिती (Trignometry)	191
36	13.1 सहनिर्देशक भूमिती (Co-ordinate Geometry)	204
37	13.2 सहनिर्देशक भूमिती (Co-ordinate Geometry)	205
38	13.3 सहनिर्देशक भूमिती (Co-ordinate Geometry)	211
39	13.1,2,3 सहनिर्देशक भूमिती (Co-ordinate Geometry)	213
40	14.1 वर्तुळ (Circle)	215
41	14.2 वर्तुळ (Circle)	217
42	14.3 वर्तुळ (Circle)	221
43	15.1 मापने (Mesuration)	223
44	15.2 मापने (Mesuration)	232
45	15.3 मापने (Mesuration)	235
46	15.1 प्रमाणित आराखडा (Scale Drawing)	239
47	15.2-3 प्रमाणित आराखडा (Scale Drawing)	243
48	16.1 जालाकृती आणि बहुपृष्ठके	249
49	16.2-3 जालाकृती आणि बहुपृष्ठके	253

1.1 वास्तव संख्या (Real Numbers)

I] युक्लीडच्या भागाकार अल्गोरिथम रुपातील मांडणी

1] 7 ला 2 ने भागून

∴ अल्गोरिथम स्वरूप

$$7 = (2 \times 3) + 1$$

2] 18 ला 5 ने भागून

$$18 = (5 \times 3) + 3$$

3] 15 ला 4 ने भागून

$$15 = (4 \times 3) + 3$$

4] 25 ला 12 ने भागून

$$25 = (12 \times 2) + 1$$

5] 87 ला 11 ने भागून

$$87 = (11 \times 7) + 10$$

II] युक्लीडच्या भागाकार अल्गोरिथम वापरून म.सा.वि. काढणे

1] 455 व 42

∴ 455 व 42 चा मसावि = 7

वरीलप्रमाणे सोडवून मिळणारी उत्तरे

2] 513 व 270 चा म.सा.वि. = 27

3] 1764 व 42 चा म.सा.वि. = 42

4] 40, 96 व 16 यांचा म.सा.वि. = 08

5] 117 व 7 यांचा म.सा.वि. = 01

III] मूळ अवयव स्वरूपात संख्या लिहिते.

1] 35

$$\therefore 35 = 5 \times 7$$

याप्रमाणे अवयव पाडून मूळ अवयव शोधा.

2] $516 = 2^2 \times 3 \times 43$

3] $31416 = 2^3 \times 3 \times 7 \times 11 \times 17$

4] $4815 = 3^2 \times 5 \times 107$

5] $363 = 3 \times 11^2$

IV] मूळ अवयव पध्दतीने म.सा.वि. व ल.सा.वि. काढणे.

1]

18 व 15

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$\therefore \text{मसावि} = 3$$

$$\text{आणि लसावि} = 3^2 \times 2 \times 5$$

$$\text{लसावि} = 90$$

याप्रमाणे सोडवा.

2] 27 व 81 चा मसावि = 27

$$\text{लसावि} = 81$$

3] 2, 42 आणि 72 यांचा मसावि = 2

$$\text{लसावि} = 504$$

4] 9, 27 आणि 243 यांचा मसावि = 9

$$\text{लसावि} = 243$$

5] 49, 243 आणि 2401 यांचा मसावि = 49

$$\text{लसावि} = 2401$$

V] a व b यांचा मसावि H आणि लसावि L असेल तर $a \times b = H \times L$ असते. पडताळणे :

$$1] \quad 13 \text{ आणि } 117$$

$$13 = 1 \times 13$$

$$117 = 13 \times 8 \times 3$$

$$\therefore \text{ मसावि } H = 13$$

$$\text{लसावि } L = 13 \times 3 \times 3$$

$$= 117$$

$$\therefore a \times b = H \times L$$

$$13 \times 117 = 13 \times 117$$

$$1521 = 1521$$

याप्रमाणे पुढील उदाहरणे सोडवून पडताळा.

$$2] \quad a = 17, b = 119, H = 17, L = 119$$

$$\therefore a \times b = H \times L$$

$$17 \times 119 = 17 \times 119$$

$$2023 = 2023$$

$$3] \quad a = 66, b = 12, H = 6, L = 132$$

$$\therefore a \times b = H \times L$$

$$66 \times 12 = 6 \times 132$$

$$792 = 792$$

$$4] \quad a = 13, b = 17, H = 1, L = 221$$

$$\therefore a \times b = H \times L$$

$$\therefore 13 \times 17 = 1 \times 221$$

$$221 = 221$$

$$5] a = 70, b = 80, H = 10, L = 560$$

$$\therefore a \times b = h \times l$$

$$\therefore 70 \times 80 = 10 \times 560$$

$$\therefore 5600 = 5600$$

VI] परिमेय संख्या $\sqrt{25}$, $\sqrt[3]{8}$, 13

अपरिमेय संख्या $\sqrt{3}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{23}$

VII] बहुपर्यायी प्रश्नांची उत्तरे

1] c) $18 = (4 \times 4) + 2$

2] b) 15

3] b) $2n$

4] d) $2n + 1$

5] d) 48

VII] अपरिमेय संख्या : ज्या संख्या $\frac{p}{q}$ या स्वरूपात मांडता येत नाहीत. जिथे p व q पूर्णांक असून q शून्य नसते त्या संख्यांना अपरिमेय संख्या म्हणतात. उदा. $\sqrt[3]{2}$, $\sqrt{3}$.

IX] दोन मूळ संख्यांचा मसावि = 1 असतो आणि लसावि हा त्यांचा गुणाकार असतो.



1.2 वास्तव संख्या (Real Numbers)

$$1] 1] \quad 39, 65 \text{ व } 78 \text{ यांचा लसावि} = 1170$$

$$\text{बाकी} = 9$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{लहानात लहान अपेक्षित संख्या} &= 1170 + 9 \\ &= 1179 \end{aligned}$$

$$2] 48, 96 \text{ व } 108 \text{ यांचा मसावि} = 12$$

$$\therefore \text{अपेक्षित संख्या} = 12$$

$$3] 96 \text{ व } 404 \text{ यांचा मसावि} = 4 \text{ व लसावि} = 9696$$

$$4] 4052 \text{ व } 12576 \text{ यांचा मसावि} = 4$$

$$5] \text{ प्रत्येक चौरसाकार फरशीची बाजू} = 1632 \text{ व } 840 \text{ यांचा मसावि} \\ = 24$$

$$\therefore \text{लागणाऱ्या फरशींची संख्या} = \frac{1632 \times 840}{24 \times 24} \\ = 2380$$

$$6] \text{ समजा } \sqrt{7} \text{ ही परिमेय संख्या आहे.}$$

$$\therefore \sqrt{7} = \frac{p}{q} \text{ इथे } p \text{ व } q \text{ ह्या मूळ संख्या आहेत.}$$

$$\therefore \sqrt{7} \cdot q = p$$

$$\therefore 7q^2 = p^2$$

$$\therefore 7 \text{ ने } p \text{ ला भाग जातो.} \quad (1)$$

$$\text{समजा } p = 7k$$

$$\therefore 7q^2 = 49k^2$$

$$\Rightarrow q^2 = 7k^2$$

$$\Rightarrow 7 \text{ ने } q \text{ ला भाग जातो.} \quad (2)$$

$$(1) \text{ व } (2) \text{ वरून}$$

7 ने p ला व q ला भाग जातो म्हणजे 7 हा p व q चा अवयव आहे. पण हे गृहिताच्या विरुद्ध आहे.

म्हणून $\sqrt{7}$ ही परिमेय संख्या नाही म्हणजे अपरिमेय आहे.

7] समजा $1 + \sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे.

$$\therefore 1 + \sqrt{2} = \frac{p}{q}$$

$$\therefore \sqrt{2} = \frac{p}{q} - 1$$

$$\sqrt{2} = \frac{p-q}{q}$$

$\Rightarrow \sqrt{2}$ ही परिमेय संख्या आहे कारण p व q हे पूर्णांक आहेत आणि $\frac{p-q}{q}$ ही परिमेय संख्या आहे.

8] समजा a हा धनपूर्णांक असून $b = 2$ आहे.

यूक्लिडच्या भागाकार लेम्मानुसार

$$\therefore a = 2q + r \text{ इथे } 0 < r < 2 \Rightarrow r = 0 \text{ OR } r = 1$$

समजा (i) $r = 0$

$\therefore a = 2q$ ही समसंख्या आहे आणि 2 ने भाग जाणारी आहे.

9] समजा a व b हे धनपूर्णांक आहेत व $b = 2$ आहे.

\therefore यूक्लिडच्या भागाकार लेम्मा वापरून

$$a = 2 \times q + r, \quad 0 < r < 2 \text{ इथे } r = 0 \text{ किंवा } 1 \text{ असते}$$

(i) $r = 0$ असताना $a = 2q$ पण ही समसंख्या बनते.

(ii) $r = 1$ असताना $a = 2q + 1$ ही विषम संख्या आहे.

\therefore प्रत्येक विषम संख्या $(2q + 1)$ स्वरूपात असते.

10] मसावि (a, b) x लसावि (a, b) = a x b

लसावि = 180, मसावि = 6, a = 30, b = ?

$$\therefore 180 \times 6 = 30 \times b$$

$$\therefore b = \frac{180 \times 6}{30}$$

$$B = 36$$

॥] बरोबर पर्याय निवडून लिहा.

1] b) 7

2] b) 180

3] c) $\sqrt{13}$

4] a) 8

5] b) 1350 आणि 3



1.3 वास्तव संख्या (Real Numbers)

1] सोडवा.

1] 510 व 92 चा मसावि 2 व लसावि 11730

$$\therefore a \times b = H \times L$$

$$510 \times 92 = 2 \times 11730$$

$$46920 = 46920$$

2] 616 आणि 32 यांचा म.सा.वि. = 8 लिटर

3] 65 आणि 117 चा मसावि = 13

$$\therefore 65m - 117 = 13$$

$$65m = 13 + 117$$

$$65m = 130$$

$$m = 2$$

आणि 65 व 117 चा लसावि = 585

4] कार्ड 2 मधील 7 व्या उदाहरणाप्रमाणे सोडवा.

5] 56 व 72 चा मसावि = 8

$$\therefore h = 56x + 72y$$

$$\therefore 8 = 56 - 16 \times 3$$

$$8 = 56 - (72 - 56) \times 3$$

$$8 = 56 - 72 \times 3 + 56 \times 3$$

$$8 = 56 \times 4 - 72 \times 3$$

$$8 = 56 \times 4 + (-3) \times 72$$

⇒ तुलना करुन

$$x = 4, y = -3$$

$$6] \text{ बाकी} = 5$$

$$\begin{aligned} \text{भाग जाणारी संख्या} &= 2053 - 5 \\ &= 2048 \end{aligned}$$

$$\text{तसेच, } \quad \text{बाकी} = 7$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{भाग जाणारी संख्या} &= 967 - 7 \\ &= 960 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{अपेक्षित संख्यांचा 2048 व 960 या मसावि} = 64$$

$$7] 8 \text{ व } 18 \text{ चा लसावि} = 72 \text{ मिनिट}$$

$$\begin{aligned} 8] L &= \frac{a \times b}{4} \\ &= \frac{14112}{84} \\ &= 168 \end{aligned}$$

9] कार्ड 2 मधील उदाहरण 7 प्रमाणे सोडवा.

$$10] 8, 12, 24 \text{ यांचा लसावि} = 24$$

\therefore 24 सेकंदानंतर तिन्ही सिग्नल वर लाल दिवा लागेल.

11] पुस्तकात पान नंबर 6 पहा.

$$12] \text{ इथे } \quad L = 2H$$

$$A \times b = H \times L$$

$$800 = H \times 2H$$

$$800 = 2H^2$$

$$\therefore H^2 = 400$$

$$H = \sqrt{400}$$

$$H = 20$$

$$\therefore L = 2H = 40$$

$$\therefore a \times b = 20 \times 40$$

$$\therefore a = 20$$

$$b = 40$$



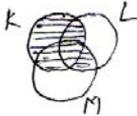
2.1 सट (Set)

I] बहुपर्यायी प्रश्ने

1] C) {4,8}

2] D) {4,6,7,8,12}

3] D) 

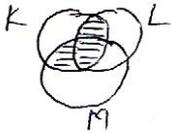
4] B) 

5] B) $A^1 \cap B^1$

6] C) $A^1 \cup B^1$

7] C) $A^1 \cap B^1$

8] B) \emptyset

9] B) 

10] B) $n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

II] एक गुणांची प्रश्ने

1] $A^1 = (1,3,5,6,7,9,10)$

2] $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

III] दोन गुणांची प्रश्ने

1] $P = \{a, b, c, d, e\}$ $Q = \{a, e, i, o, u\}$ $R = \{a, c, e, g\}$

$$P \cap (Q \cap R) = \{a, b, c, d, e\} \cap [\{a, e, i, o, u\} \cap \{a, c, e, g\}]$$

$$= \{a, b, c, d, e\} \cap \{a, e\}$$

$$= \{a, e\} \dots \dots \dots (1)$$

$$(P \cap Q) \cap R = [\{a, b, c, d, e\} \cap \{a, e, i, o, u\}] \cap \{a, c, e, g\}$$

$$= \{a, e\} \cap \{a, c, e, g\}$$

$$= \{a, e\} \dots \dots \dots (2)$$

$$\therefore P \cap (Q \cap R) = (P \cap Q) \cap R \quad (\because 1 \text{ व } 2)$$

2.2 सट (Set)

CARD - 2

I] बहुपर्यायी प्रश्ने

1] C) $\{4, 8\}$

2] B) $(P \cup Q) \cap (P \cup R)$

3] C) \emptyset

4] B) $A^c \cup B^c$

5] A) 0

6] B) 15

7] C) $\{1,3,5,6,7,8,9\}$

8] C) 

9] B) 

10] A) 21

II] एक गुणांची प्रश्ने

1] $A - B = \{1, 2\}$

2] $A^c = \{1, 3\}$

3] $n(A \cup B) = 7$

4] $A \cup (B \cap C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

5] $A - B = \{3\}$

6] $n(A) + n(B) = n(A \cup B) + n(A \cap B)$

III] दोन गुणांची प्रश्ने

1] $A = \{l, m, n, o, p, r\}$ $B = \{m, n, o, r, s, t\}$

$$A \cup B = \{l, m, n, o, p, r\} \cup \{m, n, o, r, s, t\}$$

$$= \{l, m, n, o, p, r, s, t\} \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$B \cup A = \{m, n, o, r, s, t\} \cup \{l, m, n, o, p, r\}$$

$$= \{l, m, n, o, p, r, s, t\} \dots \dots \dots (2)$$

$$(A \cup B) = (B \cup A) \quad (\because 1 \text{ व } 2)$$

$$2] A = \{1, 2, 3, 4\} B = \{3, 4, 5, 6\} C = \{6, 7\}$$

$$(A \cap B) \cap C = [\{1, 2, 3, 4\} \cap \{3, 4, 5, 6\}] \cap \{6, 7\}$$

$$= \{3, 4\} \cap \{6, 7\}$$

$$= \{ \}$$

$$3] K = \{3, 5, 7, 9\} L = \{5, 8, 9\} M = \{1, 2, 3, 9\}$$

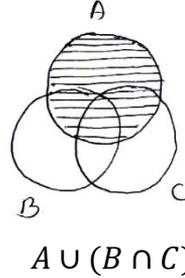
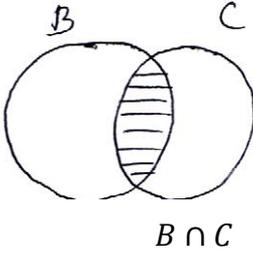
$$K \cup (L \cap M) = \{3, 5, 7, 9\} \cup [\{5, 8, 9\} \cap \{1, 2, 3, 9\}]$$

$$= \{3, 5, 7, 9\} \cup \{9\}$$

$$= \{3, 5, 7, 9\} \cup \{9\}$$

$$= \{3, 5, 7, 9\}$$

4]



$$5] n(A) = 27, n(B) = 35, n(A \cup B) = 50, n(A \cap B) = ?$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$$

$$= 27 + 35 - 50$$

$$= 62 - 50$$

$$= 12$$

6]

$$P = \{a, b, c, d, e\} Q = \{a, e, i, o, u\} R = \{a, c, e, g\}$$

$$P \cap (Q \cap R) = \{a, b, c, d, e\} \cap [\{a, e, i, o, u\} \cap \{a, c, e, g\}]$$

$$= \{a, b, c, d, e\} \cap \{a, e\}$$

$$= \{a, e\} \dots \dots \dots (1)$$

$$(P \cap Q) \cap R = [\{a, b, c, d, e\} \cap \{a, e, i, o, u\}] \cap \{a, c, e, g\}$$

$$= \{a, e\} \cap \{a, c, e, g\}$$

$$= \{a, e\} \dots \dots \dots (2)$$

$$\therefore P \cap (Q \cap R) = (P \cap Q) \cap R \quad (\because 1 \text{ व } 2)$$

7] $U = \{4,8,12,16,20,24,28\}$ $A = \{8,16,24\}$

$B = \{4, 16,20,28\}$

$A^c = U - A = \{4,12,20,28\}$

$B^c = U - B = \{8,12,24\}$

$A \cup B = \{8,16,24\} \cup \{4,16,20,28\}$

$\therefore A \cup B = \{4,8,16,20,24,28\}$

$(A \cup B)^c = U - (A \cup B)$

$= \{4,8,12,16,20,24,28\} - \{4,8,16,20,24,28\}$

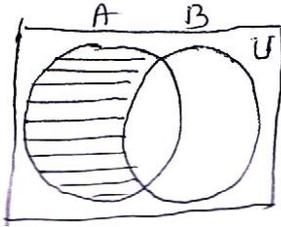
$= \{12\}$ (1)

$A^c \cap B^c = \{4,12,20,28\} \cap \{8,12,24\}$

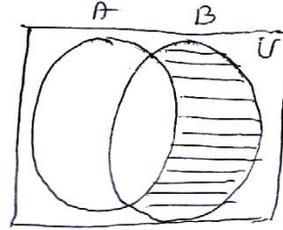
$= \{12\}$ (2)

$\therefore (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ (\therefore 1 व 2)

8]



A/B



B/A

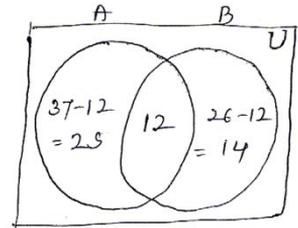
$\therefore A/B \neq B/A$

9] $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$

$= 37 + 26 - 51$

$= 63 - 51$

$\therefore n(A \cap B) = 12$



10] $n(M) = 70\% n(S) = 60\% n(U) = 100\% n(M \cup S)^c = 28\%$

पास झालेल्या मुलांची टक्केवारी $= n(U) - n(M \cup S)^c$

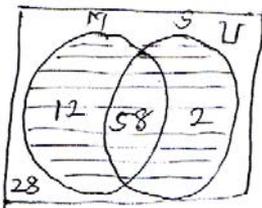
$= 100 - 28$

$= 72\%$

$N(M \cap S) = n(M) + n(S) - n(M \cup S)$

$= 70 + 60 - 72$

$= 130 - 72 = 58\%$



IV] तीन गुणांची प्रश्ने

$$1] A = \{-3, -1, 0, 4, 6, 8, 10\} B = \{-1, -2, 3, 4, 5, 6\} C = \{-6, -4, -2, 2, 4, 5, 6\}$$

$$A \cup (B \cap C) = \{-3, -1, 0, 4, 6, 8, 10\} \cup [\{-1, -2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{-6, -4, -2, 2, 4, 6\}]$$

$$= \{-3, -1, 0, 4, 6, 8, 10\} \cup \{-2, 4, 6\}$$

$$= \{-3, -2, -1, 0, 4, 6, 8, 10\} \dots \dots \dots (1)$$

$$(A \cup B) \cap (A \cup C) = [\{-3, -1, 0, 4, 6, 8, 10\} \cup \{-1, -2, 3, 4, 5, 6\}] \cap$$

$$[\{-3, -1, 0, 4, 6, 8, 10\} \cup \{-6, -4, -2, 2, 4, 6\}]$$

$$= \{-3, -2, -1, 0, 3, 4, 5, 6, 8, 10\} \cap \{-6, -4, -3, -2, -1, 0, 2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$= \{-3, -2, -1, 0, 4, 6, 8, 10\} \dots \dots \dots (2)$$

$$\therefore A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \quad (\because 1 \text{ व } 2) \text{वरून}$$

$$2] A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4, 5\} C = \{2, 4, 5, 6\} U = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$$

$$A^c = U - A = \{4, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$$

$$B^c = \{1, 7, 9, 11, 13, 15\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 4, 5\}$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 4, 5\}$$

$$= \{2, 3\}$$

$$(1) (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

$$= \{7, 9, 11, 13, 15\} \dots \dots \dots (1)$$

$$A^c \cap B^c = \{4, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} \cap \{1, 7, 9, 11, 13, 15\}$$

$$= \{7, 9, 11, 13, 15\} \dots \dots \dots (2)$$

$$\therefore (A \cup B)^c = A^c \cap B^c \quad (\because 1 \text{ व } 2)$$

$$(2) (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

$$(A \cap B)^c = U - (A \cap B) =$$

$$= \{1, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} \dots \dots \dots (3)$$

$$A^c \cup B^c = \{4, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} \cup \{1, 7, 9, 11, 13, 15\}$$

$$= \{1, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15\} \dots \dots \dots (4)$$

$$\therefore (A \cap B)^c = A^c \cup B^c \quad (\because 3 \text{ व } 4)$$

$$3] n(M) = 50, n(B) = 42, n(M \cap B) = 24, n(M \cup B) = ?$$

$$(i) \text{ फक्त गणित घेतलेल्यांची संख्या} = n(M) - n(M \cap B) \\ = 50 - 24 = 26$$

$$(ii) \text{ फक्त जिवशास्त्र घेतलेल्यांची संख्या} = n(B) - n(M \cap B) \\ = 42 - 24 = 18$$

$$(iii) \text{ एकूण विद्यार्थ्यांची संख्या} \quad n(M \cup B) = n(M) + n(B) - n(M \cap B) \\ = 50 + 42 - 24 \\ \therefore n(M \cup B) = 68$$



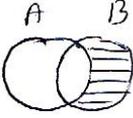
2.3 सट (Set)

I] बहुपर्यायी प्रश्ने

1] D) 2

2] D) {3,6,9}

3] A) 12

4] D) 

5] B) {3,4}

6] C) फक्त फुटबॉल खेळणारे = 40 - 20

7] A) $B^c - A = \{4,5,6\}$

8] A) {1,2,3,4,5}

9] D) \emptyset

10] C) 33

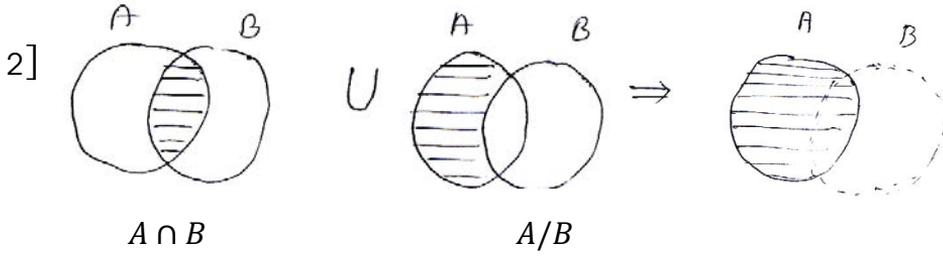
II] एक गुणांचे प्रश्ने

1] $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ 2] $A \cap (B/C)$ 3] $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{3,4,5\}$, $A - B = \{1,2\}$ 4] $A^c \cap B^c = \{2,4,6\}$ 5] $A - A^c = A$

III] दोन गुणांचे प्रश्ने

1] $K = \{3,5,7,9\}$, $L = \{5,8,9\}$, $M = \{1,2,3,9\}$

$$\begin{aligned} K \cup (L \cap M) &= \{3,5,7,9\} \cup [\{5,8,9\} \cap \{1,2,3,9\}] \\ &= \{3,5,7,9\} \cup \{9\} \\ &= \{3,5,7,9\} \end{aligned}$$

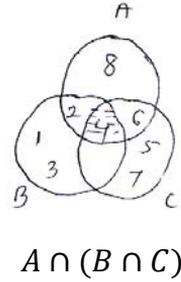
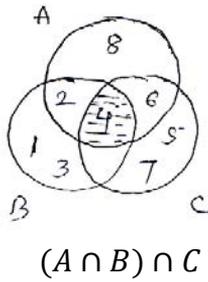


3] $A = \{2,4,6,8\}$ $B = \{1,2,3,4\}$ $C = \{4,5,6,7\}$

$$\begin{aligned} (A \cap B) \cap C &= [\{2,4,6,8\} \cap \{1,2,3,4\}] \cap \{4,5,6,7\} \\ &= \{2,4\} \cap \{4,5,6,7\} \\ &= \{4\} \end{aligned} \dots \dots \dots (1)$$

$$\begin{aligned} A \cap (B \cap C) &= \{2,4,6,8\} \cap [\{1,2,3,4\} \cap \{4,5,6,7\}] \\ &= \{2,4,6,8\} \cap \{4\} \\ &= \{4\} \end{aligned} \dots \dots \dots (2)$$

$\therefore (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ (\therefore 1 व 2)



4] $n(M \cup S) = 50, n(S) = 29, n(M \cap S) = 11, n(M) = ?$

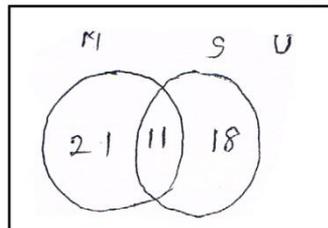
$$N(M \cup S) = n(s) + n(m) - n(m \cap S)$$

$$50 = 29 + n(m) - 11$$

$$50 = 18 + n(m)$$

$$\therefore n(M) = 50 - 18 = 32$$

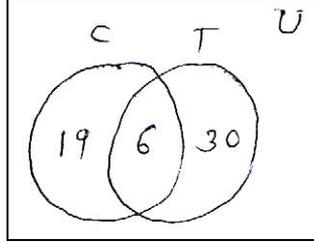
गणित संघातील विद्यार्थ्यांची संख्या 32 आहे.



$$5] n(TUC) = 55, n(T) = 36, n(C) = 25, n(T \cap C) = ?$$

$$\begin{aligned} N(T \cap C) &= n(T) + n(C) - n(TUC) \\ &= 36 + 25 - 55 \\ &= 61 - 55 \\ &= 6 \end{aligned}$$

∴ टॉय व टोपी दोन्ही घालणाऱ्यांची संख्या 6 होय.



IV] तीन गुणांचे प्रश्ने

$$1] U = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} A = \{1,3,5,7,9\} B = \{0,2,4,6,8\}$$

$$A^1 = U - A = \{0,2,4,6,8\}$$

$$B^1 = U - B = \{1,3,5,7,9\}$$

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{1,3,5,7,9\} \cup \{0,2,4,6,8\} \\ &= \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{1,3,5,7,9\} \cap \{0,2,4,6,8\} \\ &= \{ \} \end{aligned}$$

$$(i) (A \cup B)^1 = A^1 \cap B^1$$

$$\begin{aligned} (A \cup B)^1 &= U \setminus (A \cup B) = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} - \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \\ &= \{ \} \quad \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A^1 \cap B^1 &= \{0,2,4,6,8\} \cap \{1,3,5,7,9\} \\ &= \{ \} \quad \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

$$= (A \cap B)^1 = A^1 \cup B^1 \quad (\because 1 \text{ व } 2)$$

$$(ii) (A \cap B)^1 = A^1 \cup B^1$$

$$\begin{aligned} (A \cap B)^1 &= U \setminus A \cap B \\ &= \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} / \{ \} \\ &= \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \quad \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

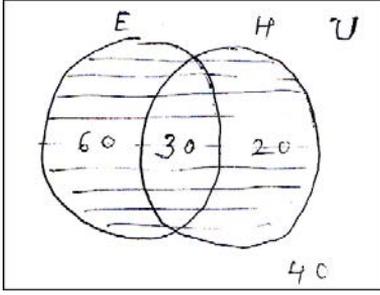
$$\begin{aligned} A^1 \cup B^1 &= \{0,2,4,6,8\} \cup \{1,3,5,7,9\} \\ &= \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \quad \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

$$\therefore (A \cap B)^1 = A^1 \cup B^1 \quad (\because 3 \text{ व } 4)$$

$$2] n(U) = 150, n(E) = 90, n(H) = 50, n(E \cap H) = 30, n(E \cup H) = ?$$

$$\begin{aligned} n(E \cup H) &= n(E) + n(H) - n(E \cap H) \\ &= 90 + 50 - 30 \\ &= 140 - 30 \\ &= 110 \end{aligned}$$

एकूण 110 जणांना डोळ्यांचा किंवा हृदयाचा त्रास होतो.



डोळ्यांचा किंवा हृदयाचा त्रास होणाऱ्यांची टक्केवारी

$$\begin{aligned} &= \frac{110}{150} \times 100 \\ &= 11 \times 6.7 \\ &= 73.7\% \end{aligned}$$

$$3] n(U) = 120$$

भाजीपाला पिकविणारे

फुले पिकविणारे

ऊस पिकविणारे

भाजीपाला आणि फुले पिकविणारे

फुले आणि ऊस पिकविणारे

भाजीपाला आणि ऊस पिकविणारे

सर्व तिन्ही पिके पिकविणारे

$$n(V) = 93$$

$$n(F) = 63$$

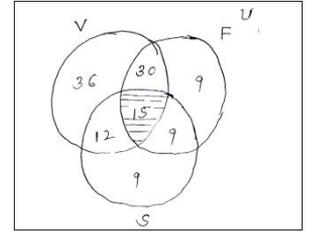
$$n(S) = 45$$

$$n(V \cap F) = 45$$

$$n(F \cap S) = 24$$

$$n(V \cup S) = 27$$

$$n(V \cap F \cap S) = ?$$



$$\begin{aligned} n(V \cap F \cap S) &= n(U) - \{n(V) + n(F) + n(S)\} - \{n(V \cap F) + n(F \cap S) + n(V \cap S)\} \\ &= 120 - \{93 + 63 + 45\} - \{45 + 24 + 27\} \\ &= 120 - [201 - 96] \\ &= 120 - 105 \\ &= 15 \end{aligned}$$



3.1 क्रम (Sequence)

CARD - 1

1] वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1] $T_n = a + (n - 1) d$

2] $T_n = ar^{n-1}$

3] $T_n = \frac{1}{a + (n-1) d}$

4] $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1) d]$

5] $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{(r - 1)} \quad r > 1$

6] $S_n = \frac{a(1 - r^n)}{(1 - r)} \quad r < 1$

7] $S_n = \frac{n}{2} (a + l)$

8] $A = \frac{a + b}{2}$

9] $G = \sqrt{ab}$

10] $H = \frac{2ab}{a + b}$

11] $G = \sqrt{AH}$

॥] बहुपर्यायी प्रश्न

12] C) $A \geq, G \geq, H$

13] a) 18, 23

14] c) 29

15] b) $\frac{1}{20}$

16] c) 6144

17] a) 10

18] b) 8

19] b) 3.2

20] d) $G = \sqrt{AH}$

21] b) $\frac{n(n+1)}{2}$

22] c) 325

23] a) 65

24] b) $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

25] c) $\frac{a}{1-r}$

2 मार्काचे प्रश्न

26] AP क्रम \rightarrow $a + d, a + 2d, \dots$ $a = 3$
 $= 3, 3 + 4, 3 + 8, \dots$ $d = 4$
 $= 3, 7, 11, \dots$

$$27] T_n = 2n + 3$$

$$T_n = 2 \times 1 + 3$$

$$= 2 + 3$$

$$= 5$$

$$T_2 = 2 \times 2 + 3$$

$$= 4 + 3$$

$$= 7$$

$$T_3 = 2 \times 3 + 3$$

$$= 6 + 3$$

$$= 9$$

∴ पहिली तीन पदे 5, 7, 9 होय.

$$28] T_n = 2n^2 + 5$$

$$(i) T_3$$

$$\therefore T_3 = 2 \times 3^2 + 5$$

$$= 2 \times 9 + 5$$

$$= 18 + 5$$

$$\therefore T_3 = 23$$

$$(ii) T_{10}$$

$$T_{10} = 2 \times 10^2 + 5$$

$$= 2 \times 100 + 5$$

$$= 200 + 5$$

$$T_{10} = 205$$

$$29] 1+2+3 \dots\dots\dots 20 \text{ पदांची बेरीज}$$

$$= \sum 20$$

$$= \frac{10 \times 21}{2}$$

$$= 210$$

30] $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}$ हे H. P आहे.

$\therefore 2, 4, 6$ हे A. P आहे.

$\therefore a = 2$, & $d = 4 - 2 = 2$

T_n काढणे

$$T_n = \frac{1}{a+(n-1)d}$$

$$\therefore T_n = \frac{1}{2+(n-1)2}$$

$$\therefore T_n = \frac{1}{2+2n-2}$$

$$T_n = \frac{1}{2n}$$

T_{10} काढणे

$$T_{10} = \frac{1}{a+(n-1)d}$$

$$\therefore T_{10} = \frac{1}{2+(10-1)2}$$

$$\therefore T_{10} = \frac{1}{2+9 \times 2}$$

$$T_{10} = \frac{1}{2+18}$$

$$\therefore \frac{1}{20}$$

31] G.P - a, ar, ar^2

$= 4, 4 \times 2, 4 \times 2^2$

$= 4, 8, 16$

$a = 4$

$r = 2$

32] 3, 6, 12 हे G.P

$\therefore a = 3, r = \frac{6}{3} = 2$

T_5 काढणे

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$\therefore T_5 = 3 \times 2^{5-1}$$

$$\therefore T_5 = 3 \times 2^4$$

$$\therefore T_5 = 3 \times 16$$

$$\therefore T_5 = 48$$

T_8 काढणे

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$\therefore T_8 = 3 \times 2^{8-1}$$

$$\therefore T_8 = 3 \times 2^7$$

$$\therefore T_8 = 3 \times 128$$

$$\therefore T_8 = 384$$

$$33] A = \frac{a+b}{2}$$

$$\therefore A = \frac{7+13}{2}$$

$$\therefore A = \frac{20}{2} = 10$$

$$a = 7$$

$$b = 13$$

$$A = ?$$

$$34] G = \sqrt{ab}$$

$$G = \sqrt{4 \times 16}$$

$$\therefore G = 2 \times 4$$

$$\therefore G = 8$$

$$a = 4$$

$$b = 16$$

$$G = ?$$

$$35] H = \frac{2ab}{a+b}$$

$$\therefore H = \frac{2 \times 1 \times 9}{1+9}$$

$$H = \frac{18}{10} = 1.8$$

$$a = 1$$

$$b = 9$$

$$H = ?$$

IV] 3 व 4 मार्काचे प्रश्न

36] 'd' ची किंमत काढणे

$$d = \frac{Tp - Tq}{p - q}$$

$$\therefore d = \frac{17-39}{8-19}$$

$$\therefore d = \frac{17-39}{8-19}$$

$$d = \frac{-22}{-11}$$

$$\therefore d = 2$$

'a' ची किंमत काढणे.

$$T_n = a + (n - 1) d$$

$$17 = a + (8 - 1) 2$$

$$17 = a + 14$$

$$\therefore a = 17 - 14$$

$$a = 3$$

$$T_8 = 17$$

$$n = 8$$

$$d = 2$$

$$a = ?$$

T_{25} काढणे

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$\therefore T_{25} = 3 + (25 - 1) 2$$

$$\therefore T_{25} = 3 + 24 \times 2$$

$$\therefore T_{25} = 3 + 48$$

$$\therefore T_{25} = 51$$

$$a = 3$$

$$d = 2$$

$$n = 25$$

$$T_{25} = ?$$

37] $S_n = 1800 + 1750 + 1700 + \dots$ 12 पदापर्यंत

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\therefore S_{12} = \frac{12}{2} [2 \times 1800 + (12-1) (-50)]$$

$$\therefore S_{12} = 6 [3600 + 11 \times (-50)]$$

$$\therefore S_{12} = 6 [3600 - 550]$$

$$\therefore S_{12} = 6 \times 3050$$

$$\therefore S_{12} = 18300$$

$$a = 1800$$

$$d = 1750 - 1800 = -50$$

$$n = 12$$

$$S_{12} = ?$$

i) त्याने 12 महिन्यात दिलेली रक्कम 8300 रु.

ii) जादा भरलेली रक्कम = $18300 - 18000 = 300$ रु.

38] $5 + 10 + 15 + \dots + 200$

पदांची संख्या n काढणे

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$200 = 5 + (n-1) 5$$

$$200 = 5 + 5n - 5$$

$$\frac{200-5}{5} = n$$

$$\therefore n = 40$$

$$a = 5$$

$$d = 10 - 5 = 5$$

$$T_n = 200$$

$$n = ?$$

बेरीज काढणे.

$$\begin{array}{l|l} S_n = \frac{n}{2} (a + T_n) & a = 5 \\ \therefore S_{40} = \frac{40 \cdot 20}{2} (5 + 200) & T_n = 200 \\ S_{40} = 20 (205) & n = 40 \\ S_{40} = 4100 & S_{40} = ? \end{array}$$

39] $\frac{T_3}{T_{12}} = \frac{12}{96}$

$$\therefore \frac{ar^2}{ar^{53}} = \frac{12^1}{96^1}$$

$$\therefore \frac{1}{r^3} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{r^3} = \frac{1}{2^3} \quad \therefore r = 2$$

‘a’ ची किंमत काढणे.

$$\begin{array}{l|l} T_n = ar^{n-1} & T_3 = 12 \\ 12 = a \times 2^{3-1} & n = 3 \\ 12 = a \times 2^2 & r = 2 \\ 12 = a \times 4 & a = ? \\ \therefore \frac{12^3}{4^1} = a & \\ \therefore a = 3 & \end{array}$$

9 पदांची बेरीज काढणे

$$\begin{array}{l|l} S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} & r = 2 \\ \therefore S_9 = \frac{3(2^9 - 1)}{2 - 1} & a = 3 \\ \therefore S_9 = 3 \times (2^9 - 1) & n = 9 \\ S_9 = 3 \times (512 - 1) & S_9 = ? \\ S_9 = 3 \times 511 & \\ \therefore S_9 = 1533 & \end{array}$$

40] $1 + 4 + 16 + \dots = 1365$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$1365 = \frac{1(4^n - 1)}{(4 - 1)}$$

$$1365 = \frac{4^n - 1}{3}$$

$$1365 \times 3 = 4^n - 1$$

$$4095 = 4^n - 1$$

$$4095 + 1 = 4^n$$

$$\therefore 4^n = 4096$$

$$\therefore 4^n = 4^6$$

$$\therefore n = 6$$

$\therefore 1 + 4 + 16 + \dots$ या श्रेणीच्या 6 पदांची बेरीज 1365 होईल.



3.2 क्रम (Sequence)

CARD - 2

I] बहुपर्यायी प्रश्न

01] c) 10

02] चूक

03] c) 155

04] d) 2

05] b) $-\frac{1}{20}$

06] d) 0

07] c) 8192

08] c) $\frac{1}{2}$

09] b) $\frac{1}{8}$

10] d) 2

II] एक मार्काचे प्रश्न

11] $n = 17$

12] $a = 3$

13] $d = 3$

14] $S_{15} = 285$

15] $S_4 = 42$

16] $d = \frac{1}{2}$

17] $r = \frac{T_2}{T_1} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

18] $x = a^2 + b^2$

19] $x = 1$

20] $S_{\infty} = 3$

III] दोन मार्काचे प्रश्न

21] ΔABC मध्ये लहान कोन $\angle A = 30^\circ$ मानू

$\angle A, \angle B, \angle C$ हे AP मध्ये आहेत. $\therefore \angle B = 30 + d$

आणि $\angle C = 30 + 2d$

आता $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$\therefore 30 + 30 + d + 30 + 2d = 180$

$\therefore 3d + 90 = 180$

$\therefore 3d = 180 - 90$

$\therefore 3d = 90$

$\therefore d = 30$

\therefore पहिला कोन $\angle A = 30^\circ$, दुसरा कोन $\angle B = 30 + 30 = 60^\circ$

तिसरा कोन $\angle C = 30 + 2 \times 30 = 30 + 60 = 90^\circ$

22] चौथ्या आणि 8 व्या पदांची बेरीज 24

$$T_4 + T_8 = 24$$

$$a + 3d + a + 7d = 24$$

$$2a + 10d = 24$$

$$a + 5d = 12 \dots\dots\dots (1)$$

6 व्या आणि 10 व्या पदांची बेरीज 44

$$T_6 + T_{10} = 44$$

$$a + 5d + a + 9d = 44$$

$$2a + 14d = 44$$

$$a + 7d = 22 \dots\dots\dots (2)$$

(2) मधुन (1) वजा करा.

$$\underline{\quad} a + 7d = 22$$

$$a + 5d = 12$$

$$\underline{(-) \quad (-) \quad (-)}$$

$$2d = 10$$

$$\therefore d = 5$$

$d = 5$ ही किंमत समी (1) मध्ये घालू

$$a + 5d = 12$$

$$\therefore a + 5 \times 5 = 12$$

$$\therefore a + 25 = 12$$

$$a = 12 - 25$$

$$\therefore a = -13$$

\therefore AP ची पहिली 3 पदे $\rightarrow a, a + d, a + 2d$

$$= -13, -13 + 5, -13 + 10$$

$$= -13, -8, -3$$

23]

$$T_7 : T_3 = 12 : 5$$

$$\frac{T_7}{T_3} = \frac{12}{5}$$

$$\therefore \frac{a+6d}{a+2d} = \frac{12}{5}$$

$$\therefore 5(a+6d) = 12(a+2d)$$

$$5a + 30d = 12a + 24d$$

$$30d - 24d = 12a - 5a$$

$$6d = 7a$$

$$\therefore d = \frac{7a}{6} \dots\dots\dots (1)$$

$d = \frac{7a}{6}$ ही किंमत $a + 2d = 5$ मध्ये घालू

$$\therefore a + 2 \times \frac{7a}{6} = 5$$

$$\therefore \frac{a}{1} + \frac{7a}{3} = 5$$

$$\therefore \frac{3a+7a}{3} = 5$$

$$\therefore 10a = 15$$

$$\therefore a = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2} \dots\dots\dots (2)$$

$a = \frac{3}{2}$ ही किंमत (1) मध्ये घालू

$$d = \frac{7 \times \frac{3}{2}}{6} = \frac{7 \times 3}{6 \times 2} = \frac{7}{4}$$

$$\therefore d = \frac{7}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{आता } \frac{T_{13}}{T_4} &= \frac{a+12d}{a+3d} = \frac{\frac{3}{2} + 12 \times \frac{7}{4}}{\frac{3}{2} + 3 \times \frac{7}{4}} = \frac{\frac{3}{2} + \frac{21}{1}}{\frac{3}{2} + \frac{21}{4}} \\ &= \frac{\frac{3+42}{2}}{\frac{6+21}{4}} \\ &= \frac{45}{27} \\ &= \frac{45^5}{2} \times \frac{4^2}{27^3} \\ \therefore \frac{T_{13}}{T_4} &= \frac{10}{3} \end{aligned}$$

24]

$$S_n = 204 + 210 + \dots\dots\dots + 294$$

‘n’ ची किंमत काढणे.

$$T_n = a + (n-1)d \quad \left| \quad a = 204 \right.$$

$$\therefore 294 = 204 + (n-1)6 \quad \left| \quad T_n = 294 \right.$$

$$\therefore 294 = 204 + 6n - 6 \quad \left| \quad d = 6 \right.$$

$$\therefore 294 = 198 + 6n \quad \left| \quad n = ? \right.$$

$$\therefore 294 - 198 = 6n$$

$$\therefore 6n = 96$$

$$\therefore n = \frac{96}{6}$$

$$\therefore n = 16$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + T_n)$$

$$\therefore S_n = \frac{16}{2} (204 + 294)$$

$$\therefore S_n = 8 \times 498$$

$$\therefore S_n = 3984$$

200 ते 300 मधील 6 ने पूर्ण भाग जाणाऱ्या नैसर्गिक संख्यांची बेरीज 3984 होय.

25] G. P ची 3 पदे $\frac{a}{r}$, a , ar मानू

तीन पदांचा गुणाकार 216

$$\therefore \frac{a}{r} \times a \times ar = 216$$

$$\therefore a^3 = 216$$

$$\therefore a = 6$$

तीन पदांची बेरीज 21

$$\frac{a}{r} + a + ar = 21$$

$$\therefore \frac{6}{r} + 6 + 6r = 21$$

$$\therefore 6r + \frac{6}{r} = 21 - 6$$

$$\therefore 6 \left(r + \frac{1}{r} \right) = 15$$

$$\therefore r + \frac{1}{r} = \frac{15}{6}$$

$$\therefore r + \frac{1}{r} = \frac{5}{2}$$

$$\therefore r + \frac{1}{r} = 2\frac{1}{2}$$

$$\therefore r + \frac{1}{r} = 2 + \frac{1}{2}$$

$$\therefore r = 2$$

\therefore तीन पदे $\frac{a}{r}$, a , ar

$$= \frac{6}{2}, 6, 6 \times 2$$

$$= 3, 6, 12$$

$$26] \quad \text{H.P चे } T_5 = \frac{1}{12} \Rightarrow \text{A.P चे } T_5 = 12$$

$$\text{H.P चे } T_{11} = \frac{1}{15} \Rightarrow \text{A.P चे } T_{11} = 15$$

सामान्य प्रमाण 'd' काढणे

$$d = \frac{T_p - T_q}{p - q} = \frac{12 - 15}{5 - 11} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore d = \frac{1}{2}$$

'a' ची किंमत काढणे.

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$\therefore 12 = a + (5-1) \frac{1}{2}$$

$$\therefore 12 = a + 4^2 \times \frac{1}{2}$$

$$\therefore 12 = a + 2$$

$$\therefore a = 10$$

$$T_5 = 12$$

$$n = 5$$

$$d = \frac{1}{2}$$

$$a = ?$$

T_{25} काढणे.

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$\therefore T_{25} = 10 + (25-1) \frac{1}{2}$$

$$T_{25} = 10 + 24 \times \frac{1}{2}$$

$$\therefore T_{25} = 22$$

$$a = 10$$

$$d = \frac{1}{2}$$

$$n = 25$$

$$T_{25} = ?$$

$$\therefore \text{A.P चे } T_{25} = 22 \Rightarrow \text{H.P चे } T_{25} = \frac{1}{22}$$

$$27] \quad T_5 : T_{10} = 32 : 1, T_y = \frac{1}{32}$$

$$\frac{T_5}{T_{10}} = \frac{32}{1}$$

$$\therefore \frac{Ar}{ar} = 32$$

$$\therefore \frac{1}{r^5} = 32$$

$$\therefore \frac{1}{r^5} = 2^5$$

$$\therefore r^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$\therefore r = \frac{1}{2}$$

‘a’ ची किंमत काढणे.

$$\begin{array}{l|l} T_n = ar^{n-1} & T_7 = \frac{1}{32} \\ \hline \therefore \frac{1}{32} = a \times \left(\frac{1}{2}\right)^{7-1} & n = 7 \\ \therefore \frac{1}{32} = a \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 & r = \frac{1}{2} \\ \therefore \frac{1}{32} = a \times \frac{1}{64} & a = ? \end{array}$$

$$\frac{64^2}{32_1} = a$$

$$\therefore a = 2$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{Gp} &\Rightarrow a, ar, ar^2 \dots\dots\dots \\ &= 2, 2 \times \frac{1}{2}, 2 \times \frac{1}{2} \dots\dots\dots \\ &= 2, 1, \frac{1}{2} \dots\dots\dots \end{aligned}$$

28] 3, 6, 12 1536

$$\begin{array}{l|l} T^n = ar^{n-1} & T_n = 1536 \\ \hline \therefore 1536 = 3 \times 2^{n-1} & a = 3 \\ \therefore \frac{512}{3} = 2^{n-1} & r = \frac{6}{3} = 2 \\ \therefore 512 = 2^{n-1} & n = ? \\ \therefore 2^9 = 2^{n-1} & \\ \therefore 9 = n-1 & \end{array}$$

$$\therefore 9 + 1 = n$$

$$\therefore n = 10$$

वरील क्रमाचे 10 वे पद 1536 होईल.

29] $S_6 : S_3 = 126 : 1$ आणि $T_4 = 125$

$$S_{2n} : S_n = r^n + 1 : 1$$

$$\therefore \frac{S_{2 \times 3}}{S_3} = \frac{126}{1} \Rightarrow \frac{r^3 + 1}{1} = \frac{126}{1}$$

$$\therefore r^3 + 1 = 126$$

$$\therefore r^3 = 126 - 1 = 125$$

$$\therefore r^3 = 5^3$$

$$\boxed{\therefore r = 5}$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$\therefore 125 = a \times 5^{4-1}$$

$$\therefore 125 = a \times 5^3$$

$$\therefore 125 = a \times 125$$

$$a = \frac{125}{125}$$

$$\therefore a = 1$$

$$\therefore \text{Gp} \Rightarrow a, ar, ar^2$$

$$= 1, 1 \times 5, 1 \times 5^2 \dots\dots\dots$$

$$= 1, 5, 25 \dots\dots\dots$$

$$T_4 = 125$$

$$n = 4$$

$$r = 5$$

$$a = ?$$

$$30] a = 6, S_\infty = 8, r = ?$$

$$S_\infty = \frac{a}{1-r} \Rightarrow 8 = \frac{6}{1-r}$$

$$\therefore 8(1-r) = 6$$

$$8 - 8r = 6$$

$$\therefore 8 - 6 = 8r$$

$$\therefore 8r = 2$$

$$\therefore r = \frac{2}{8}$$

$$\boxed{\therefore r = \frac{1}{4}}$$

$$\therefore \text{Gp} \Rightarrow a, ar, ar^2 \dots\dots\dots$$

$$= 6, 6 \times \frac{1}{4}, 6 \times \frac{1}{16}$$

$$= 6, \frac{3}{2}, \frac{3}{8} \dots\dots\dots$$

31] a, A, b हे A.P मध्ये आहेत.

$$\therefore A = \frac{a+b}{2} \dots\dots\dots (1)$$

A, G, b हे G.P मध्ये आहेत.

$$\therefore G = \sqrt{ab} \dots\dots\dots (2)$$

a, H, b हे H.P मध्ये आहेत.

$$\therefore H = \frac{2ab}{a+b} \dots\dots\dots (3)$$

$$\therefore A \times H = \frac{a+b}{2} \times \frac{2ab}{a+b} \quad (1 \text{ व } 3 \text{ यांचा गुणाकार})$$

$$\therefore A \times H = ab \dots\dots\dots (4)$$

दोन्हीकडे वर्गमूळ घेवू.

$$\sqrt{A \times H} = \sqrt{ab} \dots\dots\dots (5)$$

$$\therefore \sqrt{A \times H} = G \quad (\because 2 \text{ व } 5 \text{ वरून})$$

$$\therefore G = \sqrt{AH}$$

$\therefore A, G, H$ हे गुणोत्तर क्रमात आहेत.

32] $a = 4$ $b = 16$

$$A = \frac{a+b}{2} = \frac{4+16}{2} = \frac{20}{2} = 10 \dots\dots\dots (1)$$

$$G = \sqrt{ab} = \sqrt{4 \times 16} = 2 \times 4 = 8 \dots\dots\dots (2)$$

$$H = \frac{2ab}{a+b} = \frac{2 \times 4 \times 16}{4+16} = \frac{64}{20} = 6.4 \dots\dots\dots (3)$$

$$\therefore 10 \geq 8 > 6.4 \quad (\because 1, 2 \text{ व } 3 \text{ वरून})$$

$$\therefore A \geq G \geq H$$

33] दोन संख्या 'a' व b मानू

दोन संख्यांचा गुणाकार 119

$$\therefore a \times b = 119$$

$$A = \frac{a+b}{2} \quad \Bigg| \quad A = 12$$

$$\therefore 12 = \frac{a+b}{2}$$

$$\therefore 12 \times 2 = a + b$$

$$\therefore a + b = 24 \quad \& \quad ab = 119$$

$$\therefore a = 17 \quad \vee \quad b = 7$$

$$\begin{array}{c} 119 \\ \wedge \\ 17 \quad 7 \end{array}$$

$$34] \quad A.M = \frac{13}{2}, \quad G.M = 6, \quad H.M = ?$$

$$A = \frac{a+b}{2}$$

$$\therefore \frac{13}{2} = \frac{a+b}{2}$$

$$\therefore 13 = a + b$$

$$\therefore a + b = 13$$

$$G = \sqrt{ab}$$

$$6 = \sqrt{ab}$$

दोन्हीकडे वर्ग करु

$$36 = ab$$

$$ab = 36 \quad \text{आणि} \quad a + b = 13$$

$$\therefore a = 9, \quad b = 4$$

$$\begin{array}{c} 36 \\ \wedge \\ 9 \quad 4 \end{array}$$

$$H = \frac{2ab}{a+b}$$

$$\therefore H = \frac{2 \times 9 \times 4}{9+4}$$

$$\therefore H = \frac{72}{13}$$

35] a, H, b हे H. P मध्ये आहेत.

$\therefore \frac{1}{a}, \frac{1}{H}, \frac{1}{b}$ हे A. P मध्ये आहेत.

$$\text{सामान्य फरक} \Rightarrow \frac{1}{H} - \frac{1}{a} = \frac{1}{b} - \frac{1}{H}$$

$$\therefore \frac{1}{H} + \frac{1}{H} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a}$$

$$\therefore \frac{2}{H} = \frac{a+b}{ab}$$

$$\therefore 2 \times \frac{2ab}{a+b} = H$$

$$\therefore H = \frac{2ab}{a+b}$$

36] 6 पदांची बेरीज $S_6 = 345$

पहिल्या आणि शेवटच्या पदातील फरक 55

$$\therefore T_6 - T_1 = 55$$

$$\therefore a + 5d - a = 55$$

$$\therefore 5d = 55$$

$$\therefore d = \frac{55}{5}$$

$$\therefore d = 11$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$\therefore 345 = \frac{6}{2} [2a + (6-1)11]$$

$$\therefore \frac{345}{3} = 2a + 55$$

$$\therefore 115 = 2a + 55$$

$$\therefore 115 - 55 = 2a$$

$$\therefore 2a = 60$$

$$A = \frac{60}{2}$$

$$\therefore a = 30$$

\therefore ती सहा पदे $\Rightarrow a, a + d, a + 2d, a + 3d, a + 4d, a + 5d$

$$= 30, 30 + 11, 30 + 22, 30 + 33, 30 + 44, 30 + 55$$

$$= 30, 41, 52, 63, 74, 85$$

$$S_6 = 345$$

$$n = 6$$

$$d = 11$$

$$a = ?$$

37] A.P ची पहिली 4 पदे $(a - 3d)$, $(a - d)$, $(a + d)$, $(a + 3d)$ मानू
दुसऱ्या आणि तिसऱ्या पदांची बेरीज 22

$$(a - b) + (a + d) = 22$$

$$\therefore a - d + a + d = 22$$

$$\therefore 2a = 22$$

$$a = \frac{22}{2}$$

$$\therefore a = 11$$

पहिल्या आणि चौथ्या पदांचा गुणाकार 85

$$\therefore (a - 3d)(a + 3d) = 85$$

$$\therefore a^2 - 9d^2 = 85$$

$$\therefore 11^2 - 9d^2 = 85 \quad (\because a = 11)$$

$$\therefore 121 - 9d^2 = 85$$

$$\therefore 121 - 85 = 9d^2$$

$$9d^2 = 36$$

$$d^2 = \frac{36}{9}$$

$$\therefore d = \pm 2$$

$$\therefore \text{ती पदे} \Rightarrow (a - 3d), (a - d), (a + d), (a + 3d)$$

$$= (11 - 3 \times 2)(11 - 2)(11 + 2)(11 + 3 \times 2)$$

$$= 5, 9, 13, 17 \text{ किंवा } 17, 13, 9, 5$$

38] G.P तीन पदे $\frac{a}{r}$, a , ar मानू

तीन पदांचा गुणाकार 1 आहे.

$$\therefore \frac{a}{r} \times a \times ar = 1$$

$$a^3 = 1$$

$$\therefore a = 1$$

तीन पदांची बेरीज $\frac{39}{10}$ आहे.

$$\therefore \frac{a}{r} + a + ar = \frac{39}{10}$$

$$\therefore \frac{1}{r} + 1 + 1 \times r = \frac{39}{10} \quad (\because a = 1)$$

$$\therefore \frac{1}{r} + 1 + r = \frac{39}{10}$$

$$\therefore r + \frac{1}{r} = \frac{39}{10} - \frac{1}{1} = \frac{39-10}{10}$$

$$\therefore r + \frac{1}{r} = \frac{29}{10}$$

दोन्हीकडे r ने गुणा

$$\therefore r \times r + \frac{1}{r} \times r = \frac{29}{10} \times r$$

$$\therefore r^2 + 1 = \frac{29}{10} r$$

$$\therefore r^2 - \frac{29}{10} r + 1 = 0$$

प्रत्येक पदाला 10 ने गुणा

$$\therefore 10 \times r^2 - \frac{29}{10} r \times 10 + 1 \times 10 = 0$$

$$\therefore 10r^2 - 29r + 10 = 0$$

$$\therefore 10r^2 - 25r - 4r + 10 = 0$$

$$\therefore 5r(2r - 5) - 2(2r - 5) = 0$$

$$\therefore (2r - 5)(5r - 2) = 0$$

$$\therefore 2r - 5 = 0 \quad \text{or} \quad 5r - 2 = 0$$

$$\therefore 2r = 5 \quad \text{or} \quad 5r = 2$$

$$\therefore r = \frac{5}{2} \quad \text{or} \quad r = \frac{2}{5}$$

$$\therefore \text{ते तीन पदे } \frac{a}{r}, a, ar \quad (\because a = 1, r = \frac{5}{2})$$

$$= \frac{1}{\frac{5}{2}}, 1, 1 \times \frac{5}{2}$$

$$= \frac{2}{5}, 1, \frac{5}{2} \quad \text{किंवा} \quad \frac{5}{2}, 1, \frac{2}{5}$$



$$10 \times 10 = \begin{array}{c} 100 \\ \wedge \\ -25 \quad -4 \end{array}$$

3.3 क्रम (Sequence)

CARD - 3

I] बहुपर्यायी प्रश्न

1] d) 7, 21, 63, 189

2] b) $\frac{5}{6}$ आणि $\frac{6}{7}$

3] a) 17

4] c) 23 ($\because S_n - S_{n-1} = T_n \Rightarrow 65 - 42 = 23$)

5] प्रश्न चुकीचा आहे. दोन पर्याय बरोबर आहेत.

(b) 6, 4, 3 व (d) $1, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \dots$

II] वस्तुनिष्ठ प्रश्न

6] 500 ($\because S_n = A.M \times n \Rightarrow 20 \times 25 = 500$)

7] 3984 [$\because S_{16} = \frac{16}{2} (204 + 294) \Rightarrow 8 \times 498 \Rightarrow 3984$]

8] $d = -\frac{1}{3}$ [$d = \frac{T_p - T_q}{p - q} \Rightarrow \frac{11 - \frac{23}{3}}{4 - 14} = \frac{\frac{10}{3}}{-10} = \frac{10}{3} \times \frac{1}{-10} = -\frac{1}{3}$]

9] 75 एकक

10] $S_\infty = \frac{2}{3}$ [$\because S_\infty = \frac{a}{1-r} = \frac{0.6}{1-0.1} = \frac{0.6}{0.9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$]

III] दोन मार्कांचे प्रश्न

11] $T_6 = 20, T_{20} = 6, T_{26} = ?$

'd' ची किंमत काढणे.

$$d = \frac{T_p - T_q}{p - q} = \frac{20 - 6}{6 - 20} = \frac{14}{-14} = -1$$

$$\therefore d = -1$$

'a' ची किंमत काढणे.

$$\begin{array}{l}
 T_n = a + (n - 1)d \\
 \therefore 20 = a + (6 - 1)(-1) \\
 \therefore 20 = a + 5 \times (-1) \\
 20 = a - 5
 \end{array}
 \quad \left| \begin{array}{l}
 d = -1 \\
 T_6 = 20 \\
 n = 6 \\
 a = ?
 \end{array} \right.$$

$$\therefore a = 25$$

$$T_{26} \text{ काढणे } \Rightarrow T_n = a + (n - 1)d$$

$$T_{26} = 25 + (26 - 1)(-1)$$

$$\therefore T_{26} = 25 - 25$$

$$T_{26} = 0$$

$$a = 25$$

$$d = -1$$

$$n = 26$$

$$T_{26} = ?$$

$$12] \quad T_5 : T_{10} = 1:2, T_{12} = 36$$

$$\frac{T_5}{T_{10}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{a+4d}{a+9d} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 2(a + 4d) = 1(a + 9d)$$

$$2a + 8d = a + 9d$$

$$2a - a = 9d - 8d$$

$$\therefore a = d$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$36 = a + (12 - 1)a$$

$$36 = a + 11a$$

$$36 = 12a$$

$$\therefore \frac{36}{12} = a$$

$$\therefore a = 3 \quad \therefore d = 3$$

$$\therefore AP = a, a+d, a + 2d \dots\dots\dots$$

$$= 3, 3+3, 3+6 \dots\dots\dots$$

$$= 3, 6, 9 \dots\dots\dots$$

$$T_{12} = 36$$

$$n = 12$$

$$a = d$$

$$13] (i) T_n = a + (n - 1)d$$

$$T_8 = 18 + (8 - 1)(-2)$$

$$T_8 = 18 + 7(-2)$$

$$T_8 = 18 - 14 = 4$$

$$a = 18$$

$$d = 16 - 18 = -2$$

$$n = 8$$

$$T_8 = ?$$

8 व्या षटकात काढलेल्या धावा 4 होय.

$$(ii) \quad T_n = a + (n-1)d \quad \left| \begin{array}{l} a = 18 \\ d = -2 \\ n = 6 \\ T_6 = ? \end{array} \right.$$

$$T_6 = 18 + (6-1)(-2)$$

$$T_6 = 18 - 10 = 8$$

6 व्या षटकात काढलेल्या धावा 8 होय.

$$14] \quad S_n : S_{2n} = 1 : r^n + 1 \quad \left| \begin{array}{l} \therefore r = 5 \end{array} \right.$$

$$S_3 : S_2 \times 3 = 1 : r^3 + 1$$

$$\therefore S_3 : S_2 \times 3 = 1 : 5^3 + 1$$

$$S_3 : S_6 = 1 : 126$$

\therefore पहिल्या तीन पदांची बेरीज 1 व
पहिल्या सहा पदांची बेरीज 126 होय.

$$15] \quad T_1 = a = \frac{3}{2}, T_n = 96, r = 2, n = ?$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$96 = \frac{3}{2} \times 2^{n-1}$$

$$96^{32} \times \frac{2}{3} = 2^{n-1}$$

$$64 = 2^{n-1}$$

$$2^6 = 2^{n-1}$$

$$\therefore 6 = n-1$$

$$\therefore n = 6 + 1$$

$$\boxed{\therefore n = 7}$$

\therefore पदांची संख्या 7 होय.

$$16] \quad T_{10} = 8 \times T_{13} \quad a = 3, S_\infty = ?$$

$$\frac{T_{10}}{T_{13}} = \frac{8}{1}$$

$$\therefore \frac{ar^9}{ar^{12}} = \frac{8}{1}$$

$$\therefore \frac{1}{r^3} = 2^3$$

$$\therefore r^3 = \frac{1}{2^3}$$

$$\boxed{\therefore r = \frac{1}{2}}$$

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$\therefore S_{\infty} = \frac{3}{1-\frac{1}{2}}$$

$$S_{\infty} = \frac{3}{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore S_{\infty} = 3 \times \frac{2}{1} = 6$$

$$a = 3$$

$$r = \frac{1}{2}$$

$$S_{\infty} = ?$$

17] दुसरे पद $b = x$ मानू

\therefore पहिले पद $a = 2x$ होईल.

$$H = \frac{2ab}{a+b} \quad | \quad H = 10$$

$$\therefore 10 = \frac{2 \times 2x \times x}{2x+x}$$

$$\therefore 10 = \frac{4x^2}{3x}$$

$$\therefore 10^5 \times \frac{3}{4} = x$$

$$\therefore x = \frac{15}{2}$$

\therefore दुसरे पद $b = x = \frac{15}{2}$

\therefore पहिले पद $a = 2x = 2 \times \frac{15}{2} = 15$

18] $7 \times T_7 = 11 \times T_{11}$ तर $T_{18} = ?$

$$7(a + 6d) = 11(a + 10d)$$

$$7a + 42d = 11a + 110d$$

$$7a - 11a = 110d - 42d$$

$$-4a = 68d$$

$$\therefore a = \frac{68d}{-4}$$

$$\boxed{\therefore a = -17d}$$

आता $T_{18} = a + 17d$

$$\therefore T_{18} = -17d + 17d$$

$$\therefore T_{18} = 0$$

$$\begin{aligned}
 19] \quad T_n &= a + (n - 1)d \\
 \therefore 785 &= 400 + (n - 1)35 \\
 \therefore 785 &= 400 + 35n - 35 \\
 785 &= 365 + 35n \\
 785 &= 365 + 35n \\
 35n &= 420 \\
 35n &= 420 \\
 n &= \frac{420}{35} \\
 \therefore n &= 12
 \end{aligned}$$

2012 साली कंपनीतील कामगारांची संख्या 785 होईल.

$$\begin{aligned}
 20] \quad T_1 &= a = 2 \\
 S_n &= \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d] & \left| \begin{array}{l} a = 2 \\ n = 5 \end{array} \right. \\
 S_n &= \frac{5}{2} [2 \times 2 + (5 - 1)d] \\
 S_n &= \frac{5}{2} [4 + 4d] \\
 S_5 &= \frac{5}{2} \times 2 [2 + 2d] \\
 S_5 &= 5 [2 + 2d] = 10 + 10d \\
 S_n &= \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d] & \left| \begin{array}{l} a = 2 \\ n = 10 \end{array} \right. \\
 S_{10} &= \frac{10}{2} [2 \times 2 + (10 - 1)d] \\
 S_{10} &= 5 [4 + 9d] \\
 S_{10} &= 20 + 45d \\
 \text{आता } S_5 &= \frac{1}{4} (S_{10} - S_5) \\
 \therefore 10 + 10d &= \frac{1}{4} [20 + 45d - 10 - 10d] \\
 \therefore 10 + 10d &= \frac{1}{4} [10 + 35d] \\
 \therefore 4(10 + 10d) &= 10 + 35d \\
 40d - 35d &= 10 - 40
 \end{aligned}$$

$$5d = -30$$

$$\therefore d = \frac{-30}{5}$$

$$\therefore d = -6$$

T_{20} काढणे

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$\therefore T_{20} = 2 + (20-1)(-6)$$

$$T_{20} = 2 + (19)(-6)$$

$$T_{20} = 2 - 114$$

$\therefore T_{20} = -112$ हे सिध्द झाले.

$$a = 2$$

$$d = -6$$

$$n = 20$$

$$T_{20} = ?$$

21] H.P चे $T_4 = \frac{1}{11}$ A.P $T_4 = 11$

H.P चे $T_{14} = \frac{3}{23}$ \therefore AP चे $T_{14} = \frac{23}{3}$

$$d = \frac{T_p - T_q}{p - q} = \frac{11 - \frac{23}{3}}{4 - 14} = \frac{\frac{33 - 23}{3}}{-10} = \frac{\frac{10}{3}}{-10} = \frac{10}{3} \times \frac{1}{-10} = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore d = -\frac{1}{3}$$

'a' ची किंमत काढणे.

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$11 = a + (4-1)\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$11 = a + 3 \times -\frac{1}{3}$$

$$11 = a - 1$$

$$\therefore a = 12$$

T_7 ची किंमत काढणे.

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$T_7 = 12 + (7-1)\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$T_7 = 12 + 6 \times -\frac{1}{3}$$

$$T_7 = 12 - 2$$

$$\therefore T_7 = 10$$

$$T_4 = 11$$

$$n = 4$$

$$d = -\frac{1}{3}$$

$$a = ?$$

$$a = 12$$

$$d = -\frac{1}{3}$$

$$n = 7$$

$$T_7 = ?$$

$$\therefore \text{A.P चे } T_7 = 10$$

$$\therefore \text{H.P चे } T_7 = \frac{1}{10}$$

$$22] \quad T_2 = \sqrt{6}, T_6 = 9\sqrt{6}$$

$$\frac{T_2}{T_6} = \frac{\sqrt{6}}{9\sqrt{6}} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{ar}{ar^{54}} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{r^4} = \frac{1}{(\sqrt{3})^4}$$

$$\therefore r^4 = (\sqrt{3})^4$$

$$\therefore r = \sqrt{3}$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$\therefore \sqrt{6} = a \times (\sqrt{3})^{2-1}$$

$$\sqrt{6} = a \times \sqrt{3}$$

$$\therefore a = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$\boxed{\therefore a = \sqrt{2}}$$

$$\therefore \text{GP} = a, ar, ar^2 \dots\dots\dots$$

$$= \sqrt{2}, \sqrt{2} \times \sqrt{3}, \sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 \dots\dots\dots$$

$$= \sqrt{2}, \sqrt{6}, 3\sqrt{2} \dots\dots\dots$$

$$T_2 = \sqrt{6}$$

$$n = 2$$

$$r = \sqrt{3}$$

$$a = ?$$

3 मार्काचे प्रश्न

$$23] \text{ पहिल्या 10 पदांची बेरीज 175}$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2a + (10-1)d]$$

$$\therefore S_{10} = 5 [2a + 9d]$$

$$S_{10} = 10a + 45d$$

$$10a + 45d = 175 \quad (\because S_n = 175)$$

$$2a + 9d = 35 \dots\dots\dots (1)$$

$$n = 10$$

$$S_n = 175$$

पहिल्या 20 पदांची बेरीज

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2a + (20 - 1)d]$$

$$S_{20} = 10 [2a + 19d]$$

$$S_{20} = 20a + 190d$$

आता पुढील 10 पदांची बेरीज = $S_{20} - S_{10}$

$$475 = 20a + 90d - (10a + 45d)$$

$$475 = 20a + 190d - 10a - 45d$$

$$475 = 10a + 145d$$

$$\therefore 2a + 29d = 95 \dots\dots\dots (2) \quad (5 \text{ ने भागणे})$$

$$\begin{array}{r} 2a + 29d = 95 \\ - \quad 2a + 9d = 35 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$20d = 60$$

$$d = \frac{60}{20} = 3$$

$$\boxed{\therefore d = 3}$$

$d = 3$ ही किंमत समी (1) मध्ये घालू

$$2a + 9d = 35$$

$$2a + 9 \times 3 = 35$$

$$2a + 27 = 35$$

$$2a = 35 - 27 = 8$$

$$2a = 8$$

$$\therefore a = \frac{8}{2} = 4$$

\therefore पहिले पद 4 आणि सामान्य फरक 3 होय.

24] चौकोनाचे कोन $a - 3d, a - d, a + d, a + 3d$ मानू

चौकोनातील 4 कोनांची बेरीज = 360^0

$$a - 3d + a - d + a + d + a + 3d = 360^0$$

$$4a = 360^0$$

$$a = \frac{360}{4}$$

$$\therefore a = 90$$

आता $\frac{(a-3d)(a+3d)}{(a-d)(a+d)} = \frac{27}{28}$

$$\frac{90^2 - 9d^2}{90^2 - d^2} = \frac{27}{28}$$

$$28(90^2 - 9d^2) = 27(90^2 - d^2)$$

$$28(8100 - 9d^2) = 27(8100 - d^2)$$

$$226800 - 252d^2 = 218700 - 27d^2$$

$$2,26800 - 2,18,700 = -27d^2 + 252d^2$$

$$8100 = 225d^2$$

$$\frac{8100}{225} = d^2$$

$$d^2 = 36$$

$$\therefore d = \pm 6$$

\therefore चौकोनाचे कोन $\Rightarrow a - 3d, a - d, a + d, a + 3d$

$$= 90 - 3 \times 6, 90 - 6, 90 + 6, 90 + 3 \times 6$$

$$= 90 - 18, 90 - 6, 90 + 6, 90 + 18$$

$$= 72, 84, 96, 108$$

25] अंकगणिती क्रमाचे पहिले पद a आणि सामान्य फरक ' d ' आहे.

$$S_1 = \text{पहिल्या } n \text{ पदांची बेरीज} = S_1 = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \quad \dots\dots (1)$$

$$S_2 = \text{पहिल्या } 2n \text{ पदांची बेरीज} = S_2 = \frac{2n}{2} [2a + (2n-1)d] \quad \dots\dots (2)$$

$$S_3 = \text{पहिल्या } 3n \text{ पदांची बेरीज} = S_3 = \frac{3n}{2} [2a + (3n-1)d] \quad \dots\dots (3)$$

$$\text{आता } S_2 - S_1 = \frac{2n}{2} [2a + (2n-1)d] - \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$= \frac{n}{2} [2(2a + (2n - 1)d)] - (2a + (n - 1)d]$$

$$= \frac{n}{2} [4a + 4nd - 2d - 2a - nd + d]$$

$$= \frac{n}{2} [2a + 3nd - d]$$

$$S_2 - S_1 = \frac{n}{2} [2a + (3n - 1)d]$$

$$\therefore 3(S_2 - S_1) = \frac{3n}{2} [2a + (3n - 1)d] \quad \dots\dots (4)$$

$$\therefore 3(S_2 - S_1) = S_3 \quad (\because 3 \& 4)$$

26]

$$T_6 + T_7 = 54$$

$$a + 5d + d + 6d = 54$$

$$2a + 11d = 54 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$T_{10} + T_{11} + T_{12} = 135$$

$$a + 9d + a + 10d + a + 11d = 135$$

$$3a + 30d = 135$$

3 ने भागा

$$a + 10d = 45 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$2a + 11d = 54 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$a + 10d = 45 \quad \dots\dots\dots (2) \times 2$$

$$\begin{array}{r} - 2a + 11d = 54 \\ 2a + 20d = 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$-9d = -36$$

$$d = \frac{36}{9}$$

$$\therefore d = 4$$

d = 4 ही किंमत (2) मध्ये घालू

$$a + 10d = 45$$

$$a + 10 \times 4 = 45$$

$$a + 40 = 45$$

$$a = 45 - 40$$

$$\therefore a = 5$$

$$\begin{aligned} \therefore AP &\Rightarrow a, a + d, a + 2d \dots\dots\dots \\ &= 5, 5 + 4, 5 + 2 \times 4 \dots\dots\dots \\ &= 5, 9, 13 \dots\dots\dots \end{aligned}$$

$$27] \quad T_{10} = 15, \quad T_{15} = 10, \quad T_{25} = ?$$

$$d = \frac{T_p - T_q}{p - q} = \frac{15 - 10}{10 - 15} = \frac{5}{-5} = -1$$

$$\therefore d = -1$$

$$T_{10} = a + 9d \quad T_{10} = 15$$

$$\therefore 15 = a + 9(-1) \quad d = -1$$

$$\therefore 15 = a - 9 \quad a = ?$$

$$\therefore 15 + 9 = a$$

$$\therefore a = 24$$

$$T_{25} = a + 24d$$

$$= 24 + 24(-1)$$

$$= 24 - 24$$

$$\therefore T_{25} = 0$$

$$28] \quad S_{10} = 25, \quad S_{25} = 10, \quad S_{35} = ?$$

$$S_{10} = \frac{n}{2} (a + l)$$

$$S_{10} = \frac{n}{2} [a + a + 9d]$$

$$25 = \frac{10}{2} [2a + 9d]$$

$$\frac{5}{1} = 2a + 9d$$

$$\therefore 2a + 9d = 5 \dots\dots\dots (1)$$

$$S_{25} = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$10 = \frac{25}{2} [2a + (25 - 1)d]$$

$$10 = \frac{25}{2} [2a + 24d]$$

$$10 = \frac{25}{2} \times 2 [a + 12d]$$

$$\frac{10}{25} = a + 12d$$

$$\frac{2}{5} = a + 12d$$

$$2 = 5a + 60d$$

$$5a + 60d = 2 \dots\dots\dots (2)$$

$$2a + 9d = 5 \dots\dots\dots (1) \times 5$$

$$5a + 60d = 2 \dots\dots\dots (2) \times 2$$

$$\begin{array}{r} - 10a + 45d = 25 \\ 10a + 120d = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$- 75d = 21$$

$$\therefore d = \frac{7}{-75}$$

$$\boxed{\therefore d = -\frac{7}{75}}$$

$d = -\frac{7}{75}$ ही किंमत (1) मध्ये घालू

$$2a + 9 \times -\frac{7}{75} = 5$$

$$2a - \frac{63}{75} = 5$$

$$2a = 5 + \frac{63}{75} = \frac{125+63}{75} = \frac{188}{75}$$

$$2a = \frac{188}{75}$$

$$\therefore a = \frac{188}{2 \times 75}$$

$$\boxed{\therefore a = \frac{94}{75}}$$

$$S_{35} = \frac{35}{2} [2 \times \frac{94}{75} + 34d]$$

$$= \frac{35}{2} [\frac{188}{75} + 34 \times (-\frac{7}{75})]$$

$$= \frac{35}{2} [\frac{188-238}{75}]$$

$$= \frac{35}{2} \times \frac{-50}{75}$$

$$S_{35} = -105$$

$$29] a = 22, T_n = -11, S_n = 66, n = ? d = ?$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a + T_n)$$

$$66 = \frac{n}{2} (22 - 11)$$

$$66 = \frac{n}{2} \times 11$$

$$\frac{66 \times 2}{11} = n$$

$$\therefore n = 12$$

$$\text{आता } T_n = a + (n - 1)d$$

$$-11 = 22 + (12 - 1)d$$

$$-11 = 22 + 11d$$

$$-33 = 11d$$

$$\frac{-33}{11} = d$$

$$\therefore d = -3$$

$$30] T_{12} = -13, S_4 = 24, S_{10} = ?$$

$$T_{12} = a + 11d$$

$$-13 = a + 11d$$

$$\therefore a + 11d = -13 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$a + a + d + a + 2d + a + 3d = 24$$

$$4a + 6d = 24$$

$$2a + 3d = 12$$

2 सामाईक काढले

$$a + 11d = -13$$

\dots\dots\dots (1) \times 2

$$2a + 3d = 12$$

\dots\dots\dots (2) \times 1

$$2a + 22d = -26$$

$$2a + 3d = 12$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$19d = -38$$

$$d = \frac{-38}{19}$$

$$\therefore d = -2$$

‘a’ ची किंमत काढणे.

$$T_{12} = a + 11d$$

$$-13 = a + 11(-2)$$

$$-13 = a - 22$$

$$-13 + 22 = a$$

$$\therefore a = 9$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2 \times 9 + (10-1)(-2)]$$

$$S_{10} = 5 [18 + 9(-2)]$$

$$S_{10} = 5 [18 - 18]$$

$$S_{10} = 5 \times 0$$

$$\therefore S_{10} = 0$$

$$31] T_5 = 4 \times T_3$$

$$ar^4 = 4 \times ar^2$$

$$\frac{ar^4}{ar^2} = 4$$

$$r^2 = 4$$

$$\therefore r = \pm 2$$

$$\text{आता } T_1 + T_2 = -4$$

$$| r = 2$$

$$a + ar = -4$$

$$a + a \times 2 = -4$$

$$a + 2a = -4$$

$$3a = -4$$

$$a = \frac{-4}{3}$$

$$G.P. \Rightarrow a, ar, ar^2$$

$$= \frac{-4}{3}, \frac{-4}{3} \times 2, \frac{-4}{3} \times 4$$

$$= \frac{-4}{3}, \frac{-8}{3}, \frac{-16}{3}$$

जेव्हा $r = -2$

$$a + ar = -4$$

$$a - 2a = -4$$

$$-a = -4$$

$$\therefore a = 4$$

$$\therefore \text{GP} = a, ar, ar^2$$

$$= 4, 4 \times (-2), 4 \times (-2)^2$$

$$= 4, -8, 16 \dots\dots\dots$$

32] पहिल्या 2 पदांची बेरीज 2 व 4 पदांची बेरीज 20 असणारा G.P. काढा.

$$S_2 = 2, S_4 = 20 \text{ तर G.P.} = \dots\dots\dots$$

$$S_{2n} : S_n = (r^n + 1) : 1$$

$$\therefore S_4 : S_2 = (r^n + 1) : 1$$

$$20 : 2 = r^n + 1$$

$$\therefore 10 = r^n + 1$$

$$9 = r^2$$

$$\therefore r = 3$$

आता

$$S_2 = a + ar$$

$$2 = a + 3a$$

$$2 = 4a$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{G.P.} = a, ar, ar^2 \dots\dots\dots$$

$$= \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{9}{2} \dots\dots\dots$$

33] G.P. चे दुसरे पद हे पहिल्या पदापेक्षा 2 ने कमी असून $S_{\infty} = 50$ तर G.P. चे पहिले पद आणि सामान्य गुणोत्तर काढा.

इथे $T_2 = T_1 - 2$, $T_2 = a - 2$, $S_{\infty} = 50$

$$\therefore r = \frac{T_2}{T_1}$$

$$r = \frac{a-2}{a}$$

आता

$$S_{\infty} = \frac{a}{1-r}$$

$$50 = \frac{a}{1-\frac{a-2}{a}}$$

$$50 = \frac{a}{\frac{a-a+2}{a}}$$

$$50 = \frac{a}{\frac{2}{a}}$$

$$50 = \frac{a^2}{2}$$

$$\therefore a^2 = 100$$

$$\boxed{a = 10}$$

$$\therefore r = \frac{a-2}{a}$$

$$r = \frac{8}{10}$$

$$r = 0.8$$

$$\therefore \text{G.P.} = a, ar, ar^2 \dots\dots\dots$$

$$= 10, 8, 64 \dots\dots\dots$$

34] a, ar, ar^2, ar^3 हा G.P. आहे. पहिल्या आणि तिसऱ्या पदांची बेरीज 15 व उरलेल्या दोन पदांची बेरीज 3 आहे. तर ती पदे काढा.

इथे $a + ar^2 = 15$, $ar + ar^3 = 30$ तर पदे काढा.

$$\therefore ar + ar^3 = 30$$

$$r(a + ar^2) = 30$$

$$r \times 15 = 30$$

$$\boxed{r = 2}$$

$$\text{आता } a + ar^2 = 15$$

$$a(1 + r^2) = 15$$

$$a(1 + r^2) = 15 \quad | \quad r = 2$$

$$a \times 5 = 15$$

$$\boxed{a = 3}$$

$$\therefore a = 3, ar = 6, ar^2 = 12, ar^3 = 24.$$

35] G.P. च्या पहिल्या 4 पदांची बेरीज 30 आहे. पहिल्या व शेवटच्या पदांची बेरीज 18 आहे. तर त्या संख्या काढा.

इथे $S_4 = 30$, $a + T_4 = 18$, पदे काढा.

36] a, b, c हे G.P. मध्ये आहेत.

$$\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$$

$$\therefore b^2 = ac$$

आता $a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}} = m$ मानू

$$a = m^x, b = m^y, c = m^z$$

$$b^2 = ac$$

$$\therefore b^2 = m^x m^z$$

$$(m^y)^2 = m^x m^z$$

$$m^{2y} = m^x m^z$$

$$m^{2y} = m^{x+z}$$

$$\therefore x + z = 2y$$

$$\therefore \frac{x+z}{2} = y$$

$\therefore x, y, z$ हे A.P. मध्ये आहेत.

37] p वे पद q, q वे पद p आहे.

$$T_p = a + (p - 1)d$$

$$q = a + (p - 1)d \dots\dots\dots (1)$$

$$T_q = a + (q - 1)d$$

$$p = a + (q - 1)d \dots\dots\dots (2)$$

(1) मधून (2) वजा करा.

$$q - p = [a + (p - 1)d] - [a + (q - 1)d]$$

$$q - p = a + (p - 1)d - a - (q - 1)d$$

$$q - p = (p - 1)d - (q - 1)d$$

$$q - p = d[p - 1 - q + 1]$$

$$q - p = d(p - q)$$

$$\therefore d = \frac{(p-q)^1}{-(p-q)^1}$$

$$\boxed{\therefore d = -1}$$

$$\text{आता } q = a + (p - 1)d \dots\dots\dots (1)$$

$$q = a + (p - 1)(-1)$$

$$q = a - p + 1$$

$$\boxed{\therefore a = p + q - 1}$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$T_n = (p + q - 1) + (n - 1)(-1)$$

$$T_n = p + q - 1 - n + 1$$

$\therefore T_n = p + q - n$ हे सिध्द झाले.



4.1 क्रमवेश आणि संवेश

I] बहुपर्यायी प्रश्ने

1] B) 1

2] B) $nCr = \frac{nPr}{r!}$

3] D) $n!$

4] A) 1

5] D) 120

6] A) 8

7] C) 1

8] B) 3

9] A) $2n$

10] C) 1

II] वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1] N वस्तुमधून r वस्तुंची निवड करून मिळणाऱ्या क्रमवेशांची संख्या2] n वस्तुमधून 3 वस्तुंची निवड करून मिळणाऱ्या संवेशाची संख्या3] जर एक घटना m प्रकारे त्यानंतर घटना n प्रकारे घडत असतील तर एकानंतर एक या होती घटना $m \times n$ प्रकारे घडतात.

4] ${}^n C_r = n!$

5] ${}^n C_r = \frac{nPr}{r!}$

III] दोन मार्काचे प्रश्न

1] $5P3 = 6 \times 4 \times 3 = 60$

2] $nPr = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \left| \begin{array}{l} n=4 \\ r=3 \end{array} \right.$

$$\therefore 4P3 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$3] np_2 = 90$$

$$n(n-1) = 10 \times 9$$

$$\therefore n = 10$$

$$\begin{array}{c} 90 \\ \wedge \\ 10 \quad 9 \end{array}$$

$$4] 5p_2 - 4p_0 + 3p_1$$

$$\begin{aligned} &= 5 \times 4 - 1 + 3 \\ &= 20 - 1 + 3 \\ &= 23 - 1 \\ &= 22 \end{aligned}$$

$$5] np_n = 5040$$

$$n! = 5040$$

$$n! = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$n! = 7!$$

$$\therefore n = 7$$

1	5040
2	5040
3	2520
4	840
5	210
6	42
7	7
	1

$$6] nCr = 10$$

$$\frac{n(n-1)}{2 \times 1} = 10$$

$$n(n-1) = 20$$

$$n(n-1) = 5 \times 4$$

$$\therefore n = 5$$

$$\begin{array}{c} 20 \\ \wedge \\ 5 \quad 4 \end{array}$$

$$7] \text{ एकूण कर्ण} = nC_2 - n$$

$$= 5C_2 - 5$$

$$= \frac{5 \times 4}{2 \times 1} - 5$$

$$= 10 - 5$$

$$= 5$$

$$| n = 5$$

$$8] n = 10 \quad r = 5$$

$$\begin{aligned} nC_r &= 10C_5 \\ &= \frac{10 \times 9^3 \times 8^2 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \\ &= 6 \times 42 \\ &= 252 \end{aligned}$$

$$9] n = 4 \quad r = 2$$

$$nC_r = 4C_2 = \frac{4^2 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

∴ 4 मित्र एकमेकांना 6 प्रकारे हस्तांदोलन करतात.

$$10] 11P_r = 990$$

$$\begin{aligned} 11P_r &= 11 \times 10 \times 9 \\ \therefore 11P_r &= 11p_3 \\ \therefore r &= 3 \end{aligned}$$

$$11] \text{ i) } 3 \text{ अंकी संख्या} = 4p_3$$

$$\begin{aligned} &= 4 \times 3 \times 2 \\ &= 24 \end{aligned}$$

$$\text{ii) दोन अंकी संख्या} = 4p_2$$

$$\begin{aligned} &= 4 \times 2 \\ &= 12 \end{aligned}$$

त्यामधील सम संख्या

द	सू
3	1

$$\begin{aligned} \therefore \text{सम संख्या} &= 3 \times 1 \\ &= 3 \end{aligned}$$

IV] तीन मार्काचे प्रश्न

1] एकूण बिंदू $n = 10$ i) सरळ रेषा $n = 10, r = 2$

$$\therefore nC_r = 10C_2 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1}$$

$$\therefore \text{सरळ रेषांची संख्या} = 45$$
ii) त्रिकोण $n = 10, r = 3$

$$\therefore nC_r = 10C_3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1}$$

$$\therefore \text{एकूण त्रिकोणांची संख्या} = 120$$
iii) चौकोन $n = 10, r = 4$

$$\begin{aligned} \therefore \text{चौकोनांची संख्या} &= 10C_4 \\ &= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \\ &= 210 \end{aligned}$$

2] मुले - 8, मुली - 5

समितीतील सदस्य = 6

$$\begin{aligned} \therefore 3 \text{ मुली असणाऱ्या समित्यांची संख्या} &= 8C_3 \times 5C_3 \\ &= \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} \\ &= 56 \times 10 \\ &= 560 \end{aligned}$$



4.2 क्रमवेश आणि संवेश

I] बहुपर्यायी प्रश्न

1] C) 5

2] C) $\frac{n!}{(n-r)!r!}$

3] B) 126

4] C) 120

5] A) 0

6] B) 5

7] D) 190

8] A) 35

II] दोन मार्कांचे प्रश्न

1] $nc_8 = nc_{12}$

$$nc_8 = nc_{n-12} \quad | \therefore nc_r = nc_{n-r}$$

$$\therefore 8 = n - 12$$

$$8 + 12 = n$$

$$\therefore n = 20$$

2] $np_r = 3024, \quad nc_r = 126, \quad n = ?, \quad r = ?$

$$\frac{np_r}{nc_r} = r!$$

$$\frac{3024^{24}}{126} = r!$$

$$r! = 4$$

$$\therefore r = 4$$

$$np_4 = 3024$$

$$np_4 = 9 \times 8 \times 7 \times 6$$

$$np_4 = 9P_4$$

$$n = 4$$

$$3] (n+1)! = 12(n-1)!$$

$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = 12$$

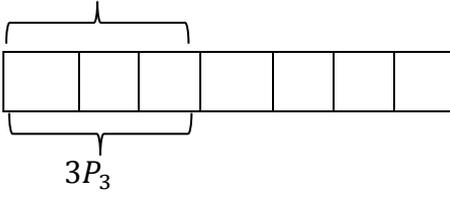
$$\frac{(n+1)(n)(n-1)!}{(n-1)!} = 12$$

$$n(n+1) = 12$$

$$n(n+1) = 3 \times 4 \quad \left| \begin{array}{l} 12 \\ \wedge \\ 3 \quad 4 \end{array} \right.$$

$$\therefore n = 3$$

4]



$$= 3P_3 \times 5P_5$$

$$= 3 \times 2 \times 1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

$$= 6 \times 120$$

$$= 720$$

$$5] 3 \text{ अंकी} = 5P_3$$

$$= 5 \times 4 \times 3$$

$$= 60$$

समसंख्या

श.	द.	सू.
$3P_1$	$4P_1$	2,4,6
3	4	3

$$= 3 \times 4 \times 3$$

$$= 36$$

$$9] n = 5, r = 3$$

$$nC_r = 5C_3 = \frac{5 \times 4^2 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10 \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$\begin{aligned} nC_{r-r} &= 5C_{5-3} \\ &= 5C_2 \\ &= \frac{5 \times 4^2}{2 \times 1} = 10 \quad \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

$$\boxed{\therefore nC_r = nC_{n-r}} \quad (\because 1 \& 2)$$

10] See Card No. 1 Q. No. - 5

$$11) \quad nC_2 - n = 20$$

$$\frac{n(n-1)}{2 \times 1} - \frac{n}{1} = 20$$

$$\frac{n(n-1)}{2} - \frac{n}{1} = 20$$

$$\frac{n(n-1) - n \times 2}{2} = 20$$

$$n^2 - n - 2n = 40 \quad \left| \begin{array}{l} -40 \\ \wedge \\ -8 \quad +5 \end{array} \right.$$

$$n^2 - 3n - 40 = 0$$

$$(n - 8)(n + 5) = 0$$

$$n - 8 = 0 \quad \text{or} \quad n + 5 = 0$$

$$\therefore n = 8 \quad \text{or} \quad n = -5 \quad (\text{अशक्य})$$

$$\boxed{\therefore n = 8}$$

$$\therefore \text{बाजूंची संख्या} = 8$$

III] तीन मार्काचे प्रश्न

1] एकूण शिक्षक - 8

$$\begin{aligned} \text{a) 5 शिक्षकांच्या समित्यांची संख्या} &= 8C_5 = 8C_3 \\ &= \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} \\ &= 56 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) मुख्याध्यापक समितीमध्ये असताना समित्यांची संख्या} &= 7C_4 \\ &= 7C_3 \\ &= \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} \\ &= 35 \end{aligned}$$

2] लाल - 5, निळ्या - 4, एकूण - 9

$$\begin{aligned} \text{a) 4 गोट्यांची निवड} &= 9C_4 \\ &= \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \\ &= 9 \times 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) 2 लाल गोट्या असणाऱ्या 4 गोट्यांची निवड} &= 5C_2 \times 4C_2 \\ &= \frac{5 \times 4^2}{2 \times 1} \times \frac{4^2 \times 3}{2 \times 1} \\ &= 10 \times 6 \\ &= 60 \end{aligned}$$

3] पुरुष - 6, स्त्रिया - 4, एकूण - 10

समितीची सदस्यांची संख्या - 5

(i) कमीत कमी 2 स्त्रिया -

व स्त्रीयांची संख्या 2, 3 किंवा 4 असू शकते.

निवडीचे प्रकार -

	स्त्रिया 4	पुरुष 6	प्रकार
1	2	3	$4C_2 \times 6C_3$
2	3	2	$4C_3 \times 6C_2$
3	4	1	$4C_4 \times 6C_1$

$$(1) 4C_2 \times 6C_3 = \frac{4^2 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 6 \times 20 = 120$$

$$(2) 4C_3 \times 6C_2 = 4C_1 \times \frac{6^2 \times 5}{2 \times 1} = 4 \times 15 = 60$$

$$(3) 4C_4 \times 6C_1 = 1 \times 6 = 6$$

$$186$$

∴ कमीत कमी 2 स्त्रिया असताना समित्यांची संख्या 186 होय.

(ii) फक्त 2 स्त्रिया असणाऱ्या समित्यांची संख्या = $4C_2 \times 6C_3$

$$= \frac{4^2 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1}$$

$$= 6 \times 20$$

$$= 120$$

4] $\frac{1}{8!} + \frac{1}{9!} = \frac{x}{10!}$

$$\frac{9! + 8!}{8! \cdot 9!} = \frac{x}{10!}$$

$$\frac{9 \times 8! + 8!}{8! \cdot 9!} = \frac{x}{10!}$$

$$\frac{8!(9+1)}{8! \cdot 9!} = \frac{x}{10 \times 9!}$$

$$\therefore 10 = \frac{x}{10}$$

$$\therefore x = 100$$



4.3 क्रमवेश आणि संवेश

I] बहुपर्यायी प्रश्न

- 1] C) $-n$
- 2] A) 5
- 3] B) $3P_2 \times 2P_2$
- 4] A) 8
- 5] C) $4C_2 \times 3C_1$
- 6] D) 2
- 7] A) $np_r = nc_r \times r!$
- 8] B) 11

II] दोन गुणांचे प्रश्न

1] कार्ड नं. 2 मधील 11 व्या गणिताप्रमाणे सोडवा.

2] $8C_4 + 8C_5 = 9C_4$

$$\begin{aligned}
 L.H.S. &= 8C_4 + 8C_5 \\
 &= \frac{8^2 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} + \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \\
 &= 70 + 56 \\
 L.H.S. &= 126 \quad \dots \dots (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R.H.S. &= 9C_4 \\
 &= \frac{9 \times 8^2 \times 7 \times 6}{4 \times 3 \times 2 \times 1} \\
 R.H.S. &= 126 \quad \dots \dots (2)
 \end{aligned}$$

$$\therefore L.H.S = R.H.S \quad (\because 1 \& 2)$$

$$\therefore 8C_4 + 8C_5 = 9C_4$$

$$\begin{aligned}
3] \quad L.H.S. &= \frac{n C_r}{n-1 C_{r-1}} \\
&= \frac{\frac{n!}{(n-r)! \times r!}}{\frac{(n-1)!}{(n-1-r+1)! (r-1)!}} \\
&= \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} \times \frac{(n-r)! (r-1)!}{(n-1)!} \\
&= \frac{n(n-1)!}{\cancel{(n-r)!} r! \cancel{(n-r)}} \times \frac{\cancel{(n-r)!} (r-1)}{\cancel{(n-1)!}} \\
&= \frac{n}{r} \\
&= R.H.S
\end{aligned}$$

4] व्यंजन - 7, स्वर - 4

$$\begin{aligned}
\therefore 3 \text{ व्यंजन व } 2 \text{ स्वर असणारे शब्द संख्या} &= 7P_3 \times 4p_2 \\
&= 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \\
&= 42 \times 60 \\
&= 2520
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
5] \quad np_3 &= 210 \\
n(n-1)(n-2) &= 210 \\
n(n-1)(n-2) &= 7 \times 6 \times 5 \\
n &= 7
\end{aligned}$$

6] Solved example see in text book

$$\begin{aligned}
7] \quad &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \Bigg| \quad n = 8 \\
&= \frac{8 \times (8+1)(16+1)}{6} \\
&= \frac{8^4 \times 9^3 \times 17}{6} \\
&= 12 \times 17
\end{aligned}$$

$$= 204$$

8] स श द सू

--	--	--	--

$$5P_1 \leftarrow 9P_3 \rightarrow$$

\therefore 4000 ते 8000 मधील 4 अंकी संख्या =

$$\begin{aligned} &= 5p_1 \times 9p_3 \\ &= 5 \times 9 \times 8 \times 7 \\ &= 2240 \end{aligned}$$

तीन गुणांचे प्रश्न

1] एकूण विद्यार्थी = 12, सहलीस जाणारे एकूण 8

12 पैकी 3 चा गट येणार अथवा येणार नाही.

(i) येत असताना : 3 विद्यार्थ्यांची निवड केल्यानंतर राहिलेल्या 12-3=9

विद्यार्थ्यांमधून 5 जणांची निवड $9C_5$ प्रकारे करता येते.

$$\therefore 9C_5 = \frac{9 \times 8^2 \times 7 \times 6 \times 5}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$9C_5 = 126$ प्रकारे 8 जणांची निवड करता येते.

(ii) येत नसताना : 9 पैकी 8 येतात.

अशी निवड $9C_8 = 9C_1 = 9$ प्रकारे करता येते.

2]

9 वी वर्ग 8 विद्यार्थी	10 वी वर्ग 8 विद्यार्थी	निवडीचे प्रकार	हिशोबाने	एकूण
5	6	$8C_5 \times 8C_6$	1708	3416
6	5	$8C_6 \times 8C_5$	1708	3416

$$\begin{aligned} 8C_5 \times 8C_6 &= 8C_3 \times 8C_2 \\ &= \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} + \frac{8^2 \times 7}{2 \times 1} \\ &= 8 \times 7 \times 4 \times 7 \\ &= 1708 \end{aligned}$$

त्याचप्रमाणे $8C_6 \times 8C_5 = 1708$

एकूण निवडीचे प्रकार $1708 + 1708 = 3416$

3] एकूण खेळाडू संख्या = 16

= 16 खेळाडूमधून 11 खेळाडूंची निवड ${}^{16}C_{11}$ प्रकारे करता येते.

$$\begin{aligned} \therefore {}^{16}C_{11} &= {}^{16}C_5 = \frac{16 \times 15^3 \times 14^7 \times 13 \times 12}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \\ &= 16 \times 3 \times 7 \times 13 \\ &= 4368 \end{aligned}$$

4] *LASER* शब्दातील एकूण अक्षर संख्या = 5

∴ a) सर्व अक्षरे घेवून मिळणारे शब्द संख्या = $5p_5 = 120$

b) 3 अक्षरे घेवून तयार होणारे शब्द संख्या = $5p_3 = 60$

c) R अक्षरे निश्चित करून राहिलेल्या 4 अक्षरांचा क्रमवेश = $4p_4 = 24$



5.1 संभाव्यता

I] बहुपर्यायी प्रश्न

1] A) $\frac{3}{10}$

2] D) 0

3] B) $\frac{1}{2}$

4] B) $\frac{5}{12}$

II] वस्तूनिष्ठ प्रश्न

1] $S = \{H, T\}$

2] $S = \{HH, HT, TH, TT\}$

3] A ची संभाव्यता

4] $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

5] 0 ते 1

III] 2 ते 3 गुणांचे प्रश्न

1] $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

i) $A = \{2, 3, 5\}$

ii) $B = \{2, 4, 6\}$

iii) $C = \{3, 6\}$

iv) $D = \{1, 4\}$

2]

i) एक फासा उडविला असता

 $A =$ सम संख्या येतात $B =$ विषम संख्या येतात.

ii) एक नाणे उडविले असता

 $A =$ छाप पडतो. $B =$ काटा पडतो

$$3] \quad S = \{HH, TH, HT, TT\} \therefore n(S) = 4$$

$$i] \quad A = \{HH, TT\} \quad \therefore n(A) = 2$$

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$ii] \quad B = \{TH, HT\} \quad \therefore n(B) = 2$$

$$p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$iii] \quad C = \{TH, HT, TT\} \quad \therefore n(C) = 3$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{3}{4}$$

$$iv] \quad D = \{TT\} \quad \therefore n(D) = 1$$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{1}{4}$$

$$4] \text{ दिलेले } n(S) = 50, n(H) = 15 \text{ व } n(T) = 35$$

$$i] \quad p(H) = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$$

$$ii] \quad p(T) = \frac{35}{50} = \frac{7}{10}$$

$$5] \quad S = \{1,2,3,4,5,6\} \quad n(S) = 6$$

$$i] \quad A = \{5\} \quad \therefore n(A) = 1 \quad \therefore p(A) = \frac{1}{6}$$

$$ii] \quad B = \{3,4,5,6\} \quad \therefore n(B) = 4 \quad \therefore P(B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$6] \text{ दिलेले } n(S) = 39$$

$$\text{चांगले आंबे } n(A) = 30 \text{ व खराब आंबे } n(B) = 9$$

$$i] \text{ चांगले आंबा येण्याची संभाव्यता } P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{30}{39} = \frac{10}{13}$$

$$ii] \text{ खराब आंबा येण्याची संभाव्यता } P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{9}{39} = \frac{3}{13}$$

7] दिलेली $n(S) = 6$

i] $n(A) = 2 \quad \therefore P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

ii] $n(E) = 1 \quad \therefore P(A) = \frac{1}{6}$

iii] $n(D) = 1 \quad \therefore P(D) = \frac{1}{6}$



5.2 संभाव्यता

I] बहुपर्यायी प्रश्न

1] B) $\frac{2}{3}$

2] C) $\frac{1}{6}$

3] A) $\frac{3}{7}$

II] व्याख्या पुस्तकात पाहुन लिहीणे.

III] 2 व 3 गुणांचे प्रश्न

1] $A = \{(4,6), (5,5), (6,4)\}$

$B = \{(1,6), (2,3), (3,2), (6,1)\}$

$C = \{(3,6), (6,3)\}$

2] दिलेल $S = \{HH, HT, TH, TT\} \therefore n(s) = 4$

i] $A = \{HH\} \therefore n(A) = 1 \therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4}$

ii] $B = \{HH, HT, TH\} \therefore n(B) = 3 \therefore P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{4}$

iii] $C = \{TT\} \therefore n(C) = 1 \therefore P(C) = \frac{1}{4}$

iv] $D = \{HT, TH, TT\} \therefore n(D) = 3 \therefore P(D) = \frac{3}{4}$

3] $S = \{(a,b)/a,b = 1,2,3,4,5,6,\} \therefore n(S) = 6 \times 6 = 36$

i] $A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\} \therefore n(A) = 6$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

ii] $B = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\} \therefore n(B) = 6$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

$$4] \quad S = \{gg, gs, sg, ss\} \therefore n(S) = 4$$

$$i] \quad A = \{gg\} \quad \therefore n(A) = 1 \quad \therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{4}$$

$$ii] \quad B = \{SS\} \quad \therefore n(B) = 1 \quad \therefore P(B) = \frac{1}{4}$$

$$iii] \quad C = \{gs, sg\} \quad \therefore n(C) = 2 \quad \therefore P(C) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$5] \quad n(S) = 13, \quad n(M) = 2 \quad n(A) = 3$$

$$\therefore P(M \cup A) = P(M) + P(A) = \frac{2}{13} + \frac{3}{13} = \frac{5}{13}$$

$$6] \quad \text{दिलेले } n(S) = 100$$

$$i] \quad n(A) = 12 \quad \therefore P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$$

$$ii] \quad n(B) = 9 \quad \therefore P(B) = \frac{9}{100} = 0.09$$



5.3 संभाव्यता

CARD - 3

I] बहुपर्यायी प्रश्न

1] D) $\frac{31}{35}$

2] A) $\frac{1}{5}$

3] A) $\frac{1}{2}$

4] C) $\frac{1}{4}$

5] B) $\frac{3}{8}$

6] A) $\frac{2}{7}$

(पुस्तकात पहा)

II] 2 ते 3 गुणांचे प्रश्न

1] $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\} \therefore n(s) = 8$

i] $A = \{HTH\}, n(A) = 1 \therefore P(A) = \frac{1}{8}$

ii] $B = \{HHT, HTH, THH\}, n(B) = 3 \therefore P(B) = \frac{3}{8}$

iii] $C = \{HTH, THT\}, n(C) = 2, p(C) = \frac{1}{4}$

iv] $D = \{HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$

$n(D) = 7$

$P(D) = \frac{7}{8}$

2] हा प्रश्न पुस्तकात सोडविलेला आहे.

3] येथे $n(S) = x$ मानू दिलेल्या घटना पूरक असल्याने त्यांच्या संभाव्यतेची बेरीज 1 येते.

दिलेले $P(B) = 2P(R)$

या दोन घटना परस्पर मारक आहेत.

$$\therefore P(B \cup R) = p(B) + P(R) \\ = 2P(R) + P(R) = 3p(R)$$

$P(R) = \frac{6}{x}$

$$\therefore 3P(R) = 3\left(\frac{6}{x}\right) = \frac{18}{x}$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{18}{x} &= 1 \\ \therefore x &= 18 \\ &= x - 6 \\ &= 18 - 6 \\ &= 12\end{aligned}$$

4] 2, 5 व 7 यापासून अंकाची पुनरावृत्ती न करता तयार होणाऱ्या दोन अंकी संख्या

$$n(S) = \{25, 27, 52, 57, 72, 75\}$$

$$n(S) = 6$$

i] पूर्ण वर्ग संख्या असणे ही घटना A मानू $A = \{25\}$

$$\therefore n(A) = 1$$

$$\therefore n(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$n(A) = \frac{1}{6}$$

ii] 3 च्या पटीतील संख्या मिळणे ही घटना B मानू

$$\therefore B = \{27, 57, 72, 75\}$$

$$\therefore n(B) = 4$$

$$\therefore P(B) = \frac{4^2}{6^3}$$

$$\therefore P(B) = \frac{2}{3}$$

iii] 57 पेक्षा लहान संख्या मिळणे ही C घटना मानू

$$\therefore C = \{25, 27, 52\}$$

$$\therefore n(C) = 3$$

$$\therefore n(C) = \frac{3}{6}$$

$$\therefore n(C) = \frac{1}{2}$$

5] इथे $S = \{1, 2, \dots, 25\}$

$$\therefore n(S) = 25$$

i] कार्डावर 3 ने भाग जाणारी संख्या मिळणे ही घटना A मानू

$$\therefore A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24\}$$

ii] कार्डावर 11 ने भाग जाणारी संख्या मिळणे ही घटना B मानू

$$\therefore B = \{11, 22\}$$

iii] 3 किंवा 11 ने भाग जाणारी संख्या कार्डावर असण = (AUB)

$$\therefore (A \cup B) = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 11, 22\}$$

$$n(A \cup B) = 10$$

$$\begin{aligned} \therefore P(A \cup B) &= \frac{n(A \cup B)}{n(S)} \\ &= \frac{10}{25} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

6] 4 पुरुष + 3 स्त्रिया = 7

\therefore 7 जनातून 5 जनांची निवड करून तयार होणाऱ्या एकूण समिती संख्या = 7C_5

$$\therefore n(S) = {}^7C_5 = {}^7C_2$$

$$= \frac{7 \times 6}{2 \times 1}$$

$$\boxed{n(S) = 21}$$

i] आता समितीत 1 पुरुष असने ही घटना A मानू 5 जनांची समिती तयार करण्यास 1 पुरुष निवडल्या 4 स्त्रिया निवडाव्या लागतील पण हे अशक्य आहे.

\therefore A घटना अशक्य आहे.

$$\therefore n(A) = 0$$

$$\therefore P(A) = 0$$

ii] समितीत 2 स्त्रिया असणे ही घटना B मानू

\therefore 2 स्त्रियांची निवड 3C_2 प्रकारे करता येते त्यानंतर 3 पुरुषांची 4C_3 निवड प्रकारे करता येते.

\therefore 2 स्त्रिया व 3 पुरुष असलेल्या समितीची संख्या = $3C_2 \times 4C_3$

$$\therefore n(B) = 3C_2 \times 4C_3$$

$$= 3 \times 4$$

$$\therefore n(B) = 12$$

$$\therefore P(B) = \frac{12}{21}$$

$$\therefore P(B) = \frac{4}{7}$$

ii] समितीत कमीत कमी 2 पुरुष असणे ही घटना C मानू समितीत कमितीत कमी 2 पुरुष असणे म्हणजे समितीत 2,3 किंवा 4 पुरुष निवडू शकतो.

$$\begin{aligned}\therefore n(C) &= 4C_2 \times 3C_3 + 4C_3 \times 3C_2 + 4C_4 \times 3C_1 \\ &= \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times 1 + 4 \times 3 + 1 \times 3 \\ &= 6 + 12 + 3\end{aligned}$$

$$n(C) = 21$$

$$\therefore P(C) = \frac{21}{21}$$

$$\therefore P(C) = 1$$

6] एकूण बॅडमिंटन खेळाडू = 7 यामध्ये श्रीरक्षा एक आहे. 7 खेळाडूमधून 5 खेळाडूंचा संघ $7C_5$ प्रकारे बनवता येतो.

$$\begin{aligned}\therefore n(S) &= 7C_5 = 7C_2 \\ &= \frac{7 \times 6}{2 \times 1} \\ n(S) &= 21\end{aligned}$$

i] आता संघात श्रीरक्षा असणे ही घटना A मानू \therefore श्रीरक्षा असणारे एकूण संघ = $6C_4 = 6C_2$

$$\begin{aligned}&= \frac{6 \times 5}{2 \times 1} \\ n(A) &= 15 \\ \therefore P(A) &= \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{21} \\ &= \frac{5}{7}\end{aligned}$$

ii] संघात श्रीरक्षा नसणे ही घटना B मानू \therefore श्रीरक्षा नसणारे एकूण संघ = $6C_5$

$$\begin{aligned}n(B) &= 6C_1 \\ n(B) &= 6 \\ \therefore P(B) &= \frac{n(B)}{n(S)} \\ &= \frac{6}{21} \\ P(B) &= \frac{2}{7}\end{aligned}$$



6.1 संख्याशास्त्र (Statistic)

I] रिकाम्या जागा

1] $\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$

2] $\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$

3] व्यत्यास $\sigma^2 = \frac{\sum d^2}{n}$

4] व्यत्यास $\sigma^2 = \frac{\sum fd^2}{n}$

5] प्रमाणित विचलन

6] प्र. वि = $\sqrt{\text{व्यत्यास}} = \sqrt{81} = 9$

7] व्यत्यास = (प्र. वि.)² = (0.02)² = 0.0004

8] C.V. = $\frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$

9] B चा खेळ अधिक सरस आहे.

10] 360 ने गुणावे.

II] 2 व 3 गुणांचे प्रश्न

11]

गुणांक x	विचलन $d = x - \bar{x}$	d^2
3	$3 - 7 = -4$	$-4^2 = 16$
4	$4 - 7 = -3$	$= 9$
5	$= -2$	$= 4$
6	$= 1$	$= 1$
7	$= 0$	$= 0$
9	$= 2$	$= 4$
10	$= 3$	$= 9$
12	$= 5$	$= 25$
$\sum x = 56$		$\sum d^2 = 68$

$$\begin{aligned} \text{i] मध्य } \bar{X} &= \frac{\sum x}{n} \\ &= \frac{56}{8} \\ \bar{X} &= 7 \end{aligned}$$

$$\text{ii] प्र. वि.} = \sqrt{\frac{\sum d^2}{N}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{68}{8}}$$

$$\sigma = \sqrt{8.5}$$

$$\sigma = 2.9$$

भागाकार पध्दतीने 8.5 चे वर्गमूल काढू

	2.9
2	8.5000
2	4
49	450
9	441
58	009

12] हे गणित पुस्तकात पान नं. 148 वर सोडविलेले आहे.

13] हे गणित पुस्तकात पान नं. 161 वर सोडविलेले आहे.

14] हे गणित पुस्तकात पान नं. 158 वर सोडविलेले आहे.



6.2 संख्याशास्त्र (Statistic)

CARD - 2

I] बहुपर्यायी प्रश्न

- 1] C) व्यत्यास
 2] B) $\sqrt{\frac{\sum fd^2}{N}}$
 3] C) 10
 4] A) 6
 5] C) 15
 6] A) $\sqrt{\frac{\sum d^2}{N} - \left(\frac{\sum d}{N}\right)^2}$
 7] A) 30
 8] A) 4
 9] B) नाचणी
 10] D) 0.02

II] 1 गुणांचे प्रश्न

- 11] $C.V. = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$
 12] $x = 10$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N} \therefore 8 = \frac{22+x}{4}$$

$$\therefore x = 32 - 22 = 10$$

13] इथे $\bar{x} = 10$ प्र.वि.
 $\therefore C.V = \frac{\text{प्र.वि.}}{\bar{x}} \times 100$
 $= \frac{\text{प्र.वि.}}{10 \times \text{प्र.वि.}} \times 100$
 $C.V = 10$

किंवा

$$\bar{x} = 10 \sigma$$

$$\therefore C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

$$= \frac{\sigma}{10 \times \sigma} \times 100$$

$$C.V = 10$$

14] $\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2} \times C$

15] वितरणातील विखुरलेल्या सामुग्रीविषयी माहिती देणाऱ्या मापनाला विक्षेपण म्हणतात.

16] संख्यात्मक सामुग्री चित्र स्वरूपात दर्शविण्यासाठी सर्व माहिती $\left(\frac{\text{गुणांक}}{\text{सर्व गुणांकांची बेरीज}} \times 360 \right)$

या सुत्राने अंशामध्ये रूपांतरीत करून ती वर्तुळ केंद्राशी विविध कोनाने दर्शविण्याच्या पध्दतीला त्रिज्यांतर खंडालेख म्हणतात.

17] तुलना करणे सोपे जात.

III] 2 किंवा 3 गुणांचे प्रश्न

1] (i) $C.V. = 58, \sigma = 21.2 \quad \bar{X} = ?$

$$\text{सुत्र } C.V = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100$$

$$\bar{X} = \frac{\sigma}{C.V} \times 100$$

$$= \frac{21.2 \times 100}{58}$$

$$= \frac{1060}{58}$$

$$= \frac{1060}{29}$$

$$\bar{X} = 36.55$$

(ii) $C.V. = 69, \sigma = 51.6, \quad \bar{x} = ?$

$$= \frac{\sigma}{C.V} \times 100$$

$$= \frac{51.6 \times 100}{69}$$

$$= \frac{5160.0}{69}$$

$$= 74.78$$

2] हे गणित पुस्तकात पान नं. 164 वर सोडविलेले आहे.

3] हे गणित पुस्तकात पान नं. 144 वर सोडविलेले आहे.

4] C.V = 45, $\sigma = 12.5$, $\bar{X} = ?$

$$\bar{X} = \frac{\sigma}{C.V} = 100$$

$$= \frac{12.5}{45} \times 100$$

$$= \frac{250}{45}$$

$$= \frac{250}{9}$$

$$\bar{X} = 27.77$$



7.1 करणी (Surds)

I] बहुपर्यायी प्रश्ने

1] b) 2

2] a) 5

3] a) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

4] c) $\sqrt{15}$

5] d) \sqrt{xy}

II] एक गुणाचे प्रश्न

1] $8\sqrt{2}$

2] $\sqrt{a} - \sqrt{b}$

3] $\frac{8}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$

4] $\sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$

5] $(7)^{\frac{1}{3}}$

6] (i) 2

(ii) 3

(iii) x

(iv) 5

7] (i) y

(ii) $p + q$

(iii) 5

8] (i) $\sqrt{2}$

$= (2)^{\frac{1}{2}}$

(ii) $5(p + v)^{\frac{1}{2}}$

(iii) $3(4)^{\frac{1}{3}}$

$$9] \quad (i) \sqrt{3} \times \sqrt{7} \qquad (ii) \sqrt{6} \times \sqrt{5} = \sqrt{30}$$

$$= \sqrt{3 \times 7}$$

$$= 21$$

$$(iii) \sqrt[6]{2} \times \sqrt[6]{5}$$

$$= \sqrt[6]{2 \times 5}$$

$$= \sqrt[6]{10}$$

$$10] \quad (i) 3\sqrt{p} + 2\sqrt{p}$$

$$(ii) \sqrt{5} - \sqrt{3}$$

$$(iii) x\sqrt{a} - y\sqrt{b}$$

दोन गुणाचे प्रश्न

$$1] \sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$$

$$= (1 + 3 + 5) \sqrt{2}$$

$$= 9\sqrt{2}$$

$$2] \sqrt{45} - 3\sqrt{20} + 3\sqrt{5}$$

$$= \sqrt{9 \times 5} - 3\sqrt{4 \times 5} + 3\sqrt{5}$$

$$= 3\sqrt{5} - 3 \times 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$$

$$= 3\sqrt{5} - 6\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$$

$$= (3 - 6 + 3)\sqrt{5}$$

$$= (6 - 6)\sqrt{5}$$

$$= 0\sqrt{5}$$

$$= 0$$

$$\begin{aligned}
3] & 5\sqrt[3]{P}, 3\sqrt[3]{P}, 2\sqrt[3]{P} \\
& = 5\sqrt[3]{P} + 3\sqrt[3]{P} + 2\sqrt[3]{P} \\
& = (5 + 3 + 2)\sqrt[3]{P} \\
& = 10\sqrt[3]{P}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
4] & \sqrt{2} \times \sqrt[3]{4} \\
& = {}^{3 \times 2}\sqrt{2^3} \times {}^{2 \times 3}\sqrt{3^2} \\
& = \sqrt[6]{2^3} \times \sqrt[6]{3^2} \\
& = \sqrt[6]{8} \times \sqrt[6]{9} \\
& = \sqrt[6]{8 \times 9} = \sqrt[6]{72}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
5] & (\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \\
& = (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2 \\
& = (\sqrt{6})^2 + (\sqrt{2})^2 + 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} \\
& = 6 + 2 + 2\sqrt{12} \\
& = 8 + 2\sqrt{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6] & (\sqrt{6} - \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \\
& = (\sqrt{6} - \sqrt{2})^2 \\
& = (\sqrt{6})^2 + (\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6}\sqrt{2} \\
& = 6 + 2 - 2\sqrt{12} \\
& = 8 - 2\sqrt{12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
7] & (\sqrt{6} + \sqrt{2})(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \\
& = (\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2 \\
& = 6 - 2 \\
& = 4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8] \sqrt{\frac{3}{5}} &= \sqrt{\frac{3}{5}} \\ &= \sqrt{\frac{3}{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \\ &= \sqrt{\frac{15}{5}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9] \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} &\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \\ &\Rightarrow \frac{2(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} \\ &\Rightarrow \frac{2(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{3 - 2} \\ &\Rightarrow \frac{2(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{1} \\ &\Rightarrow 2(\sqrt{3} - \sqrt{2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10] (\sqrt{3} + \sqrt{2}), (2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}), (4\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) \\ &= (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + (2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}) + (4\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) \\ &= 1\sqrt{3} + \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3} + (1 + 2 + 4)\sqrt{2} \\ &= \sqrt{3} + 7\sqrt{2} \end{aligned}$$



7.2 करणी (Surds)

CARD - 2

I]

1] a) 2

2] d) $3x^2$

3] a) $6\sqrt{x} - 5\sqrt{y}$

4] b) $9\sqrt{2}$

5] c) $6\sqrt[3]{28}$

6] a) $5 - \sqrt{3}$

7] d) $4\sqrt[3]{2}$

II]

1] $\sqrt{P + q}$

2] \sqrt{mn}

3] $\frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{30}}{6} = \frac{\sqrt{30}}{2}$

4] सजातीय करणी : संक्षिप्त रुपातील एकाच क्रमाच्या आणि सारखीच करणीपद असणाऱ्या करणीच्या गटास सजातीय करणी म्हणतात.

उदा. $\sqrt{3}$, $5\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$, $7\sqrt{3}$

5] विजातीय कक्षिप्त रुपातील वेगवेगळ्या क्रमाच्या किंवा वेगवेगळी करणी पदे असणाऱ्या किंवा दोन्ही वेगवेगळे असणाऱ्या करणीच्या गटास विजातीय करणी म्हणतात. उदा. $\sqrt[3]{2}$, $5\sqrt{9}$, $\sqrt[3]{5}$, $12\sqrt[3]{4}$

6] $2\sqrt{2a} + 3\sqrt{8a} - \sqrt{2a}$

$$2\sqrt{2a} + 3 \times 2\sqrt{2a} - \sqrt{2a}$$

$$2\sqrt{2a} + 6\sqrt{2a} - \sqrt{2a}$$

$$(2 + 6 - 1)\sqrt{2a} \Rightarrow 7\sqrt{2a}$$

$$7] (2\sqrt{a} + 4\sqrt{a}) - 3\sqrt{a}$$

$$6\sqrt{a} - 3\sqrt{a}$$

$$3\sqrt{a}$$

$$8] (2\sqrt{x} + 3\sqrt{y}) - (5\sqrt{x} - \sqrt{y})$$

$$2\sqrt{x} - 5\sqrt{x} + 3\sqrt{y} + \sqrt{y}$$

$$- 3\sqrt{x} + 4\sqrt{y}$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{y} - 3\sqrt{x}$$

III] छेदाचा करणी निरास करा.

$$1] \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6} - \sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6} - \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{5}(\sqrt{6} + \sqrt{3})}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{5}(\sqrt{6} + \sqrt{3})}{6 - 3}$$

$$\Rightarrow \frac{3\sqrt{5}(\sqrt{6} + \sqrt{3})}{3}$$

$$\Rightarrow \sqrt{30} + \sqrt{15}$$

2] छेदाचा करणी निरास करा.

$$\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2}$$

$$\Rightarrow \frac{(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{2}}{3 - 2}$$

$$\Rightarrow \frac{3 + 2 + 2\sqrt{6}}{1}$$

$$\Rightarrow 5 + 2\sqrt{6}$$

3] छेदाचा करणी निरास करा.

$$\begin{aligned}
 & \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{3}} \\
 \Rightarrow & \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{6} - \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{3}} \\
 \Rightarrow & \frac{(\sqrt{6} + \sqrt{3})^2}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{3})^2} \\
 \Rightarrow & \frac{(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{6}\sqrt{3}}{6 - 3} \\
 \Rightarrow & \frac{6 + 3 + 2\sqrt{18}}{3} \\
 \Rightarrow & \frac{9 + 2\sqrt{18}}{3}
 \end{aligned}$$

4] गुणाकार करा.

$$\begin{aligned}
 (1) & \quad {}^3\sqrt{4} \times {}^5\sqrt{4} \\
 \Rightarrow & \quad {}^{5 \times 3}\sqrt{4^5} \times {}^{3 \times 5}\sqrt{2^3} \\
 \Rightarrow & \quad {}^{15}\sqrt{4^5} \times {}^{15}\sqrt{2^3} \\
 \Rightarrow & \quad {}^{15}\sqrt{1024} \times {}^{15}\sqrt{8} \\
 \Rightarrow & \quad {}^{15}\sqrt{1024 \times 8} \\
 \Rightarrow & \quad {}^{15}\sqrt{8192}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) & \quad {}^3\sqrt{2} \times {}^4\sqrt{3} \\
 \Rightarrow & \quad {}^{4 \times 3}\sqrt{2^4} \times {}^{3 \times 4}\sqrt{3^3} \\
 \Rightarrow & \quad {}^{12}\sqrt{2^4} \times {}^{12}\sqrt{3^3} \\
 \Rightarrow & \quad {}^{12}\sqrt{16} \times {}^{12}\sqrt{27} \\
 \Rightarrow & \quad {}^{12}\sqrt{16 \times 27} \\
 \Rightarrow & \quad {}^{12}\sqrt{432}
 \end{aligned}$$

5] गुणाकार करा.

$$\begin{aligned}
 & (3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(2\sqrt{3} - 4\sqrt{2}) \\
 & 3\sqrt{2}(3\sqrt{2} - 4\sqrt{2}) + (2\sqrt{3} - 4\sqrt{2}) \\
 \Rightarrow & 6\sqrt{6} - 12 \times 4 + 4 \times 9 - 8\sqrt{6} \\
 \Rightarrow & 6\sqrt{6} - 48 + 36 - 8\sqrt{6} \\
 \Rightarrow & -2\sqrt{6} - 12
 \end{aligned}$$

6] करणी निरासक अवयव शोधा.

$$2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}$$

$$\text{समजा } a = 2^{\frac{1}{3}} \text{ व } b = 2^{-\frac{1}{3}}$$

$$\therefore a^3 = (2^{\frac{1}{3}})^3 = 2 \text{ आणि } b^3 = (2^{-\frac{1}{3}})^3 = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a^3 + b^3 = 2 + \frac{1}{2} = \frac{4+1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\text{सुत्र } a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + a^2)$$

$$2 + \frac{1}{2} = \left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}\right) \left(\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^2 - 2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{-\frac{1}{3}} + \left(2^{-\frac{1}{3}}\right)^2\right)$$

$$\frac{5}{2} = \left(2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}}\right) \left(2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} - 1\right)$$

$$\therefore 2^{\frac{1}{3}} + 2^{-\frac{1}{3}} \text{ चा करणी निरासक अवयव } = \left(2^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} - 1\right) \text{ होय.}$$



7.3 करणी (Surds)

CARD - 3

I]

1] a) 5

2] b) $\frac{p}{q}$

3] d) $(72)^{1/6}$

4] c) $(P+q)^{1/2}$

5] a) $\sqrt{\frac{x}{y} + \frac{p}{q}}$

6] a) $12\sqrt{3}$

II] 1]

$$\begin{aligned}
 & 5\sqrt{x} - 3\sqrt{y} \\
 &= (5\sqrt{x} - 3\sqrt{y})(5\sqrt{x} + 3\sqrt{y}) \\
 &= (5\sqrt{x})^2 - (3\sqrt{y})^2 \\
 &= 25x - 9y
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2] & (6\sqrt{a} - 5\sqrt{b})(6\sqrt{a} + 5\sqrt{b}) \\
 &= (6\sqrt{a})^2 - (5\sqrt{b})^2 \\
 &= 36a - 25b
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3] & (4)^{1/3} \times (2)^{1/5} \\
 &= (4)^{1/3 \times 5} \times (2)^{1/5 \times 3} \\
 &= (4)^{5/15} \times (4)^{3/15} \\
 &= \sqrt[15]{4^5} \times \sqrt[15]{2^3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4] & \sqrt[n]{b^{n+1} a^{n-1}} \\
 &= \sqrt[n]{b^n b a^n a^{-1}} \\
 &= ab \sqrt[n]{\frac{b}{a}}
 \end{aligned}$$

$$\text{III] 1] } 5^{\frac{1}{3}} + 5^{-\frac{1}{3}}$$

$$\text{Let } a = 5^{\frac{1}{3}} \quad b = 5^{-\frac{1}{3}}$$

$$a^3 = 5 \quad b^3 = 5^{-1} = \frac{1}{5}$$

$$a^3 + b^3 = 5 + \frac{1}{5} = \frac{25+1}{5} = \frac{26}{5}$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\Rightarrow (5^{\frac{1}{3}} + 5^{-\frac{1}{3}}) \left((5^{\frac{1}{3}})^2 - 5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{-\frac{1}{3}} + (5^{-\frac{1}{3}})^2 \right) = \frac{24}{5}$$

$$(5^{\frac{1}{3}} + 5^{-\frac{1}{3}}) \left(5^{\frac{2}{3}} - 5^{\frac{1}{3}-\frac{1}{3}} + 5^{-\frac{2}{3}} \right) = \frac{24}{5}$$

$$(5^{\frac{1}{3}} + 5^{-\frac{1}{3}}) \left(5^{\frac{2}{3}} + 5^{-\frac{2}{3}} - 1 \right) = \frac{24}{5}$$

$\frac{24}{5}$ ही परिमेय संख्या आहे.

$(5^{\frac{1}{3}} + 5^{-\frac{1}{3}})$ चा करणी निरासक $(5^{\frac{2}{3}} + 5^{-\frac{2}{3}} - 1)$ आहे.

2]

$$8\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}} \sqrt{8}$$

$$\frac{8\sqrt{1}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{8}}{2}$$

$$\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{8}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{8} \times \sqrt{8} \times \sqrt{8} - \sqrt{8}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{8} (\sqrt{16} - 1)}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{8} (\sqrt{4} - 1)}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{2} \times 3}{2}$$

$$= 3\sqrt{2}$$

3]

$$\sqrt[6]{10}, \sqrt[4]{3}, \sqrt[12]{25}$$

$$(10)^{\frac{1}{6}}, (3)^{\frac{1}{4}}, (25)^{\frac{1}{12}}$$

$$(10)^{\frac{1}{6} \times \frac{12}{12}}, (3)^{\frac{1}{4} \times \frac{12}{12}}, (25)^{\frac{1}{12} \times \frac{12}{12}}$$

$$\sqrt[12]{10^2}, \sqrt[12]{3^3}, \sqrt[12]{25}$$

$$\sqrt[12]{100}, \sqrt[12]{27}, \sqrt[12]{25}$$

∴ चढता क्रम

$$\sqrt[12]{25}, \sqrt[4]{3}, \sqrt[6]{10}$$



8.1 बहुपदी (Polynomial)

CARD - 1

I] बहुपर्यायी प्रश्न

- 1] B) 8
- 2] C) 3
- 3] A) 3
- 4] B) 23
- 5] B) $a = bq + r$

II] एक गुणाचे प्रश्न

- 1] ज्या बैजीक राशीमध्ये फक्त एकच चलपद असून त्याचा घातांक धनपूर्णांक असतो. त्या राशीला बहुपदी म्हणतात.
 $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \dots \dots \dots + a_n x^n$ स्वरूपातील बैजीक राशीला बहुपदी म्हणतात.
- 2] ही धनबहुपदी आहे.
- 3] बहुपदीतील चलपदाचा ज्या किंमतीला बहुपदीची किंमत शून्य येते त्या चलपदाच्या किंमतीना बहुपदीची शून्य म्हणतात.
- 4] बहुपदीची कोटी 6 आहे.
- 5] $P(x) = g(x) \times q(x) + r(x)$ जेथे $r(x) = 0$, $r(x)$ ची कोटी $<$ $(g(x))$ ची कोटी
- 6] बहुपदीची कोटी म्हणतात.

III] दोन गुणाचे प्रश्न

$$1] \quad \because f(x) = x^2 + 7x + 12$$

$$\therefore (i) f(0) = 0^2 + 7 \times 0 + 12$$

$$= 0 + 0 + 12$$

$$f(0) = 12$$

$$(ii) f(1) = (1)^2 + 7 \times (1) + 12$$

$$= 1 + 7 + 12$$

$$= 20$$

$$(iii) f(2) = (2)^2 + 7 \times 2 + 12$$

$$= 4 + 14 + 12$$

$$= 30$$

$$2] \quad x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2$$

$$= (x + 2)^2$$

$$= (x + 2)(x + 2)$$

$$\therefore (x + 2)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ or } x = -2 \text{ ही } x^2 + 4x + 4 = 0 \text{ या}$$

बहुपदीची शून्य आहेत.



8.2 बहुपदी (Polynomial)

I] बहुपर्यायी प्रश्न

1] D) $x^2 - 3x - 10$

2] A) $-b/a$

3] B) -6

4] A) 2

5] B) 0

II] एक गुणांचे प्रश्न

1] जर $P(x)$ या बहुपदीस $(x - a)$ ने भागले तर बाकी $P(a)$ उरते याला शेष सिध्दांत म्हणतात.

2] $\therefore f(x) = x^3 + x^2 - 4x$

$$\begin{aligned} \therefore f(-2) &= (-2)^3 + (-2)^2 - 4x(-2) \\ &= -8 + 4 + 8 \end{aligned}$$

$$\therefore f(-2) = 4$$

3] $x^2 - 3 = 0$

$$x^2 = 3$$

$$x = \pm\sqrt{3}$$

$x = \pm\sqrt{3}$ किंवा $x = -\sqrt{3}$ ही $x^2 - 3$ या बैजीक राशीची शून्ये आहेत.

4] $x^3 - 17x - 21 - x^2$ या बहुपदीची कोटी = 3

5] $p(x)$ ला $(x - 1)$ ने भागल्यास मिळणारी बाकी = $P(1)$

$$\therefore P(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 1$$

$$\therefore P(1) = (1)^3 - 4(1)^2 + 3(1) + 1$$

$$= 1 - 4 + 3 + 1$$

$$= 5 - 4$$

$$P(1) = 1$$

6] संश्लेषक भागाकार ही एक अशी पध्दत आहे की ज्यामध्ये $P(x)$ बहुपदीस $(x - a)$ स्वरुपातील भाजकाने प्रत्यक्ष भागाकार न करता फक्त सहगुणक विचारात घेवून भागाकार करुन बाकी व भागाकार दोन्हीही शोधता येते.

III] दोन गुणांचे प्रश्न

$$1] \quad f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 11x + 6$$

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad \therefore f(-1) &= 2(-1)^3 + 3(-1)^2 - 11(-1) + 6 \\ &= 2x(-1) + 3 \times 1 + 11 + 6 \\ &= -2 + 3 + 17 \\ f(-1) &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad f(-3) &= 2(-3)^3 + 3(-3)^2 - 11(-3) + 6 \\ &= 2x(-27) + 3x9 + 33 + 6 \\ &= -54 + 27 + 39 \\ &= -54 + 66 \\ f(-3) &= +12 \end{aligned}$$

$$2] \quad x^2 + 9x - 36 \text{ या बहुपदाची शुन्ये}$$

$$\therefore x^2 + 9x - 36 = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore x^2 + 12x - 3x - 36 &= 0 && \begin{array}{l} -36 \\ \wedge \\ +12 \quad -3 \end{array} \end{aligned}$$

$$\therefore x(x + 12) - 3(x + 12) = 0$$

$$\therefore (x - 3)(x + 12) = 0$$

$$\therefore x - 3 = 0 \quad \text{किंवा} \quad x + 12 = 0$$

$$\therefore x = 3 \quad \text{किंवा} \quad x = -12$$

$$\therefore x^2 + 9x - 36 \text{ ची शुन्ये } x = 3 \text{ आणि } x = -12$$



8.3 बहुपदी (Polynomial)

I] बहुपर्यायी प्रश्न

1] B] $x^2 - 15$

2] A] 2

3] C] $ax + b$

4] D] $\frac{59}{4}$

5] B] 11

6] B] $\frac{19}{2}$

II] दोन गुणांचे प्रश्न

1] $\therefore f(x) = 5x - 8$

(i) $\therefore f\left(\frac{4}{5}\right) = 5 \times \frac{4}{5} - 8$
 $= 4 - 8$

$F\left(\frac{4}{5}\right) = -4$

(ii) $f(-3) = 5 \times (-3) - 8$
 $= -15 - 8$

$f(-3) = -23$

(iii) $f\left(\frac{3}{5}\right) = 5 \times \frac{3}{5} - 8$
 $= 3 - 8$

$F\left(\frac{3}{5}\right) = -5$

2] $2a^2 - 2\sqrt{2a} + 1 = 0$

$2 \times 1 = \frac{2}{\sqrt{2} \sqrt{2}}$

$\therefore 2a^2 - \sqrt{2a} - \sqrt{2a} + 1 = 0$

$\therefore \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} a^2 - \sqrt{2a} - \sqrt{2a} + 1 = 0$

$\therefore \sqrt{2a} (\sqrt{2a} - 1) - 1 (\sqrt{2a} - 1) = 0$

$$\therefore (\sqrt{2a} - 1)(\sqrt{2a} - 1) = 0$$

$$\sqrt{2a} - a = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore 2a^2 - 2\sqrt{2a} + 1 \text{ याची शून्ये } a = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

3] $(x - 2)$ ने $2x^4 - 5x^2 + 15x - 6$ ला दिर्घ पध्दतीने भागा.

$$p(x) = 2x^4 + 0x^3 - 5x^2 + 15x - 6$$

$$9(x) = x - 2$$

$$\therefore (x - 2) \underline{2x^4 + 0x^3 - 5x^2 + 15x - 6} \quad (2x^3 + 4x^2 + 3x + 21)$$

$$\underline{2x^4 - 4x^3}$$

$$(-) \quad (+)$$

$$\underline{4x^3 - 5x^2 + 15x - 6}$$

$$\underline{4x^3 - 8x^2}$$

$$(-) \quad (+)$$

$$\underline{3x^2 + 15x - 6}$$

$$\underline{3x^2 - 6x}$$

$$(-) \quad (+)$$

$$\underline{21x - 6}$$

$$\underline{21x - 42}$$

$$(-) \quad (+)$$

$$\underline{+ 36}$$

4] $f(x) = x^3 - 125$

$$\therefore x^3 - 125 = 0$$

$$x^3 = 125$$

$$\sqrt[3]{x^3} = \sqrt[3]{125}$$

$$x = 5$$

$$\therefore f(x) = x^3 - 125 \text{ चे शून्ये } x = 5$$

5]

$$\text{जर } p(x) = (2x^3 - 3x^2 + x + 2)$$

$$q(x) = (x - 2)$$

$$r(x) = 2x + 4 \text{ तर}$$

$$g(x) = ? \text{ काढा.}$$

$$P(x) = g(x) \times q(x) + r(x)$$

$$\begin{aligned} \therefore g(x) &= \frac{p(x) - r(x)}{q(x)} \\ &= \frac{2x^3 - 3x^2 + x + 2 - (2x + 4)}{(x - 2)} \\ &= \frac{2x^3 - 3x^2 + x + 2 - 2x - 4}{(x - 2)} \\ g(x) &= \frac{2x^3 - 3x^2 - x - 2}{(x - 2)} \end{aligned}$$

$$\boxed{g(x) = 2x^2 + x + 1}$$

$$(x - 2) \overline{2x^3 - 3x^2 - x - 2} \quad (2x^2 + x + 1)$$

$$\underline{2x^3 - 4x^2}$$

$$(-) \quad (+)$$

$$\underline{x^2 - x - 2}$$

$$\underline{x^2 - 2x}$$

$$(-) \quad (+)$$

$$\underline{x - 2}$$

$$\underline{x - 2}$$

$$(-) \quad (+)$$

$$\underline{0}$$

6] संश्लेषक पध्दतीने भागाकार

$$3x^3 + 10x^2 - 14x + 9 \div (3x - 2)$$

$$P(x) = 3x^3 + 10x^2 - 14x + 9 \quad \text{सहगुणक } 3, 10, -14, 9$$

$$g(x) = x - a = 3x - 2 \rightarrow x - \frac{2}{3} \therefore a = \frac{2}{3}$$

$\frac{2}{3}$	3	10	-14	-9
	-	2	8	-4
	3	12	-6	5
	भागाकार			बाकी

$$\therefore \text{बाकी} = 5$$

$$\text{भागाकार} = q(x) = 3x^2 + 12x - 6$$

7]

$$p(x) = 2x^3 + 3x^2 + x + 1$$

$$g(x) = 2x + 3 \text{ प्रत्यक्ष भागाकार न करता बाकी काढा.}$$

इथे $P(x)$ $(x - a)$ भागले तर बाकी $P(a)$ उरते.

$$\therefore g(x) = x - a = (2x + 3) \rightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right) \rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{बाकी} = P(a) = P\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\therefore P(x) = 2x^3 + 3x^2 + x + 1$$

$$\begin{aligned} P\left(-\frac{3}{2}\right) &= 2\left(-\frac{3}{2}\right)^3 + 3\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right) + 1 \\ &= -2 \times \frac{27}{8} + 3 \times \frac{9}{4} - \frac{3}{2} + 1 \\ &= \frac{-54}{8} + \frac{27}{4} - \frac{3}{2} + \frac{1}{1} \\ &= \frac{-54+54-12+8}{8} \\ &= \frac{-4}{8} \\ &= \frac{-1}{2} \end{aligned}$$



9.1 वर्ग समीकरण (Quadratic Equation)

CARD - 1

- 1] 1) a) $x^2 = 36$
- 2] c) $x^2 + 2x + 1 = 0$
- 3] c) $\pm \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$
- 4] d) $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- 5] c) ± 5
- 6] a) 0, 3
- 7] a) $\pm \sqrt{\frac{2k}{m}}$
- 8] c) 5
- 9] b) वर्ग समीकरण
- 10] c) $ax^2 + c = 0$
- 11] b) $\pm \frac{9}{2}$
- 12] a) $b^2 - 4ac$
- 13] d) वर्ग एव वर्ग समीकरण
- 14] b) ± 3
- 15] a) समान
- 16] d) 8
- 17] a) $\Delta > 0$
- 18] c) $\frac{5}{2}$
- 19] b) परवलय
- 20] b) $2x^2 + x = 105$
- 21] d) 0
- 22] b) $\frac{-b}{a}$
- 23] c) $\frac{c}{a}$
- 24] d) $b^2 - 4ac$
- 25] c) वास्तव व स्पष्ट

- 26] b) संकिर्ण
 27] c) $x^2 + x - 30 = 0$
 28] a) वास्तव व स्पष्ट
 29] a) 12
 30] c) $x^2 + 2x^2 = 3$
 31] b) $b^2 - 4ac$
 32] a) $\frac{3}{2}$ आणि 0
 33] d) 0 आणि $\frac{1}{4}$
 34] d) $\pm \sqrt{a^2 - b^2}$
 35] a) $\pm \sqrt{\frac{A}{A\pi}}$
 36] c) $\sqrt{\frac{Fv}{m}}$
 37] b) रेषीय समीकरण

एक गुणाचे प्रश्न

1] $x^2 - 225 = 0$
 $x^2 = 225$
 $x = \pm \sqrt{225}$
 $\therefore x = \pm 15$

2] $5x^2 = 625$
 $x^2 = 125$
 $x = \pm \sqrt{125}$
 $x = \pm 5\sqrt{5}$

3] $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

4] बीजे वास्तव आणि समान आहेत.

5] बीजे वास्तव आणि स्पष्ट आहेत.

6] बीजे संकिर्ण आहेत.

7] बीजांची बेरीज $= m + n = \frac{-b}{a}$

8] बीजांचा गुणाकार $= mn = \frac{c}{a}$

9] $x^2 - (m + n)x + mn = 0$

10] (i) $m = 3, n = 5$

$$m + n = 3 + 5 = 8$$

$$mn = (3)(5) = 15$$

$$\therefore x^2 - (m + n)x + mn = 0$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

(ii) $m = 6, n = -5$

$$m + n = 6 - 5 = 1$$

$$mn = 6 \times -5 = -30$$

$$\therefore x^2 - (m + n)x + mn = 0$$

$$x^2 - 1x - 30 = 0$$

(iii) $m = \frac{2}{3}, n = \frac{3}{2}$

$$m + n = \frac{2}{3} + \frac{3}{2} = \frac{4+9}{6} = \frac{13}{6}, mn = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$$

$$\therefore x^2 - (m + n)x + mn = 0$$

$$x^2 - \frac{13}{6}x + 1 = 0$$

$$6x^2 - 13x + 6 = 0$$

$$(iv) m = 2 + \sqrt{3}, \quad n = 2 - \sqrt{3}$$

$$m + n = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$$

$$mn = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$$

$$\therefore x^2 - (m + n)x + mn = 0$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$11] (i) x^2 - 5x + 8 = 0$$

$$\text{येथे } a = 1, \quad b = -5, \quad c = 8$$

$$m + n = \frac{-b}{a} = -\left(\frac{-5}{1}\right) = +5$$

$$(ii) 3a^2 - 10a - 5 = 0$$

$$\text{येथे } a = 3, \quad b = -10, \quad c = -5$$

$$m + n = \frac{-b}{a} = -\left(\frac{-10}{3}\right) = +\frac{10}{3}$$

$$12] (i) x^2 - 5x + 8 = 0$$

$$\text{येथे } a = 1, \quad b = -5, \quad c = 8$$

$$\text{बीजांचा गुणाकार} = \frac{c}{a} = \frac{8}{1} = 8$$

$$(ii) 3a^2 - 10a - 5 = 0$$

$$\text{येथे } a = 3, \quad b = -10, \quad c = -5$$

$$\text{बीजांचा गुणाकार} = \frac{c}{a} = \frac{-5}{3}$$

III] दोन गुणांचे प्रश्न

$$1] \quad r^2 = l^2 + d^2$$

$$l^2 + d^2 = r^2$$

$$d^2 = r^2 - l^2$$

$$d = \pm\sqrt{r^2 - l^2}$$

दिलेल्या गोष्टी

$$r = 5 \quad a = 4$$

$$\therefore d = \pm\sqrt{(5)^2 - (4)^2}$$

$$= \pm\sqrt{25 - 16}$$

$$= \pm\sqrt{9}$$

$$\boxed{d = \pm 3}$$

$$2] \quad v^2 = u^2 + 2as$$

$$v = \pm\sqrt{u^2 + 2as}$$

दिलेल्या गोष्टी $u = 0 \quad a = 2 \text{ \& } s = 100$

$$v = \pm\sqrt{0^2 + 2(2)(100)}$$

$$v = \pm\sqrt{400}$$

$$v = \pm 20$$

$$3] \quad c^2 = a^2 + b^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$b = \pm\sqrt{c^2 - a^2}$$

दिलेल्या गोष्टी $a = 8 \quad c = 17$

$$b = \pm\sqrt{(17)^2 - (8)^2}$$

$$b = \pm\sqrt{289 - 64}$$

$$b = \pm\sqrt{225}$$

$$\boxed{b = \pm 15}$$

4]

$$A = \pi r^2$$

$$r^2 = \frac{A}{\pi}$$

$$r = \pm \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

दिलेल्या गोष्टी $A = 77$, $\pi = \frac{22}{7}$

$$r = \pm \sqrt{\frac{77}{\frac{22}{7}}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{49}{2}}$$

$$r = \pm \frac{7}{\sqrt{2}}$$

5]

$$a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$a^2 - 2a - 1a + 2 = 0$$

$$a(a - 2) - 1(a - 2) = 0$$

$$(a - 2)(a - 1) = 0$$

$$a - 2 = 0 \text{ किंवा } a - 1 = 0$$

$$\therefore a = +2 \text{ किंवा } a = +1$$

$$\begin{array}{c} -3 \\ -2 \quad -1 \end{array}$$

6]

$$2x^2 + 7x - 9 = 0$$

$$2x^2 + 9x - 2x - 9 = 0$$

$$x(2x + 9) - 1(2x + 9) = 0$$

$$(2x + 9)(x - 1) = 0$$

$$2x + 9 = 0 \text{ किंवा } x - 1 = 0$$

$$2x = -9$$

$$x = \frac{-9}{2}$$

$$x = +1$$

$$\begin{array}{c} 2x - 9 = -18 \\ -9 \quad -2 \end{array}$$

7] $(x + 4)(x - 4) = 6x$

$$x^2 - 16 = 6x$$

$$x^2 - 6x - 16 = 0$$

$$x^2 - 8x + 2x - 16 = 0$$

$$x(x - 8) + 2(x - 8) = 0$$

$$(x - 8)(x + 2) = 0$$

$$x - 8 = 0 \text{ किंवा } x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x = +8} \quad \boxed{x = -2}$$

$$\begin{array}{c} -16 \\ \wedge \\ -8 \quad 2 \end{array}$$

8] $x^2 + 15x + 50 = 0$

$$x^2 + 10x + 5x + 50 = 0$$

$$x(x + 10) + 5(x + 10) = 0$$

$$(x + 5)(x + 10) = 0$$

$$x + 5 = 0 \text{ किंवा } x + 10 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{x = -5} \quad \boxed{x = -10}$$

$$\begin{array}{c} 50 \\ \wedge \\ 10 \quad 5 \end{array}$$

9] $y^2 - 7y + 12 = 0$

$$a = 1 \quad b = -7 \quad c = 12$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4(1)(12)$$

$$\Delta = 49 - 48$$

$$\Delta = +1$$

$$\therefore \Delta > 0$$

∴ दिलेल्या समीकरणाच्या बीजांचे स्वरूप वास्तव आणि स्पष्ट आहे.

10] $x^2 - 6x + 2 = 0$

$$\text{इथे } a = 1, b = -6 \quad c = +2$$

$$m + n = \frac{-b}{a} = \frac{-(-6)}{1} = +6$$

$$mn = \frac{c}{a} = \frac{+2}{1} = +2$$

$$\therefore (m + n)mn = (+6)(+2) \\ = +12$$

11] $y = x^2$

x	0	1	-1	2	-2	3	-3
y	0	1	1	4	4	9	9

12] $y = 2x^2$

x	0	1	-1	2	-2	3	-3
y	0	2	2	8	8	18	18

IV] तीन गुणांचे प्रश्न

2] $3m^3 = 6m + 5$

$$\Rightarrow 3m^2 - 6m - 5 = 0$$

इथे $a = 3$ $b = -6$, $c = -5$

जर a आणि b ही वर्ग समीकरणाची बीजे असतील

तर बीजांची बेरीज $= a + b = \frac{-b}{a}$

$$= -\frac{(-6)}{3}$$

$$\boxed{a + b = +2}$$

बीजांचा गुणाकार $= ab = \frac{c}{a}$

$$= \frac{-5}{3}$$

$$\therefore (2a + 2b) (2a + b)$$

$$\Rightarrow 2a^2 + ab + 4ab + 2b^2$$

$$\Rightarrow 2a^2 + 2b^2 + 4ab + ab$$

$$\Rightarrow 2(a^2 + b^2 + 2ab) + ab$$

$$\Rightarrow 2(a + b)^2 + ab$$

$$\Rightarrow 2(+2)^2 + \left(-\frac{5}{3}\right)$$

$$\Rightarrow 2(4) + \frac{-5}{3}$$

$$\Rightarrow 8 + \frac{-5}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{24-5}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{19}{3}$$

$$3] x^2 + 4x + (k + 2) = 0$$

$$\text{इथे } a = 1 \quad b = 4 \quad c = k + 2$$

एक बीज शून्य दिलेले आहे. $\therefore m = 0$ & $n = n$

$$\therefore \text{बीजांची बेरीज} = \frac{-b}{a}$$

$$m + n = \frac{-4}{1}$$

$$0 + n = -4$$

$$\boxed{\therefore n = -4}$$

$$\text{बीजांचा गुणाकार} = \frac{c}{a}$$

$$mn = \frac{k+2}{1}$$

$$0(n) = k + 2$$

$$0(-4) = k + 2$$

$$\boxed{k = -2}$$

$$4] x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$\text{इथे } a = 1 \quad b = -4 \quad c = +2$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(+2)}}{2(1)}$$

$$= \frac{+4 \pm \sqrt{16-8}}{2}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2}$$

$$= \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{2(2 \pm 2\sqrt{2})}{2}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$x = 2 + \sqrt{2} \quad \text{किंवा} \quad x = 2 - \sqrt{2}$$

$$5] \quad 4x^2 - 20x + 9 = 0$$

पूर्ण समीकरणास 4 ने भागा

$$x^2 - 5x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\text{आता } \frac{1}{2} \times x \text{ चा सहगुणक} = \frac{-5}{2}$$

$$\therefore b^2 = \left(\frac{-5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

b^2 ची किंमत मिळवा व वजा करा.

$$x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} + \frac{9}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{16}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - 4 = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 4$$

$$x - \frac{5}{2} = \pm\sqrt{4}$$

$$x - \frac{5}{2} = \pm 2$$

$$x - \frac{5}{2} = \pm 2$$

$$x - \frac{5}{2} = -2$$

$$x = \frac{2+5}{2}$$

$$x = \frac{-2+5}{2}$$

$$x = \frac{4+5}{2}$$

$$x = \frac{-4+5}{2}$$

$$\boxed{x = \frac{9}{2}}$$

$$\boxed{x = \frac{+1}{2}}$$

6] $v = \pi r^2 h$ तर r कर्ता करा. $r = 176$, $4 = 14$ तर r ची किंमत काढा.

$$\therefore \pi r^2 h = v$$

$$r^2 = \frac{v}{\pi h}$$

$$r = \pm\sqrt{\frac{v}{\pi h}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{176}{\frac{22}{7} \times 14}}$$

$$= \pm \sqrt{\frac{176}{22 \times 2}}$$

$$r = \pm \sqrt{4}$$

$$r = \pm 2$$

V] 1] पहिली विषम धन संख्या x मानू

∴ क्रमवार दुसरी विषम धन संख्या $(x + 2)$ असेल.

∴ उदाहरणातील माहिती नुसार

∴ $x^2 + (x + 2)^2 = 130$ हे समीकरण सोडवा.

$$\therefore x^2 + x^2 + 4x + 4 - 130 = 0$$

$$\therefore 2x^2 + 4x - 126 = 0 \quad \text{पूर्ण समीकरणास 2 ने भागा.}$$

$$\therefore x^2 + 2x - 63 = 0 \quad \begin{array}{l} - 36 \\ \wedge \\ + 9 \quad - 7 \end{array}$$

$$\therefore x^2 + 9x - 7x - 63 = 0$$

$$\therefore x(x + 9) - 7(x + 9) = 0$$

$$\therefore (x + 9)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x = -9 \quad \text{किंवा} \quad x = 7$$

∴ पहिली विषम धन संख्या $x = 7$

व दुसरी विषम धन संख्या $x + 2 = 9$

2] $y = x^2 - x - 2$ चा आलेख

x ला किंमती देवून y च्या संगत किंमती काढा.

x	0	1	2	3	-1	-2	-3
y	-2	-2	0	4	0	4	10

आलेख कागदावर x व y अक्ष काढून योग्य प्रमाण घेवून कोष्टकातील सर्व (x, y) बिंदू स्थापन करा. व ते क्रमाने मुक्त हस्ताने जोडा. हा परवलय x अक्षाला ज्या बिंदूत छेदतो त्या बिंदूचे x निर्देशक म्हणजे

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{ या समीकरणाची बीजे होत.}$$

$$3] r^2 - (m + 1)r + 4 = 0$$

$$\text{इथे } x = r, \quad a = 1, \quad b = -(m + 1), \quad c = 4$$

$$\text{आता } = b^2 - 4ac$$

$$= [(m + 1)]^2 - 4 \times 1 \times 1$$

$$= (m + 1)^2 - 16$$

(1) आता बीजे समान असताना

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$(m + 1)^2 = 16 = 0$$

$$(m + 1)^2 = 16$$

$$m + 1 = \pm 4$$

$$\therefore m = -1 \pm 4$$

$$m = -1 + 4 = 3 \text{ धन किंमत}$$

(2) आता बीजे वास्तव व स्पष्ट असताना

$$b^2 - 4ac > 0$$

$$\therefore m > 3 \text{ असताना बीजे वास्तव व स्पष्ट असतात.}$$

(3) $m > 3$ असताना बीजे संकिर्ण असताना.



9.2 वर्ग समीकरण (Quadratic Equation)

CARD - 2

- 1] 1] a) $x^2 - 6x + 4 = 0$
- 2] d) $6x^2 + 7 = 10$
- 3] c) $p(p - 3) = 0$
- 4] d) $\frac{1}{2}$
- 5] a) $x^2 = 16$
- 6] c) $2x^2 + x = 105$
- 7] c) $a = \pm 4.5$
- 8] a) 1
- 9] b) $x^2 - 4x + 1 = 0$
- 10] a) ± 4
- 11] a) वर्ग एवं वर्ग समीकरण
- 12] c) +5
- 13] b) $a = c$
- 14] d) 0
- 15] b) $x(x - 1) = 182$
- 16] c) 3
- 17] b) गुणाकार व्यस्त
- 18] b) $b = 0$
- 19] b) $(3x - 5)(5x + 3) = 0$
- 20] a) 4
- 21] d) $x(x + 4) = 60$
- 22] d) वर्ग एवं वर्ग समीकरण
- 23] c) $x^2 - 6x + 1 = 0$
- 24] c) साधे रेषीय समीकरण

॥] एक गुणाचे प्रश्न

- 1] 1. हे वर्गसमीकरण आहे. कारण कोटी दोन आहे.
 2. हे वर्ग समीकरण आहे कारण कोटी 2 आहे.
 3. हे वर्गसमीकरण नाही.
 4. हे वर्ग समीकरण नाही.

2] समजा पहिला पूर्णांक x आहे म्हणून क्रमवार दुसरा पूर्णांक $= (x + 1)$

$$\therefore x(x + 1) = 306$$

3] (i) $(x + 8)^2 - 5 = 31$

$$(x + 8)^2 = 6$$

$$x + 8 = +6 \quad x + 8 = -6$$

$$x = -2 \quad x = -14$$

$$(ii) 7x = \frac{64}{7x}$$

$$x^2 = \frac{64}{7 \times 7}$$

$$x^2 = \left(\frac{8}{7}\right)^2$$

$$x = +\frac{8}{7} \quad x = -\frac{8}{7}$$

4] $k = \frac{1}{2} mv^2$ $k = 100$ $m = 2$

$$v = \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 100}{2}}$$

$$v = \pm 10$$

5] बीजे वास्तव व समान आहेत.

6] बीजे वास्तव व स्पष्ट आहेत.

7] बीजे संकिर्ण आहेत.

$$8] \quad 6k^2 - 3 = 0 \quad \left| \quad \begin{array}{l} a = 6 \\ b = 0 \\ c = -3 \end{array} \right.$$

$$m + n = \frac{-b}{a}$$

$$= \frac{-0}{6}$$

$$m + n = 0$$

9] समजा $m = \frac{p}{q}$ $n = \frac{q}{p}$

\therefore अपेक्षित वर्ग समीकरण

$$x^2 - (m + n)x + mn = 0$$

$$x^2 - \left(\frac{p}{q} + \frac{q}{p}\right)x + \frac{p}{q} \times \frac{q}{p} = 0$$

$$x^2 - \frac{(p^2 + q^2)}{pq}x + 1 = 0$$

$$px^2 - (p^2 + q^2)x + pq = 0$$

10] $3a^2 - 10a - 5 = 0$

$$a = 3 \quad b = -10 \quad c = -5$$

\therefore बीजांचा गुणाकार $mn = \frac{c}{a}$

$$= \frac{-5}{3}$$

III] दोन गुणांचे प्रश्न

1] $v = \pi r^2 h$

$$\pi r^2 h = v$$

$$r^2 = \frac{v}{\pi h}$$

$$r = \sqrt{\frac{v}{\pi h}}$$

$$r = \sqrt{4}$$

$$r = \pm 2$$

$$2] \quad 3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$$

$$\therefore 3x^2 - \sqrt{6}x - \sqrt{6}x + 2 = 0$$

$$3x(x - \sqrt{6}) - \sqrt{6}(x - \sqrt{6}) = 0$$

$$(3x - \sqrt{6})(x - \sqrt{6}) = 0$$

$$\therefore 3x - \sqrt{6} = 0 \text{ किंवा } x - \sqrt{6} = 0$$

$$3x = -\sqrt{6}$$

$$x = \frac{-\sqrt{6}}{3}$$

$$x - \sqrt{6} = 0$$

$$x = \sqrt{6}$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ -\sqrt{6} \quad -\sqrt{6} \end{array}$$

$$3] \text{ (i) } x + \frac{1}{x} = 2.5$$

$$x^2 + 1 = 2.5x$$

$$x^2 - 2.5x + 1 = 0 \text{ पूर्ण समीकरणास 10 ने गुणा}$$

$$10x^2 - 25x + 10 = 0$$

$$10x^2 - 20x - 5x + 10 = 0$$

$$10x(x - 2) - 5(x - 2) = 0$$

$$(x - 2)(10x - 5) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad 10x - 5 = 0$$

$$x = 2 \quad x = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$10 \times 10 = 100$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ -20 \quad -5 \end{array}$$

$$\text{(ii) } 0.2t^2 - 0.4t = 0.03$$

$$\text{पूर्ण समीकरणास 100 ने गुणा}$$

$$(0.2t^2 - 0.4t = 0.03)100$$

$$20t^2 - 4t - 3 = 0$$

$$20t^2 - 10t + 6t - 3 = 0$$

$$10t(2t - 1) + 3(2t - 1) = 0$$

$$(2t - 1)(10t + 3) = 0$$

$$t = \frac{1}{2} \quad t = \frac{-3}{10}$$

$$20 \times -3 = -60$$

$$\begin{array}{c} \diagup \quad \diagdown \\ -10 \quad 6 \end{array}$$

$$(iii) m - \frac{7}{m} = 6$$

$$m^2 - 7 = 6m$$

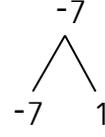
$$m^2 - 6m - 7 = 0$$

$$m^2 - 7m + 1m - 7 = 0$$

$$m(m - 7) + 1(m - 7) = 0$$

$$(m - 7)(m + 1) = 0$$

$$m = 7 \quad m = -1$$



4]

$$4x^2 + x - 5 = 0$$

$$x^2 + \frac{x}{4} - \frac{5}{4} = 0$$

$$b = \left(\frac{1}{2} \times x \text{ चा सहगुणक}\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{8}\right)^2$$

$$= \frac{1}{64}$$

$\frac{1}{64}$ मिळवा व वजा करा.

$$x^2 + \frac{x}{4} - \frac{5}{4} + \frac{1}{64} - \frac{1}{64} = 0$$

$$x^2 + \frac{x}{4} - \frac{1}{64} = \frac{5}{4} + \frac{1}{64}$$

$$\left(x + \frac{1}{8}\right)^2 = \frac{80+1}{64}$$

$$\left(x + \frac{1}{8}\right)^2 = \frac{81}{64}$$

$$x + \frac{1}{8} = +\frac{9}{8}$$

$$x + \frac{1}{8} = -\frac{9}{8}$$

$$x = \frac{9}{8} - \frac{1}{8}$$

$$x = \frac{-9}{8} - \frac{1}{8}$$

$$x = 1$$

$$x = \frac{-10}{8} = \frac{-5}{4}$$

5]

$$a(x^2 + 1) = x(a^2 + 1)$$

$$ax^2 + a = a^2x + x$$

$$ax^2 - a^2x + a - x = 0$$

$$ax(x - a) - 1(x - a) = 0$$

$$(x - a)(ax - a) = 0$$

$$x - a = 0 \text{ or } ax - 1 = 1$$

$$\therefore x = a, ax = 1$$

$$\therefore x = \frac{1}{a}$$

$$6] \quad PK^2 - 12k + 9 = 0$$

$$x = k, a = p, b = -12, c = 9$$

इथे बीजे समान

$$\therefore \Delta = 0$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$(-12)^2 - 4 \times p \times 9 = 0$$

$$144 - 36p = 0$$

$$-36p = -144$$

$$p = \frac{-144}{-36}$$

$$p = 4$$

$$7] \quad 3m^2 = 6m + 5$$

$$\therefore 3m^2 - 6m - 5 = 0$$

$$x = m, a = 3, b = -6, c = -5$$

इथे समीकरणाची बीजे $m = a, n = b$ आहेत.

$$\therefore \text{बीजांची बेरीज} = \frac{-b}{a}$$

$$a + b = \frac{(-6)}{3}$$

$$\boxed{a + b = 2}$$

आणि

$$\text{बीजांचा गुणाकार} = \frac{c}{a}$$

$$= \frac{c-5}{3}$$

आता

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2 + b^2}{ab}$$

$$= \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab}$$

$$= \frac{(2)^2 - 2 \times \frac{-5}{3}}{\frac{-5}{3}}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{4 + \frac{10}{3}}{-5/3}$$

$$= \frac{12+10}{\frac{3}{-5/3}}$$

$$= -\frac{22}{3} \times \frac{3}{5}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{-22}{5}$$

8] $y = 3x^2$ चा आलेख काढण्यासाठी x ला किंमती देवून y च्या संगत किंमती काढा. व कोष्टक पूर्ण करा.

X	0	1	-1	2	-2	3	-3	4	-4
y	0	3	3	12	12	27	27	48	48

नमुना गणित

$$x = -3 \text{ असताना}$$

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 \\ &= 3 \times (-3)^2 \\ &= 3 \times 9 \\ &= 27 \end{aligned}$$

याप्रमाणे x च्या प्रत्येक किंमतीसाठी y ची संगत किंमत काढा.

आता योग्य प्रमाण घेवून आलेख कागदावर कोष्टकातील सर्व बिंदू स्थापन करा व मुक्त हस्ताने जोडा. $y = 3x^2$ चा आलेख तयार होईल.

3 गुणाचे प्रश्न

1] $y = 2x^2$ च्या आलेखावरून $\sqrt{7}$ ची किंमत काढण्यासाठी प्रथम

(1) $y = 2x^2$ चा परवलय काढा.

(2) $x = \sqrt{7}$ असताना y ची संगत किंमत काढा.

$$\begin{aligned} \therefore y &= 2 \times \sqrt{7}^2 \\ y &= 2 \times 7 \\ y &= 14 \end{aligned}$$

(3) आता $y = 14$ मधून x अक्षाला समांतर रेषा काढा ती परवलास दोन बिंदूत छेदते. छेदन बिंदूचे x निर्देशक म्हणजे $\sqrt{7}$ च्या किंमती होय.

$$2] 2a^2 - 4a + 1 = 0$$

इथे $x = a$, $a = 2$, $b = -4$, $c = 1$ आहे.

या समीकरणाची बीजे $m = p$ व $n = q$ आहे.

$$\therefore (i) \text{ बीजांची बेरीज} = \frac{-b}{a}$$

$$p + q = \frac{-(-4)}{2}$$

$$p + q = \frac{4}{2}$$

$$p + q = 2$$

आणि

$$(ii) \text{ बीजांचा गुणाकार} = \frac{c}{a}$$

$$pq = \frac{1}{2}$$

$$\text{आता } (p + q)^2 - 4pq = (2)^2 - 4 \times \frac{1}{2}$$

$$= 4 - 2$$

$$\boxed{(p + q)^2 - 4pq = 2}$$

$$3] 2x^2 - 2qx + 5q = 0$$

इथे $a = 2$, $b = -3q$, $c = 5q$ आहे.

आणि पहिलेबीज $m = 2n$ व दुसरे बीज $n = n$ आहे.

$$\therefore (i) \text{ बीजांची बेरीज} = \frac{-b}{a}$$

$$m + n = \frac{-(-3q)}{2}$$

$$2n + n = \frac{3q}{2}$$

$$3n = \frac{3q}{2}$$

$$n = \frac{q}{2}$$

$$\text{आणि (ii) बीजांचा गुणाकार} = \frac{c}{a}$$

$$m \times n = \frac{5q}{2}$$

$$\begin{aligned}
 2n \times n &= \frac{5q}{2} \\
 2n^2 &= \frac{5q}{2} \\
 2 \times \left(\frac{q}{2}\right)^2 &= \frac{5q}{2} \\
 \frac{2q^2}{2} &= \frac{5q}{2} \\
 \therefore \frac{q^2}{2} &= \frac{5q}{2} \\
 \therefore q^2 &= 5q \\
 \therefore q \times q &= 5 \times q \\
 q &= 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4] \quad \therefore A &= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \\
 \therefore \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 &= A \\
 \therefore a^2 &= \frac{A \times 4}{\sqrt{3}} \\
 \therefore a &= \sqrt{\frac{4A}{\sqrt{3}}} \\
 A &= 16\sqrt{3} \text{ किंमत घाला.} \\
 \therefore a &= \pm \sqrt{\frac{4 \times 16\sqrt{3}}{\sqrt{3}}} \\
 a &= \pm \sqrt{64} \\
 \boxed{a = \pm 8}
 \end{aligned}$$

V] चार गुणांचे प्रश्न

$$1] x^2 + px + q = 0$$

इथे $a = 1$, $b = p$, $c = q$ असून

पहिले बीज $m = 3n$ व दुसरे बीज $n = n$ आहे.

$$\begin{aligned}
 \therefore (i) \text{ बीजांची बेरीज} &= \frac{-b}{a} \\
 m + n &= \frac{-p}{1} \\
 3n + n &= -p \\
 4n &= -p \\
 \boxed{\therefore n = \frac{-p}{4}}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{(ii) बीजांचा गुणाकार} = \frac{c}{a}$$

$$m \times n = \frac{q}{1}$$

$$3n \times n = q$$

$$3n^2 = q$$

n ची किंमत घाला

$$3 \times \left(\frac{-p}{4}\right)^2 = q$$

$$3 \times \frac{p^2}{16} = q$$

$$\therefore 3p^2 = 16q \text{ सिध्द झाले.}$$

2] हे पुस्तकात पान नं. 246 वर सोडविलेले आहे.

$$3] y = x^2 + 8x - 16$$

हा आलेख काढण्यासाठी x ला किंमती देवून y च्या संगत किंमती काढा. कोष्टक पूर्ण करा.

X	0	1	2	3	-2	-2	4
Y	-16	-7	4	17	-23	-28	32

योग्य प्रमाण घेवून आलेख कागदावर कोष्टकातील सर्व बिंदू स्थापन करा व मुक्त हस्ताने जोडा.

नमुना गणित $x = -2$ असताना

$$y = x^2 + 8x - 16$$

$$= (-2)^2 + 8(-2) - 16$$

$$= (-2)^2 + 8(-2) - 16$$

$$y = -28$$



9.3 वर्ग समीकरण (Quadratic Equation)

I] बहुपर्यायी प्रश्नांची उत्तरे

1] c) $x^2 - 2x + 1 = 0$

2] a) $x - \frac{1}{x} = 3$

3] b) 0

4] b) $b = 0$

5] d) $-\frac{1}{3}$

6]

7] b) 25

II] दोन गुणांचे प्रश्न

1] प्रवासाचे अंतर = 480 किलोमीटर

आगगाडीचा वेग = x कि.मी. प्रति तास मानू

\therefore या वेगाने xkm जाण्यास लागणारा वेळ = $\frac{\text{अंतर}}{\text{वेग}}$

$t_1 = \frac{480}{x}$ तास

आता वेग 8 कि.मी. प्रति तास कमी झाल्यास आगगाडीचा वेग = $(x - 8)$ कि.मी. प्रति तास होईल.

\therefore या वेगाने 480 km जाण्यास लागणारा वेळ = $\frac{480}{(x-8)}$

$t_2 = \frac{480}{(x-8)}$ तास

उदाहरणातील माहितीनुसार

$t_2 = t_1 + 3$

$\frac{480}{x-8} \geq \frac{480}{x} \geq \frac{3}{1}$

$\frac{480}{x-8} \geq \frac{480 + 3x}{x}$

$\therefore 480 \times x = (x - 8) (480 + 3x)$

$480x = 480x + 3x^2 - 3840 - 24x$

$$\therefore 3x^2 - 24x - 3840 = 0$$

पूर्ण समीकरणास 3 ने भागा.

$$x^2 = 8x - 1280 = 0$$

$$x^2 - 40x + 32x - 1280 = 0$$

$$\begin{array}{r} -1280 \\ \wedge \\ -40 \quad +32 \end{array}$$

$$x(x - 40) + 32(x - 40) = 0$$

$$(x + 32)(x - 40) = 0$$

$$\therefore x = -32 \text{ किंवा } x = 40$$

\therefore आगगाडीचा वेग $x = 40$ कि.मी. प्रति तास

$$2] \quad 6x^2 - x - 2 = 0$$

$$\begin{array}{r} -12 \\ \wedge \\ -4 \quad +3 \end{array}$$

$$6x^2 - 4x + 3x - 2 = 0$$

$$2x(3x - 2) + 1(3x - 2) = 0$$

$$(3x - 2)(2x + 1) = 0$$

$$\therefore 3x - 2 = 0 \text{ किंवा } 2x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{3} \text{ किंवा } x = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore 6x^2 - x - 2 = 0 \text{ या समीकरणाची बीजे } \frac{2}{3} \text{ व } \frac{1}{2}$$

आहेत.

$$3] \quad (2x - 3) = \sqrt{2x^2 - 2x + 21}$$

दोन्ही बाजूचा वर्ग करून विस्तार करा.

$$(2x - 3)^2 = 2x^2 - 2x + 21$$

$$4x^2 - 12x + 9 - 2x^2 + 2x - 21 = 0$$

$$2x^2 - 10x - 12 = 0$$

पूर्ण समीकरणास 2 ने भागा.

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{r} -6 \\ \wedge \\ -6 \quad +1 \end{array}$$

$$x^2 - 6x + 1x - 6 = 0$$

$$x(x - 6) + 1(x - 6) = 0$$

$$(x - 6)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 6 \quad \text{किंवा} \quad x = -1$$

4]

$$P = 5 - 2p^2$$

$$\therefore 2p^2 + p - 5 = 0$$

$$x = p, \quad a = 2, \quad b = 1, \quad c = -5$$

$$\text{सुत्र} \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$p = \frac{-(1) \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 2 \times -5}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{1+40}}{4}$$

$$p = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$\therefore p = \frac{-1 + \sqrt{41}}{4} \quad \text{किंवा} \quad p = \frac{-1 - \sqrt{41}}{4}$$

5] $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ चा आलेख काढण्यासाठी x ला किंमती देवून y च्या संगत किंमती काढा. कोष्टक पूर्ण करा.

X	0	2	4	1	-1	-2	-4
Y	-2	0	6	-1.5	-1.5	0	6

योग्य प्रमाण घेवून आलेख कागदावर कोष्टकातील सर्व बिंदू स्थापन करा मुक्त हस्ताने जोडा. अपेक्षित आलेख मिळतो.

[हा परवलय x अक्षाला $(2, 0)$ व $(-2, 0)$ या बिंदूत छेदतो. म्हणून $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ या समीकरणाची बीजे $x = 2$ किंवा $x = -2$]

तीन गुणांचे प्रश्न

1] सुत्र पध्दतीने सोडवा.

$$\frac{3}{5-b} + \frac{2}{4-b} = \frac{8}{b+2}$$

डाव्या बाजूस ल.सा.वि. काढून सरळरूप द्या.

$$\therefore \frac{3(4-b)+2(5-b)}{(5-b)(4-b)} = \frac{8}{(b+2)}$$

$$\therefore \frac{12-3b+10-2b}{20-5b-4b+b^2} = \frac{8}{b+2}$$

$$\therefore \frac{22-5b}{b^2-9b+20} = \frac{8}{b+2}$$

$$\therefore (b+2)(22-5b) = 8(b^2-9b+20)$$

$$22b-5b^2+44-10b = 8b^2-72b+160$$

$$\therefore -5b^2+12b+44-8b^2+72b-160=0$$

$$\therefore -13b^2+84b-116=0$$

$$\therefore 13b^2-84b-116=0$$

$$a=13, b=-84, c=116$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$\therefore b = \frac{-(-84 \pm \sqrt{-84^2-4 \times 13 \times 116})}{2 \times 13}$$

$$= \frac{84 \pm \sqrt{7056-6032}}{26}$$

$$= \frac{84 \pm \sqrt{1024}}{26} = \frac{84 \pm 32}{26}$$

$$\therefore b = \frac{84+32}{26} \text{ or } b = \frac{84-32}{26}$$

$$\therefore b = \frac{116}{26} \text{ or } b = \frac{58}{26}$$

$$\therefore b = \frac{58}{13} \text{ or } b = 2$$

2] ΔABC मध्ये $AB = BC$ व $BD \perp AC$

\therefore आकृतीत ΔBDC मध्ये $\angle D = 90^\circ$

$\therefore BC^2 = BD^2 + DC^2$ पायथॅगोरस प्रमेय

$$(2x + 1)^2 = (2x - 1)^2 + x^2$$

$$\therefore 4x^2 + 4x + 1 = 4x^2 - 4x + 1 + x^2$$

$$4x = -4x + x^2$$

$$4x + 4x - x^2 = 0$$

$$8x - x^2 = 0$$

$$x(8 - x) = 0$$

$$\therefore x = 0 \quad \text{किंवा} \quad (8 - x) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{किंवा} \quad x = 8$$

$\therefore \Delta ABC$ च्या बाजू (1) $AB = BC = 2x + 1$

$$= 2 \times 8 + 1$$

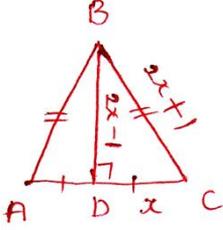
$$= 17\text{cm}$$

(1) $AC = 2DC$

$$= 2 \times x$$

$$= 2 \times 8$$

$$= 16\text{ cm}$$



चार गुणांचे प्रश्न

1] $y = x^2 - 8x + 7$ चा आलेख काढण्यासाठी x ला किंमती देवून y च्या संगत किंमती काढा. कोष्टक पूर्ण करा.

x	0	1	2	3	-1	6	7	8
y	7	0	-5	-8	16	-6	0	7

योग्य प्रमाण घेवून कोष्टकातील सर्व बिंदू आलेख कागदावर स्थापन करा व मुक्त हस्ताने जोडा. अपेक्षित आलेख मिळेल.

टिप : हा परवलय x अक्षाला $(1, 0)$ व $(7, 0)$ या बिंदूत छेदतो म्हणून $x^2 = 8x + 7 = 0$ या समीकरणाची बीज $x = 1$ व $x = 7$ अशी आहेत.

2] धनश्रीला एक काम पूर्ण करण्यास x दिवस लागतात असे मानू

म्हणून तेच काम पूर्ण करण्यास अश्विनीला लागणारे दिवस = $(x - 6)$ दिवस

$$\therefore (1) \text{ धनश्रीने एका दिवसात केलेले काम} = \frac{1}{x}$$

$$\text{व (2) अश्विनीने एका दिवसात केलेले काम} = \frac{1}{(x-6)}$$

\therefore धनश्रीने एका दिवसात केलेले काम + अश्विनीने एका दिवसात केलेले काम = दोघींनी मिळून एका दिवसात केलेले काम.

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{x-6} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{(x-6) + x}{x(x-6)} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{2x-6}{x^2-6x} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 4(2x-6) = 1 \times (x^2-6x)$$

$$8x - 24 = x^2 - 6x$$

$$\therefore x^2 - 6x + 24 = 0$$

$$\therefore x^2 - 14x + 24 = 0$$

$$x^2 - 12x - 2x + 24 = 0$$

$$x(x-12) - 2(x-12) = 0$$

$$(x-12)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 12 \quad \text{किंवा} \quad x = 2$$

\therefore धनश्रीला ते काम पूर्ण करण्यास लागणारे दिवस $x = 12$ दिवस व आश्विनीला तेच काम पूर्ण करण्यास लागणारे दिवस = $x - 6 = 6$ दिवस.



10.1 समरूप त्रिकोण (Similar Triangles)

CARD - 1

I] सोडवा.

खालील समरूप त्रिकोणाच्या संगत बाजू व संगत कोन लिहा.

(i)	$AB \rightarrow DE$	$LA \rightarrow LD$
	$BC \rightarrow EF$	$LB \rightarrow LE$
	$AC \rightarrow DF$	$LC \rightarrow LF$

(ii)	$PQ \rightarrow XY$	$LP \rightarrow LX$
	$PR \rightarrow XZ$	$LQ \rightarrow LY$
	$QR \rightarrow YZ$	$LR \rightarrow LZ$

(iii)	$KM \rightarrow RS$	$LK \rightarrow LR$
	$KN \rightarrow RT$	$LM \rightarrow LS$
	$MN \rightarrow ST$	$LN \rightarrow LT$

(iv)	$KM \rightarrow TU$	$LK \rightarrow LT$
	$MN \rightarrow UV$	$LM \rightarrow LU$
	$KN \rightarrow TV$	$LN \rightarrow LV$

(v)	$AC \rightarrow PR$	$LA \rightarrow LP$
	$AB \rightarrow PQ$	$LB \rightarrow LQ$
	$BC \rightarrow QR$	$LC \rightarrow LR$

(vi)	$AC \rightarrow MB$	$LA \rightarrow LB$
	$AT \rightarrow BT$	$LC \rightarrow LM$
	$TC \rightarrow TM$	$LT \rightarrow LT$

- 2] (i) संगत बाजू प्रमाणात असावे.
 (ii) संगत कोन समान असावे.

3] त्रिकोणाच्या एका बाजूस समांतर असणारी रेषा इतर दोन बाजूंना छेदत असेल तर ती रेषा त्या बाजूंना प्रमाणात विभागते.

4] जर एक रेषा त्रिकोणाच्या दोन बाजूंना प्रमाणात विभागात असेल तर ती रेषा तिसऱ्या बाजूला समांतर असते.

5] (i) $\frac{PM}{MQ} = \frac{PN}{NR}$

(ii) $\frac{TB}{BU} = \frac{TA}{AL}$

(iii) $\frac{LD}{DA} = \frac{LE}{EM}$

(iv) $\frac{TD}{DU} = \frac{TC}{CS}$

(v) $\frac{EG}{GF} = \frac{EC}{CD}$

6] (ii) $\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC}$

(iii) $\frac{PQ}{BC} = \frac{AP}{AB}$

(v) $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$

(vi) $\frac{AB}{AP} = \frac{AC}{AQ} = \frac{BC}{PQ}$

$$7] \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{3}{EC}$$

$$EC = \frac{9}{2}$$

$$EC = 4.5 \text{ cm}$$

$$8] \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$

$$\frac{6}{2} = \frac{12}{AE}$$

$$AE = \frac{12}{3}$$

$$AE = 4 \text{ cm}$$

$$9] \quad PS = PQ + QS$$

$$\therefore PS = 3 + 5 = 8 \text{ cm}, \quad PQ = 3 \text{ cm}, \quad PT = 4.8 \text{ cm}, \quad PR = ?$$

$$\frac{PQ}{PS} = \frac{PR}{PT}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{PR}{4.8}$$

$$\frac{3}{8} \times 4.8 = PR$$

$$PR = 3 \times 0.6 = 1.8 \text{ cm}$$

10] बा.को.बा. कसोटी
बा.बा.बा. कसोटी
को.को.को. कसोटी
का. क. भु. कसोटी

- 11] (i) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$
(ii) $\Delta DEF \cong \Delta PLM$
(iii) $\Delta BAC \cong \Delta XYZ$

12] ΔOAB आणि ΔODC मध्ये

$$\angle BAO = \angle ODC = 70^\circ \quad (\text{व्युत्क्रम कोन})$$

$$\angle OBA = \angle OCD = 60^\circ \quad (\text{व्युत्क्रम कोन})$$

$$\angle AOB = \angle COD$$

(शिरो विरुद्ध कोन)

$$\therefore \Delta OAB \sim \Delta ODC$$

$$13] \quad \frac{AB}{HG} = \frac{BC}{GF}$$

$$\frac{4.5}{6.75} = \frac{6}{GF}$$

$$GF = \frac{6 \times 6.75}{4.5}$$

$$GF = 9 \text{ cm}$$

14] समरूप त्रिकोणांचे क्षेत्रफळ त्यांच्या संगत बाजूवरील वर्गाच्या प्रमाणात असते.

$$15] \quad \frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta ADF)} = \frac{AB^2}{DE^2}$$

$$\frac{225}{A(\Delta DEF)} = \frac{5^2}{(7.5)^2}$$

$$\frac{225}{A(\Delta DEF)} = \left(\frac{1}{1.5}\right)^2$$

$$\frac{225}{A(\Delta DEF)} = \left(\frac{1}{1.5}\right)^2 = \frac{1}{\frac{15}{10}} = \left(\frac{1}{3/2}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\therefore A(\Delta DEF) = \frac{225 \times 9}{4} = 506.25 \text{ cm}^2$$

$$16] \quad \frac{A(\Delta LMN)}{A(\Delta PQR)} = \frac{LM^2}{PQ^2}$$

$$\frac{64}{121} = \frac{(1.5)^2}{PQ^2}$$

$$\frac{64}{121} = \frac{(1.5)^2}{PQ^2}$$

$$\therefore \frac{8}{11} = \frac{1.5}{PQ}$$

$$PQ = \frac{1.5 \times 11}{8}$$

$$PQ = 2.06 \text{ cm}$$

17] पुस्तकाचा 284 वा पान पहा.

18] थेल्सचा प्रमेय पान नं. 268 पहा.

19] पुस्तकाचा पान नं. 297 पहा.



10.2 समरूप त्रिकोण (Similar Triangles)

CARD - 2

I] बहुपर्यायी प्रश्न

- 1] a) सर्व समकोन त्रिकोण समरूप असतात.
- 2] b) थेल्सचा प्रमेय
- 3] d) $\frac{y}{x+y}$
- 4] b) $\frac{2}{3}$
- 5] b) 75°
- 6] c) 60°
- 7] a) दोन चौरस
- 8] c) दोन आयत
- 9] b) $AQ : QN$
- 10] c) 14cm

II] खालील प्रश्न सोडवा.

1] $\Delta AQP \sim \Delta ACB$ (को. को. कसोटी)

$$\frac{AQ}{AC} = \frac{AP}{AB}$$

$$\Rightarrow AB \cdot AQ = AP \cdot AC$$

2] आकृतीवरून

i) ΔABD मध्ये $AD = BD$ व $\angle D = 90^\circ$

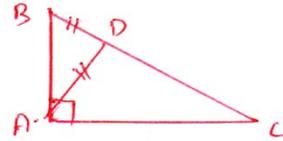
$$\therefore \angle BAD = \angle ABD = 45^\circ$$

ii) ΔABC मध्ये $\angle A = 90^\circ$ $\angle B = 45^\circ$,

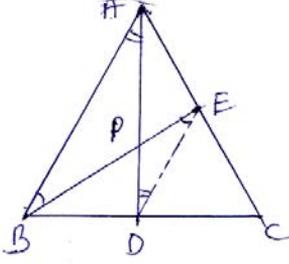
$$\therefore \angle C = 45^\circ$$

iii) ΔADC मध्ये $\angle D = 90^\circ$, $\angle C = 45^\circ \therefore \angle DAC = 45^\circ$

$$\therefore AD = CD$$



14]



$$\frac{PE}{EQ} = \frac{3.9}{3} = 1.3$$

$$\frac{PF}{FR} = \frac{3.6}{2.4} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\therefore \frac{PE}{EQ} \neq \frac{PF}{FR}$$

$\therefore EF$ हे QR ला समांतर नाही.

15] लहान त्रिकोणाची परिवृत्त त्रिज्या r_1 आणि मोठ्या त्रिकोणाची परिवृत्त त्रिज्या r_2 मानू

लहान $\triangle ABC \sim$ मोठा $\triangle PQR$

$$\frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle PQR)} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad (\text{प्रमेय})$$

$$\frac{81}{256} = \frac{(1.8)^2}{r_2^2}$$

$$\therefore \frac{9}{16} = \frac{1.8}{r_2}$$

$$\therefore r_2 = \frac{1.8 \times 16}{9}$$

$$r_2 = 3.2 \text{ cm}$$



10.3 समरूप त्रिकोण (Similar Triangles)

CARD - 3

1] सोडवा.

1] $\triangle ALD$ मध्ये $PB \parallel AD$

$$\therefore \frac{LB}{BA} = \frac{LP}{PD} \quad (\text{प्रमेय})$$

$$\Rightarrow \frac{BL}{AB} = \frac{PL}{DP}$$

$$\Rightarrow \frac{BL}{DC} = \frac{PL}{DP} \quad (\because AB = DC)$$

$$\Rightarrow \frac{DP}{PL} = \frac{DC}{BL} \quad \text{व्यस्त घेतले.}$$

$$\therefore DP : PL = DC : BL$$

2] त्रिकोण PQR चे x , y & z एकक मानू

$$\therefore \triangle PQR \text{ ची परिमिती } x + y + z = 360$$

त्रिकोण ABC चे बाजू 5, 6 आणि 7 एकक आहेत.

$$\therefore \triangle ABC \text{ ची परिमिती } = 5 + 6 + 7 = 18 \text{ एकक}$$

$$\therefore \frac{5}{x} = \frac{6}{y} = \frac{7}{z} = \frac{\triangle ABC \text{ ची परिमिती}}{\triangle PQR \text{ ची परिमिती}}$$

$$\therefore \frac{5}{x} = \frac{6}{y} = \frac{7}{z} = \frac{18}{360} = \frac{1}{20}$$

$$\therefore \frac{5}{x} = \frac{1}{20}, \frac{6}{y} = \frac{1}{20}, \frac{7}{z} = \frac{1}{20}$$

$$\therefore x = 100, \quad y = 120, \quad z = 140$$

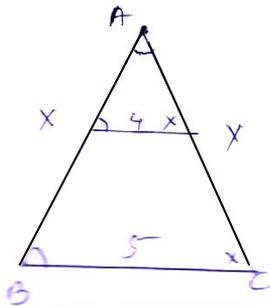
$$\therefore 100 : 120 : 140 = 5 : 6 : 7$$

$$\therefore 10 : 12 : 14 = 5 : 6 : 7$$

 $\therefore \triangle PQR$ आणि $\triangle ABC$ च्या बाजू प्रमाणात आहेत.

$$\therefore \triangle ABC \simeq \triangle PQR$$

3]

 $\triangle AXY$ आणि $\triangle ABC$ मध्ये

$$\angle A = \angle A \quad (\text{सामाईक कोन})$$

$$\angle AXY = \angle ABC \quad (\text{संगत कोन})$$

$$\angle AYX = \angle ACB \quad (\text{संगत कोन})$$

$$\Delta AXY \sim \Delta ABC \text{ (समकोन } \Delta \text{ समरूप)}$$

$$\frac{A(\Delta AXY)}{A(\Delta ABC)} = \frac{XY^2}{BC^2} = \frac{AX^2}{AB^2}$$

$$\begin{aligned} A(\Delta ABC) &= A(\Delta AXY) + A(\square BXYC) \\ &= 4 + 5 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{4}{9} &= \frac{AX^2}{AB^2} \\ \frac{2}{3} &= \frac{AX}{AB} \end{aligned}$$

$$\therefore AX : AB = 2 : 3$$

$$AX + BX = AB$$

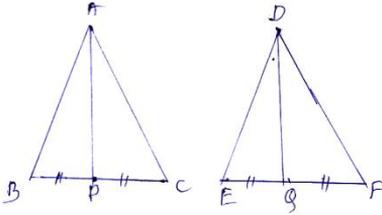
$$2 + BX = 3$$

$$BX = 3 - 2 = 1$$

$$\frac{AX}{BX} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore AX : BX = 2 : 1$$

4]



$$\Delta ABC \sim \Delta DEF \text{ (गृहित)}$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{2BP}{2EQ} \quad \left(\because BC = 2BD \right. \\ \left. EF = 2EQ \right)$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BP}{EQ}$$

$$\dots\dots\dots (1)$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BP}{EQ} = \frac{AP}{DQ}$$

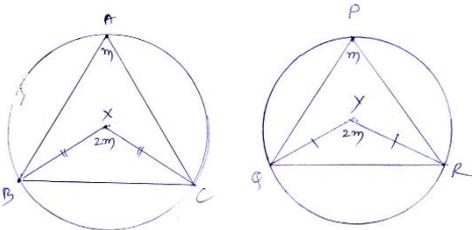
$$\frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta DEF)} = \frac{AB^2}{ED^2}$$

$$\dots\dots\dots (2)$$

$$\therefore \frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta DEF)} = \frac{AP^2}{DQ^2}$$

$$(\because 1 \text{ व } 2)$$

5] गृहित x आणि y हे ΔABC आणि ΔPQR चे परिमध्य आहेत.



$$\text{साध्य } \frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{XB^2}{YQ^2}$$

$$\text{सिध्दता } \frac{A(\Delta ABC)}{A(\Delta PQR)} = \frac{BC^2}{QR^2} \text{ (प्रमेय) } \dots\dots (1)$$

$$\Delta ABC \sim \Delta PQR \text{ (गृहित)}$$

ΔXBC आणि ΔYQR मध्ये

$$\angle x = \angle y = \frac{\angle A}{2} = \frac{\angle P}{2} = \frac{2m}{2} = m$$

$$XB : YQ = XC : YR = BC : QR$$

$$\therefore \triangle XBC \simeq \triangle YQR$$

$$\frac{BC}{QR} = \frac{XB}{YQ} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{A(\triangle ABC)}{A(\triangle DQR)} = \frac{XB^2}{YQ^2} \quad (\because 1 व 2)$$

$$6] \quad \frac{PX}{QX} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad 2PX = QX$$

$$\frac{PX}{PQ} = \frac{PY}{PR}$$

$$\frac{2}{6} = \frac{4}{PR}$$

$$PR = \frac{4 \times 6}{2}$$

$$PR = 12 \text{ cm}$$

$$7] \quad \frac{AP}{AB} = \frac{AR}{AD}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{4.5}{AD}$$

$$AD = 4.5^{1.5} \times \frac{5}{3}$$

$$AD = 7.5 \text{ cm}$$

8] $\triangle ABC$ आणि $\triangle AMP$ मध्ये

$$\angle ABC = \angle AMP = 90^\circ \quad (\text{गृहित})$$

$$\angle CAB = \angle MAP \quad (\text{सामाईक कोन})$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle AMP \quad (\text{को.को. कसोटी})$$

$$\therefore \frac{AB}{MA} = \frac{BC}{MP} = \frac{CA}{PA}$$

$$\therefore \frac{BC}{MP} = \frac{CA}{PA}$$

9] $\triangle ABC$ मध्ये

$$\angle B = \angle C$$

$$AC = AB \quad (\text{समान कोनासमोरील बाजू समान})$$

$$AE + EC = AD + DB$$

$$AE + CE = AD + BD$$

$$AE + \cancel{CE} = AD + \cancel{CE} \quad (\because BD=CE)$$

$$AE = AD$$

$$AD = AD \text{ व } BD = CE$$

$$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\Rightarrow DE \parallel BC \text{ (थेल्सचा व्यत्यास)}$$

10] ΔACB आणि ΔDBE मध्ये

$$\angle ACB = \angle DEB = 90^\circ \quad (\text{गृहित})$$

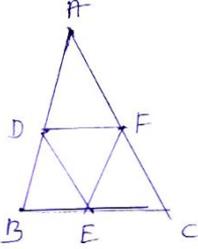
$$\angle BAC = \angle DBE \quad (\text{व्युत्क्रम कोन})$$

$$\therefore \Delta ACB \sim \Delta DBE \quad (\text{को.को. कसोटी})$$

$$\therefore \frac{BE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{BE}{DE} = \frac{AC}{BC}$$

11]



D, E, F हे अनुक्रमे AB, BC व AC चे मध्यबिंदू आहेत.

$$\therefore DE \parallel AC$$

$$\Rightarrow DE \parallel AD \dots\dots (1)$$

$$\text{त्याचप्रमाणे } DF \parallel BC \Rightarrow DF \parallel BE \dots\dots (2)$$

$$\therefore DBEF \text{ हा } \square^m \quad (\because 1 \text{ व } 2)$$

त्याचप्रमाणे ADEF हा ही \square^m

$$\left. \begin{array}{l} \angle A = \angle E \\ \angle B = \angle F \end{array} \right\} (\because \square^m \text{ चे संमुख कोन})$$

$$\therefore \Delta DEF \sim \Delta ABC \quad (\text{को.को. कसोटी})$$

$$\Rightarrow \frac{A(\Delta DEF)}{A(\Delta ABC)} = \frac{DE^2}{AC^2} = \frac{\left(\frac{1}{2}AC\right)^2}{AC^2} = \frac{\frac{1}{4}AC^2}{AC^2} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow A(\Delta DEF) = \frac{1}{4} A(\Delta ABC)$$

12] ΔABD मध्ये

$$\frac{AP}{AB} = \frac{AE}{AD} = \frac{PE}{BD} \dots\dots (1) \text{ (प्रमेय)}$$

 ΔADC मध्ये

$$\frac{AE}{AD} = \frac{AQ}{AC} = \frac{EQ}{DC} \dots\dots (1) \text{ (प्रमेय)}$$

(1) व (2) वरून

$$\frac{PE}{BD} = \frac{EQ}{DC}$$

$$\Rightarrow PE = EQ \quad (\because BD = DC)$$

13] ΔBMC आणि ΔEMD मध्ये

$$\angle BMC = \angle EMD \quad (\text{शिरोविरुद्ध कोन})$$

$$MC = MD \quad (M \text{ हा } CD \text{ चा मध्य)}$$

$$\angle MCB = \angle MDE \quad (\text{व्युत्क्रम कोन})$$

$$\therefore \Delta BMC \cong \Delta EMD \quad (\text{को.बा.को. कसोटी})$$

$$\Rightarrow BC = ED \quad (\text{संगत बाजू})$$

 ΔAEL आणि ΔCBL मध्ये

$$\angle ALE = \angle CLB \quad (\text{शिरोविरुद्ध कोन})$$

$$\angle EAL = \angle BCL \quad (\text{व्युत्क्रम कोन})$$

$$\therefore \Delta AEL \sim \Delta CBL \quad (\text{को.बा.को. कसोटी})$$

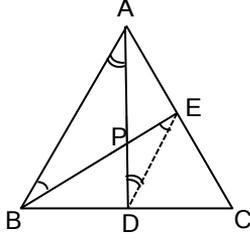
$$\Rightarrow \frac{EL}{BL} = \frac{AL}{CL}$$

$$\Rightarrow \frac{EL}{BL} = \frac{AE}{BC}$$

$$\frac{EL}{BL} = \frac{AD+DE}{BC} = \frac{BC+DE}{BC} = \frac{2BC}{BC} = [\because AD = BC \text{ and } DE = BC]$$

$$\Rightarrow EL = 2BL$$

14]

 ΔABC मध्ये

$$AE = EC \quad (\text{गृहित})$$

$$BD = DC \quad (\text{गृहित})$$

$$\Rightarrow DE = \frac{1}{2}AB \quad (\text{मध्य बिंदूचा प्रमेय})$$

 ΔAPB आणि ΔDPE मध्ये

$$\left. \begin{array}{l} \angle DEP = \angle ABP \\ \angle PDE = \angle BAP \end{array} \right\} \quad (\text{व्युत्क्रम कोन})$$

$$\therefore \Delta APB \sim \Delta DPE$$

$$\therefore \frac{DP}{AP} = \frac{EP}{BP} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$AB = 2 DE \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{DE}{2 DE} = \frac{DP}{AP} = \frac{EP}{BP} \quad (\because 1 \& 2)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{DP}{AP}$$

$$\Rightarrow \frac{AP}{DP} = \frac{2}{1}$$

$$\Rightarrow AP : DP = 2 : 1$$



11.1 पायथॅगोरस प्रमेय (Pythagoras Theroem)

CARD - 1

01] A) $AC^2 = AB^2 + BC^2$

02] A) $\angle P$ हा काटकोन

03] C) $\angle ACB = 90^\circ$

04] B) $\angle LNM = 45^\circ$

05] B) 8,6,10

06] A) 3cm

07] D) $x\sqrt{2}$

08] C) 100cm

09] C) $\frac{x}{2} \sqrt{3}$

10] C) 8cm

II. पुढील उदाहरणे सोडवा.

01] $QR^2 = PR^2 - PQ^2$ पायथॅगोरस प्रमेयानुसार

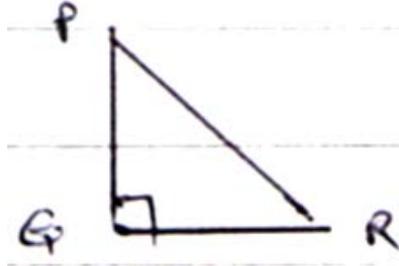
$$= 25^2 - 20^2$$

$$= 625 - 400$$

$$QR^2 = 225$$

$$QR = \sqrt{225}$$

$$QR = 15$$



02] a बाजू असणाऱ्या चौरसाचा कर्ण = $a\sqrt{2}$

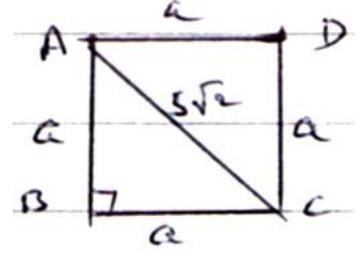
$$\therefore 5\sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 5 \text{ एकक}$$

आता चौरसाची परिमिती = $4a$

$$= 4 \times 5$$

$$= 20 \text{ एकक}$$



03] i) $\triangle ABC$ वरून

$$AB^2 = AC^2 - BC^2$$

$$= 13^2 - 5^2$$

$$= 169 - 25$$

$$AB^2 = 144$$

$$AB = \sqrt{144}$$

$$AB = 12$$

ii) $\therefore AB = DC = 12 \text{ cm}$ आयताच्या सम्मुख बाजू

आता $\triangle EDC$ मध्ये $EC^2 = DE^2 + DC^2$

$$= 6^2 + 12^2$$

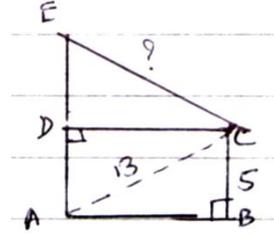
$$= 36 + 144$$

$$EC^2 = 180$$

$$EC = \sqrt{180}$$

$$= \sqrt{36 \times 5}$$

$$EC = 6\sqrt{5} \text{ cm}$$



04] एका काटकोन त्रिकोणात जर पाया 2 एकक व उंची 3 एकक असेल तर कर्णाची लांबी काढा.

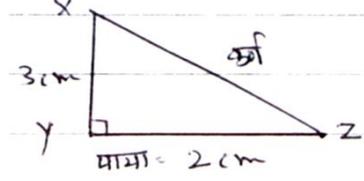
उत्तर : कर्ण $xz^2 = xy^2 + yz^2$ पायथॅगोरस प्रमेयानुसार

$$= 3^2 + 2^2$$

$$= 9 + 4$$

$$xz^2 = 13$$

$$xz = \sqrt{13} \text{ एकक}$$



5] कोणतीही 4 पायथॅगोरस त्रिके लिहा.

A		
3	4	5
6	8	10
9	12	15
12	16	20

B		
5	12	13
10	24	26
15	36	39
20	48	52

C		
7	24	25
14	48	50
21	72	72
28	96	100

D		
11	60	61
22	120	122
22	180	183

6] पायथॅगोरस प्रमेयाचे विधान लिहा.

उत्तर : 1) कोणत्याही काटकोन त्रिकोणामध्ये कर्णावरील चौरस हा इतर दोन बाजूवरील चौरसाच्या बेरजेएवढा असतो. किंवा

2) कोणत्याही काटकोन त्रिकोणात कर्णाचा वर्ग हा इतर दोन बाजूंच्या वर्गांच्या बेरजेएवढा असतो.

$$\Delta ABC \text{ मध्ये जर } \angle B = 90^\circ \text{ तर } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

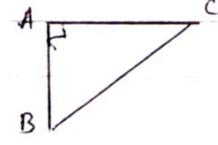
7] पायथॅगोरस प्रमेयाचा व्यत्यास लिहा.

उत्तर : जर कोणत्याही त्रिकोणात मोठ्या बाजूवरील चौरस हा इतर दोन बाजूवरील चौरसाच्या बेरजेइतका असेल

तर त्या दोन बाजूमधील कोन काटकोन असतो. जर ΔABC मध्ये $AC^2 = AB^2 + BC^2$ तर $\angle B = 90^\circ$ असते.

8] बाजूच्या काटकोन त्रिकोणासाठी पायथॅगोरस प्रमेयाचे विधान लिहा.

उत्तर : आकृतीवरून कर्ण $BC^2 = AB^2 + AC^2$



9] एका समद्विभुज काटकोन त्रिकोणात कर्णाची लांबी 100 एकक आहे. तर काटकोन करणाऱ्या समान बाजूंची लांबी काढा.

उत्तर : ΔPQR मध्ये $PQ = QR = x$ मानू, $\angle Q = 90^\circ$

व कर्ण $PR = 100$ एकक

\therefore पायथॅगोरस प्रमेयानुसार

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2$$

$$100 = x^2 + x^2$$

$$100 = 2x^2$$

$$\therefore x^2 = \frac{100}{2}$$

$$x^2 = 50$$

$$x = \sqrt{50}$$

$$x = \sqrt{25 \times 2}$$

समान बाजूंची लांबी $x = 5\sqrt{2}$ एकक

\therefore समान बाजूंची लांबी $x = 5\sqrt{2}$ एकक

10] एका त्रिकोणाची बाजू अनुक्रमे $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, व $\sqrt{5}$ एकक आहे. तर हा काटकोन त्रिकोण आहे का ?

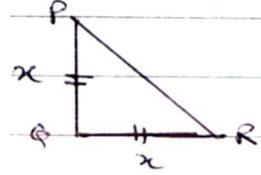
पडताळा.

उत्तर : $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ यामध्ये मोठी बाजू = $\sqrt{5}$ एकक

\therefore मोठ्या बाजूचा वर्ग = $(\sqrt{5})^2 = 5$

व इतर दोन बाजूंच्या वर्गाची बेरीज = $(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2$

$$= 2 + 3$$



$$= 5$$

$$\therefore (\sqrt{5})^2 = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2$$

\therefore पायथॅगोरस प्रमेयाच्या व्यत्यासानुसार $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ एकक बाजू असणारा त्रिकोण काटकोन त्रिकोण होतो.

11] आकृतीत $AO \perp BO$ असुन $AO = 6 \text{ cm}, BO = 8 \text{ cm}$ आहे. तर समभुज चौकोन $ABCD$ च्या

बाजू काढा.

उत्तर : ΔAOB मध्ये $\angle O = 90^\circ$

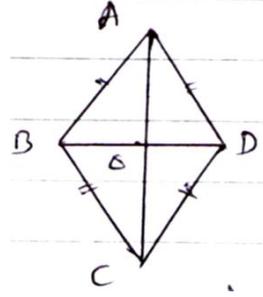
\therefore पायथॅगोरस प्रमेयानुसार

$$\begin{aligned} AB^2 &= AO^2 + OB^2 \\ &= 6^2 + 8^2 \\ &= 36 + 64 \\ &= 100 \end{aligned}$$

$$\therefore AB = \sqrt{100}$$

$$AB = 10 \text{ एकक}$$

\therefore समभुज चौकोनाची बाजू = 10 एकक



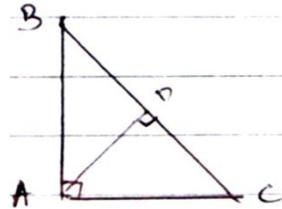
12] काटकोन त्रिकोणात सिध्द करा की काटकोन त्रिकोणाच्या कर्णाचा वर्ग हा इतर दोन बाजूंच्या वर्गाच्या

बेरजेएवढा असतो.

गृहित ΔABC मध्ये $\angle A = 90^\circ$

साध्य : कर्ण $(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$

रचना : $AD \perp BC$ काढा.



सिध्दता (i) ΔABC व ΔABD मध्ये

$$\angle A = \angle D = 90^\circ \quad \text{पक्ष व रचना}$$

$$\angle B = \angle B \quad \text{सामाईक}$$

$$\therefore \angle C = \angle A \quad \text{त्रिकोणाचा 3 रा कोन}$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DBA \quad \text{समकोन त्रिकोण समरूप असतात.}$$

$$\therefore \frac{AB}{DB} = \frac{BC}{BA} \quad \text{संगत बाजू प्रमाणात असतात.}$$

$$\therefore (AB)^2 = BC \times BD \dots \dots$$

आता (ii) $\triangle ABC$ व $\triangle ADC$ मध्ये

$$\angle A = \angle D = 90^\circ \quad \text{पक्ष व रचना}$$

$$\angle C = \angle C \quad \text{सामाईक}$$

$$\therefore \angle B = \angle A \quad \Delta \text{ नाचा 3 रा कोन}$$

$$\therefore \triangle ACB \sim \triangle DCA \quad \text{समकोन त्रिकोण समरूप असतात.}$$

$$\therefore \frac{AC}{DC} = \frac{CB}{CA}$$

$$\therefore AC^2 = BC \times CD$$

आता विधान (i) व (ii) यांचो बेरीज करा.

$$(AB)^2 + (AC)^2 = BC \times BD + BC \times CD$$

$$= BC (BD + CD)$$

$$= BC \times BC$$

$$(AB)^2 + (AC)^2 = BC^2$$

$$\therefore (BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$$

साध्य झाले.



11.2 पायथॅगोरस प्रमेय (Pythagoras Theroem)

CARD - 2

खालील उदाहरणे सोडवा.

- 1) 5 मीटर लांबीची शिडी एका भिंतीला जमीनीपासून 4 मीटर उंचीवर टेकवली आहे. तर शिडीचा पाया भिंतीपासून किती अंतरावर आहे ?

उत्तर : आकृतीवरून ΔABC मध्ये $\angle A = 90^\circ$

पायथॅगोरस प्रमेयानुसार

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

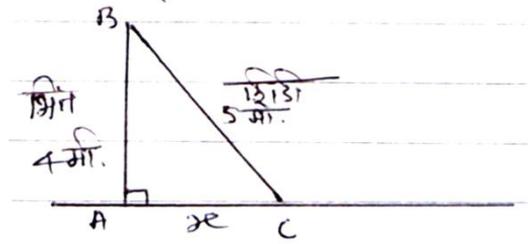
$$\therefore AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$= 5^2 - 4^2$$

$$= 25 - 16$$

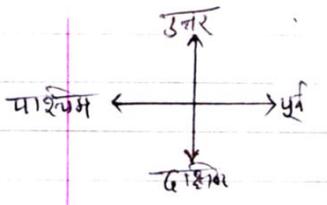
$$AC^2 = 9$$

$$AC = 3 \text{ मीटर}$$

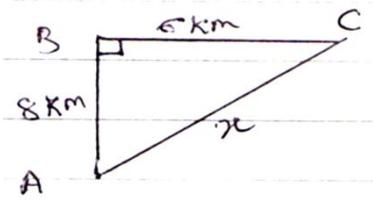


म्हणून शिडीचा पाया भिंतीपासून 3 मीटर अंतरावर आहे.

- 2) एक माणूस एका A बिंदूपासून 8 कि.मी. उत्तरेस जातो व B या ठिकाणी पोहचतो. B पासून पूर्वेस 6 कि.मी. जातो व C या ठिकाणी पोहचतो. तर A व C मधील कमीत कमी अंतर काढा.



उदाहरणातील माहितीनुसार आकृती



आकृतीवरून ΔABC मध्ये $\angle B = 90^\circ$

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$ पायथॅगोरस प्रमेयानुसार

$$= 8^2 + 6^2$$

$$= 64 + 36$$

$$AC^2 = 100$$

$$AC = \sqrt{100}$$

$$AC = 10 \text{ km}$$

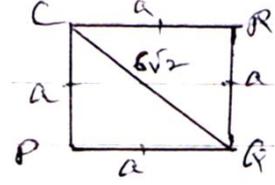
3) एका चौरसाचा कर्ण $6\sqrt{2}$ cm आहे. तर चौरसाची बाजू काढा.

उत्तर : 'a' एकक बाजू असणाऱ्या चौरसाचा कर्ण $a\sqrt{2}$ एक असतो.

$$\therefore a\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 6 \text{ एकक}$$

\therefore चौरसाची बाजू = 'a' = 6 एकक



4] एका चौरसाची परिमिती 30 सें.मी. आहे. तर कर्णाची लांबी काढा.

'a' एकक बाजू असणाऱ्या चौरसाची परिमिती = $4a$ एकक

$$\therefore 4a = 30$$

$$a = \frac{30}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{आता } a \text{ एकक बाजू असणाऱ्या चौरसाचा कर्ण} &= a\sqrt{2} \\ &= \frac{30}{4} \times \sqrt{2} \\ &= \frac{15}{2} \sqrt{2} \\ &= \frac{15 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} \\ &= \frac{15}{\sqrt{2}} \text{ एकक} \end{aligned}$$

5] समभुज चौकोन ABCD मध्ये जर कर्ण AC व BD ची लांबी अनुक्रमे $2\sqrt{2}$ व $2\sqrt{3}$ एकक आहेत. तर

AD काढा.

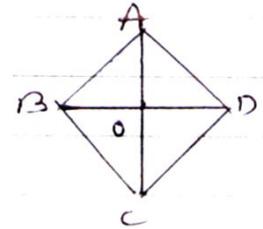
उत्तर : समभुज चौकोनाचे कर्ण परस्परांना काटकोनात दुभागतात.

$$\therefore \angle AOD = 90^\circ \text{ व } AO = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\text{आणि } DO = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

आता ΔAOD मध्ये पायथॅगोरस प्रमेयानुसार

$$\begin{aligned} AD^2 &= AO^2 + OD^2 \\ &= \sqrt{2}^2 + \sqrt{3}^2 \end{aligned}$$



$$= \sqrt{4} + \sqrt{9}$$

$$= 2 + 3$$

$$AD^2 = 5$$

$$AD = \sqrt{5} \text{ एकक}$$

6] एका समभुज त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ $\frac{8\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$ आहे. तर परिमिती काढा.

उत्तर : समभुज त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ = $\sqrt{\frac{3}{4}} a^2$ चौ. एकक

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{8\sqrt{3}}{4}$$

$$\therefore a^2 = 8$$

$$\therefore a = \sqrt{8}$$

$$\therefore a = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \text{परिमिती} = 3a$$

$$= 3 \times 2\sqrt{2}$$

$$= 6\sqrt{2} \text{ एकक}$$

7] ΔABC मध्ये $\angle C = 90^\circ$ आहे. $ABXY$ हा AB बाजूवर एक चौरस रचला आहे. जर $AB = 5\sqrt{2} \text{ cm}$

तर सिध्द करा चौरस $ABXY$ चे क्षेत्रफळ = 50 cm^2 आहे.

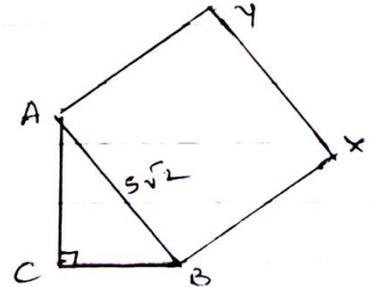
आकृतीत ΔABC मध्ये $\angle C = 90^\circ$, $AB = 5\sqrt{2}$

$\therefore AB$ बाजूवरील चौरस $ABXY$ चे क्षेत्रफळ = (बाजू)²

$$= (5\sqrt{2})^2$$

$$= 25 \times 2$$

$$= 50 \text{ cm}^2$$



8] ΔABC समभुज त्रिकोण आहे. $AD \perp BC$, $AD = 6\sqrt{3}$ सें.मी. तर सिध्द करा की त्रिकोणाची परिमिती 36 सें.मी. असते.

आकृतीत : ΔABC मध्ये $AB = BC = AC$

$$AD \perp BC \quad \text{व} \quad AD = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\therefore CD = BD = \frac{1}{2} BC$$

आता ΔADC मध्ये $\angle D = 90^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore AC^2 &= AD^2 + CD^2 \\ &= (6\sqrt{3})^2 + \left(\frac{1}{2}BC\right)^2 \end{aligned}$$

$$AC^2 = 36 \times 3 + \frac{BC^2}{4}$$

$$\therefore AC^2 - \frac{BC^2}{4} = 36 \times 3$$

$$\therefore AC^2 - \frac{AC^2}{4} = 108 \quad \parallel DC = AC$$

$$\therefore \frac{4AC^2 - AC^2}{4} = 108$$

$$\frac{3AC^2}{4} = 108$$

$$\therefore AC^2 = \frac{36}{3}$$

$$AC^2 = 144$$

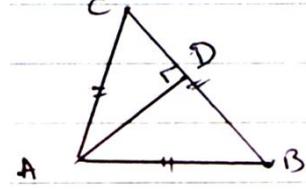
$$AC = \sqrt{144}$$

$$AC = 12 \text{ cm}$$

समभुज ΔABC ची परिमिती = $3 \times$ बाजू

$$= 3 \times 12$$

$$= 36 \text{ सें.मी.}$$



9] समभुज चौकोन $PQRS$ मध्ये कर्ण PR व SQ एकमेकांना 'O' बिंदूत छेदतात तर सिध्द करा.

$$PR^2 + SQ^2 = 4PQ^2$$

गृहित : समभुज चौकोन $PQRS$ मध्ये

$$PQ = QR = RS = SP$$

कर्ण PR व SQ परस्परांना 'O' बिंदूत काटकोनात दुभागतात.

$$OP = \frac{1}{2}PR$$

$$OQ = \frac{1}{2}SQ$$

$$\angle POQ = 90^\circ$$

साध्य : $PR^2 + SQ^2 = 4PQ^2$

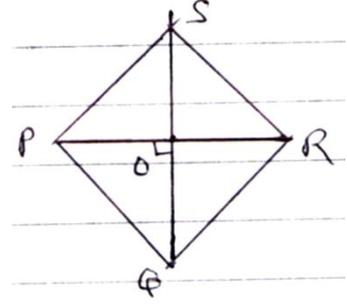
सिध्दता : ΔPOQ मध्ये $\angle O = 90^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore PQ^2 &= PO^2 + OQ^2 \\ &= \left[\frac{1}{2} (PR) \right]^2 + \left(\frac{1}{2} SQ \right)^2 \\ &= \frac{PR^2}{4} + \frac{SQ^2}{4} \end{aligned}$$

$$PQ^2 = \frac{PR^2 + SQ^2}{4}$$

$$\therefore 4PQ^2 = PR^2 + SQ^2$$

$$PR^2 + SQ^2 = 4PQ^2 \text{ साध्य झाले.}$$



10] O केंद्र असणाऱ्या वर्तुळाची त्रिज्या 25 सें.मी. आहे. जर वर्तुळमध्यातून जीवेवर काढलेल्या लंबाची लांबी 7 सें.मी. आहे. तर जीवेची लांबी काढा.

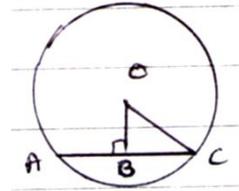
उत्तर : आकृतीत $OB \perp AC$, $\therefore OB$ हा AC ला दुभागतो.

$$\text{व त्रिज्या } OC = 25 \text{ cm}$$

$$\text{लंब } OB = 7 \text{ cm}$$

आता ΔOBC मध्ये $\angle OBC = 90^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore BC^2 &= OC^2 - OB^2 \\ &= 25^2 - 7^2 \end{aligned}$$



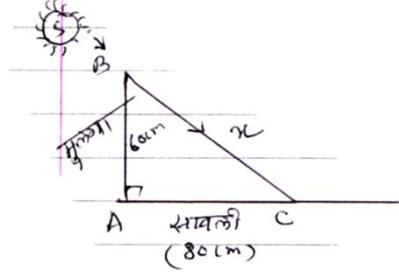
$$\begin{aligned}
 &= 625 - 49 \\
 BC^2 &= 576 \\
 \therefore BC &= \sqrt{576} \\
 BC &= \sqrt{24^2} \\
 BC &= 24 \text{ cm} \\
 \therefore \text{ज्या } AC &= 2 BC \\
 &= 2 \times 24 \\
 &= 48 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

11] 60 सें.मी. उंची असणारा एक मुलगा प्रकाश झोतासमोर उभा आहे. त्याची सावली 80 सें.मी. पडत असेल तर त्याच्या डोक्याचे टोक व दूरवर असणारे सावलीचे टोक यातील अंतर किती ?

उत्तर : समजा AB मुलगा S प्रकाशझोतासमोर उभा आहे. त्याची AC ही सावली पडते.

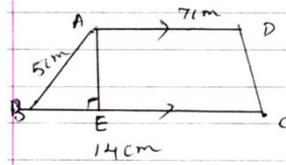
आता आकृतोवरून ΔABC मध्ये $\angle A = 90^\circ$

$$\begin{aligned}
 \therefore BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\
 &= 60^2 + 80^2 \\
 &= 3600 + 6400 \\
 BC^2 &= 10000 \text{ cm}^2 \\
 BC &= \sqrt{10000} \\
 BC &= 100 \text{ cm}
 \end{aligned}$$



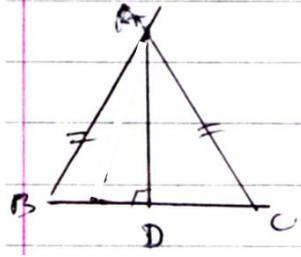
\therefore मुलाचे डोके व सावलीचे टोक यातील अंतर = 100 से.मी.

12] समलंब चौकान $ABCD$ मध्ये जर $AB = 5 \text{ cm}$, $BC = 14 \text{ cm}$ आणि $AD = 7 \text{ cm}$ तर AC ची लांबी काढा.



13] समद्विभुज ΔABC मध्ये $AB = AC$ व $AD \perp BC$ तर सिध्द करा $AB^2 = 2AC^2$

गृहित ΔABC मध्ये $AB = AC$ व $AD \perp BC$



14] एका ΔABC मध्ये $AD \perp BC$ तर सिध्द करा

$$AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$$

गृहित ΔABC मध्ये $AD \perp BC$

$$\text{साध्य } AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$$

सिध्दता ΔABD मध्ये $\angle D = 90^\circ$

$$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2$$

$$\therefore AD^2 = AB^2 - BD^2 \quad (1)$$

आणि ΔACD मध्ये $\angle D = 90^\circ$

$$\therefore AC^2 = AD^2 + CD^2$$

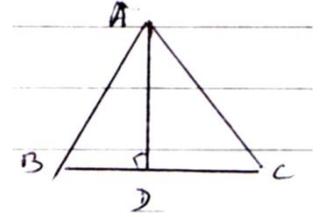
$$\therefore AD^2 = AC^2 - CD^2 \quad (2)$$

(1) व (2) वरून

$$AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$$

$$AB^2 + CD^2 = AC^2 + BD^2$$

साध्य



11.3 पायथॅगोरस प्रमेय (Pythagoras Theroem)

CARD - 3

खालील प्रश्न सोडवा.

1] जर x, y, z हे पायथॅगोरसचे त्रिके आहे तर सिध्द करा. kx, ky, kz हे सुध्द पायथॅगोरस त्रिके असते.समजा x, y, z या त्रिकेमध्ये y हे सर्वात मोठे आहे.

$$\therefore y^2 = x^2 + z^2$$

आता kx, ky व kz यामध्ये ही ky हे सर्वात मोठे आहे.

$$\therefore (ky)^2 = k^2 y^2 \quad (1) \text{ व}$$

$$\begin{aligned} (kx)^2 + (kz)^2 &= k^2 x^2 + k^2 z^2 \\ &= k^2 (x^2 + z^2) \\ &= k^2 \times y^2 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\therefore (ky)^2 = (kx)^2 + (kz)^2 \quad (1) \text{ व } (2) \text{ वरून}$$

 $\therefore kx, ky$ व kz हे पायथॅगोरसचे त्रिके आहे.

2] एका समबिभुज त्रिकोणात दोन समान बाजूंची लांबी 20 सें.मी. आहे. शिरोबिंदूतून पायावर काढलेल्या लंबाची लांबी 8 से.मी. आहे. तर त्रिकोणाचा पाया शोधा.

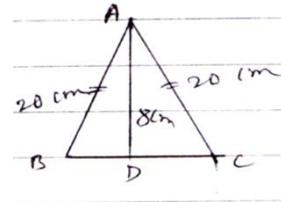
 ΔABC मध्ये $AB = AC = 20 \text{ cm}$
 $AD \perp BC$ व $AD = 8 \text{ cm}$
 $\therefore \Delta ADB$ मध्ये $\angle D = 90^\circ$

$$\therefore BD^2 = AB^2 - AD^2$$

$$= 20^2 - 8^2$$

$$= 400 - 64$$

$$BD^2 = 336$$



$$BD = \sqrt{336}$$

$$\begin{aligned} \therefore BC &= 2BD \\ &= 2 \times \sqrt{336} \\ &= 2 \times \sqrt{16 \times 21} \\ &= 2 \times 4\sqrt{21} \\ &= 8\sqrt{21} \end{aligned}$$

3] एका वर्तुळात 18 सें.मी. लांबीची जीवा वर्तुळमध्यापासून 12 सें.मी. अंतरावर आहे. तर वर्तुळाचा व्यास काढा.

आकृतीत : $AC = 18\text{cm}$, $OB \perp AC$,

$$OB = 12\text{ cm}$$

$$\therefore AB = BC = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 18 = 9\text{ cm}$$

आता $\triangle OBC$ मध्ये $\angle B = 90^\circ$

$$\begin{aligned} OC^2 &= OB^2 + BC^2 \\ &= 12^2 + 9^2 \\ &= 144 + 81 \end{aligned}$$

$$OC^2 = 225$$

$$OC = \sqrt{225}$$

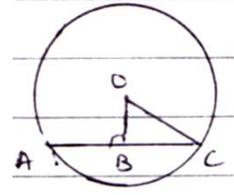
$$OC = 15\text{ cm}$$

$$\therefore \text{व्यास} = 2 \times \text{त्रिज्या}$$

$$= 2 \times OC$$

$$= 2 \times 15$$

$$\text{व्यास} = 30\text{ cm}$$



4] आकृतीत लहान व मोठ्या वर्तुळाच्या त्रिज्या 5 व 13 सें.मी. आहेत. तर मोठ्या वर्तुळाची BC जीवाची लांबी काढा.

उत्तर : आकृतीत $OA = 5\text{cm}$ $OB = 13\text{cm}$

$$\Delta DAB \text{ मध्ये } \angle A = 90^\circ$$

$$\therefore OB^2 = OA^2 + AB^2$$

$$\therefore AB^2 = OB^2 - OA^2$$

$$= 13^2 - 5^2$$

$$= 169 - 25$$

$$AB^2 = 144$$

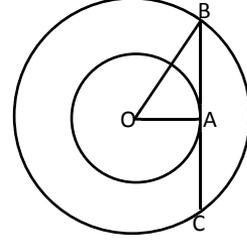
$$AB = \sqrt{144}$$

$$AB = 12\text{ cm}$$

$$\therefore \text{जीवा } BC = AB + AC$$

$$= 12 + 12$$

$$= 24\text{ cm}$$



5] 20 मी. उंचीची एक शिडी भिंतीला टेकवली आहे. शिडीचे वरचे टोक जमीनीपासून 15 मी. उंचीवर भिंतीला टेकते. आता तीच शिडी तिचे पाय स्थिर ठेवून विरुद्ध बाजूच्या भिंतीला टेकविल्यास शिडीचे वरचे टोक 15 मी. उंचीच्या भिंतीला टेकते. तर दोन्ही भिंतीतील अंतर काढा.

आकृतीवरून

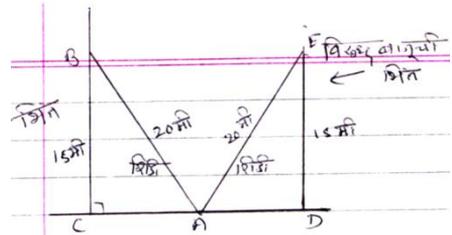
$$\Delta BCA \text{ मध्ये } \angle C = 90^\circ$$

$$\therefore AC^2 = AB^2 - CB^2$$

$$= 20^2 - 15^2$$

$$= 400 - 225$$

$$AC^2 = 175$$



$$AC = \sqrt{175}$$

$$= \sqrt{25 \times 7}$$

$$AC = 5\sqrt{7}$$

त्याचप्रमाणे ΔADE वरून

$$AD^2 = AE^2 - DE^2$$

$$= 20^2 - 15^2$$

$$= 400 - 225$$

$$AD^2 = 175$$

$$AD = 5\sqrt{7}$$

$$\therefore \text{दोन भिंतीतील अंतर } CD = CA + AD$$

$$= 5\sqrt{7} + 5\sqrt{7}$$

$$CD = 10\sqrt{7} \text{ मीटर}$$

6] 'a' एकक बाजू असणाऱ्या समभूज त्रिकोणाचे क्षेत्रफळ $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ चो. एकक असते सिध्द करा.

गृहित : ΔABC हा समभुज त्रिकोण आहे.

$$AB = BC = AC = a \text{ एकक}$$

$$\text{साध्य : क्षेत्रफळ } \Delta ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

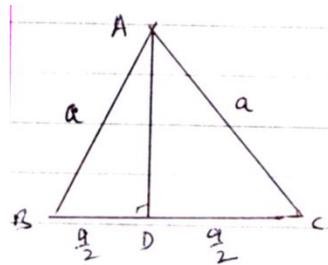
रचना : $AD \perp BC$ काढा.

सिध्दता : ΔADB मध्ये $\angle D = 90^\circ$

$$\therefore AD^2 = AB^2 - BD^2$$

$$= a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\text{पण } BD = CD = \frac{1}{2} BC$$



$$= \frac{a}{2}$$

$$AD^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$= \frac{4a^2 - a^2}{4}$$

$$AD^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$\therefore AD = \frac{\sqrt{3}}{2} a \text{ एकक}$$

$$\Delta ABC \text{ चे क्षेत्रफळ} = \frac{1}{2} \text{ पाया} \times \text{उंची}$$

$$= \frac{1}{2} \times BC \times AD$$

$$= \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

7] ΔABC मध्ये $AD \perp CD = 3:1$ तर सिध्द करा.

$$BC^2 = 2 [AB^2 - AC^2]$$

गृहित : ΔABC मध्ये $AB \perp BC$

$$DB : CD = 3:1$$

$$\text{साध्य : } BC^2 = 2 [AB^2 - AC^2]$$

सिध्दता : ΔABD मध्ये $\angle D = 90^\circ$ || पायथॅगोरस प्रमेयानुसार

$$\therefore AB^2 = AD^2 + BD^2 \quad (1)$$

$$\Delta ABD \text{ मध्ये } \angle D = 90^\circ \parallel$$

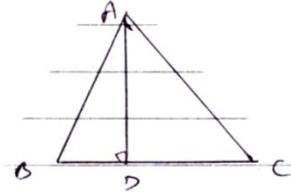
$$\therefore AC^2 = AD^2 + CD^2 \quad (2)$$

विधान (1) मधून (2) वजा करा.

$$AB^2 = AC^2 = AD^2 + BD^2 - (AD^2 + CD^2)$$

$$= \cancel{AD^2} + BD^2 - \cancel{AD^2} - CD^2$$

$$= BD^2 - CD^2$$



$$\left| \frac{BD}{CD} = \frac{3}{1} \right.$$

$$= (3CD)^2 - CD^2 \quad \therefore BD = 3CD$$

$$= 9CD^2 - CD^2$$

$$AB^2 - AC^2 = 8CD^2$$

दोन्ही बाजूस 2 ने गुणा

$$2(AB^2 - AC^2) = 16CD^2$$

$$= (4CD)^2$$

$$2(AB^2 - AC^2) = (BC)^2 \text{ पण } BC = BD + CD$$

$$= 3CD + CD$$

$$BC = 4CD$$

8] काटकोन त्रिकोणाचा कर्ण हा लहान बाजूपेक्षा 4 मी. ने जास्त असेल आणि तिसरी बाजू लहान बाजूपेक्षा 2 मी. ने जास्त असेल तर त्रिकोणाच्या बाजू काढा.

उत्तर : त्रिकोणाची लहान बाजू $BC = xm$ मानू

\therefore उदाहरणातील माहितीनुसार कर्ण $= AC = (x + 4)m$ व $AB = (x + 2)m$ असेल.

$$\therefore \Delta ABC \text{ मध्ये } \angle B = 90^\circ$$

$$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$(x + 4)^2 = (x + 2)^2 + x^2$$

$$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 4x + 4 + x^2$$

$$\therefore 2x^2 + 4x + 4 - x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$\therefore x^2 - 6x + 2x - 12 = 0$$

$$x(x - 6) + 2(x - 6) = 0$$

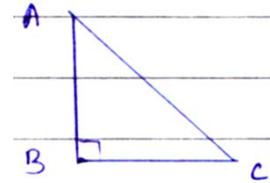
$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x - 6 = 0 \quad \text{OR} \quad x + 2 = 0$$

$$\therefore x = 6 \quad \text{OR} \quad x = -2$$

बाजू ऋण असत नाही.

$$\therefore x = 6$$



∴ त्रिकोणाच्या 1) लहान बाजू = $x = 6 \text{ cm}$.

2) कर्ण = $x + 4 = 10 \text{ cm}$.

3) तिसरी बाजू $x + 2 = 8 \text{ cm}$

9] ΔABC मध्ये $AC \perp BD$ तर सिध्द करा. $AB^2 - BC^2 = AD^2 - CD^2$

आकृतीत ΔABC मध्ये $AC \perp BD$

∴ त्रिकोण ACB मध्ये $\angle C = 90^\circ$

$$\therefore AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$\therefore AC^2 = AB^2 - BC^2 \quad \text{---(1)}$$

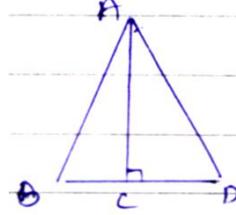
आणि ΔABC मध्ये $\angle C = 90^\circ$

$$\therefore AD^2 = AC^2 + CD^2 \quad \text{---(2)}$$

विधान (1) व (2) वरून

$$AB^2 - BC^2 = AD^2 - CD^2$$

साध्य



10] एका खांबाची उंची 15 मी. असून त्याच्या सावलीची लांबी 36 मी आहे. तर खांबाचे वरचे टोक व सावलीच टोक यातील अंतर काढा.

उत्तर :

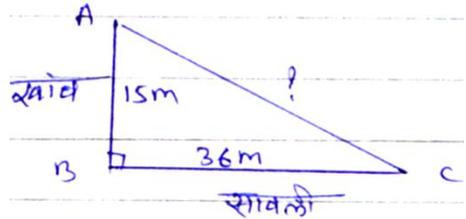
आकृतीवरून

ΔABC मध्ये $\angle B = 90^\circ$

$$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= 15^2 + 36^2$$

$$= 225 + 1296$$



$$AC^2 = 1521$$

$$AC = \sqrt{1521}$$

$$AC = \sqrt{39^2}$$

$$AC = 39 \text{ m}$$

∴ खांबाचे वरचे टोक व सावलीचे टोक यातील अंतर = 39 मी.

11] ABC या काटकोन त्रिकोणात तिन्ही बाजूवर चौरस रचले आहेत. जर दोन चौरसांचे क्षेत्रफळ अनुक्रमे 25cm^2 व 9cm^2 असेल तर तिसऱ्या चौरसाचे क्षेत्रफळ काढा.

पायथॅगोरस प्रमेयानुसार काटकोन त्रिकोणात कर्णावरील चौरस हा इतर दोन बाजूवरील चौरसांच्या बेरजेइतका असतो. अथवा दोन बाजूवरील चौरसांची बेरीज ही मोठ्या बाजूवरील चौरसा इतकी असते.

अथवा

दोन बाजूवरील चौरसातील फरक हा तिसऱ्या लहान बाजूवरील चौरसा इतकी असते.

ΔABC मध्ये $\angle B = 90^\circ$ असेल तर

$$c^2 = a^2 + b^2$$

समजा $a^2 = 25$, $b^2 = 9$, $c^2 = ?$

$$c^2 = 25 + 9$$

$$c^2 = 34$$

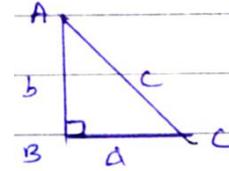
किंवा $a^2 = c^2 - b^2$

समजा $b^2 = 9$, $c^2 = 25$, $a^2 = ?$

$$\therefore a^2 = 25 - 9$$

$$a^2 = 16$$

म्हणून तिसऱ्या बाजूवरील चौरसाचे क्षेत्रफळ 34 स्क्वे.मी. किंवा 16 चौ.सें.मी. असेल.



12] ΔABC मध्ये $\angle A = 90^\circ$, $AD \perp BC$ तर सिध्द करा $AD^2 = BD \times CD$

गृहित ΔABC मध्ये $\angle A = 90^\circ$,

$$AD \perp BC$$

साध्य : $AD^2 = BD \times CD$

सिध्दता : ΔADB व ΔADC मध्ये

$$\angle D = \angle D = 90$$

$$\angle BAD = \angle ACD \quad || \{90 - \angle B\}$$

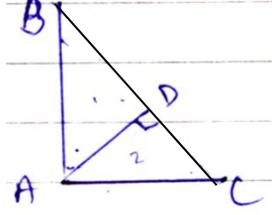
$$\angle ABD = \angle DAC \quad || \text{3 रा कोन}$$

$$\therefore \Delta DAB \sim \Delta DCA$$

$$\therefore \frac{DA}{DC} = \frac{DB}{DA}$$

$$\therefore DA^2 = DB \times DC$$

$$\therefore AD^2 = DB \times DC$$



13] एका त्रिकोणाचे कोन 1:2:3 गुणोत्तरात आहेत तर त्या त्रिकोणाचा प्रकार कोणता ?

ΔABC चे प्रकार 1:2:3 या गुणोत्तरात आहेत. असे मानु

\therefore जर $\angle A = 1x$ असेल तर $\angle B = 2x$ व $\angle C = 3x$ असतो.

$$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180$$

$$x + 2x + 3x = 180$$

$$6x = 180$$

$$x = \frac{180}{6}$$

$$x = 30^\circ$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ, \angle B = 60^\circ \text{ व } \angle C = 90^\circ$$

$\therefore \Delta ABC$ हा काटकोन त्रिकोण आहे.



12.1 त्रिकोणमिती (Trigonometry)

CARD - 1

बहुपर्यायी प्रश्न

- 1] b) 180
 2] b) स्थिर
 3] a) $\frac{12}{5}$
 4] $= \frac{5}{3}$
 5] $= \frac{5}{4}$
 6] $= \frac{4}{3}$
 7] $= \frac{3}{4}$
 8] $= \frac{8}{17}$
 9] $= \frac{15}{17}$
 10] $\sin A = \frac{3}{5}$ व $\cos A = \frac{4}{5}$
 11] c) $\sin 0^\circ$, $\cos 90^\circ$, $\tan 0^\circ$
 12] a) $\sin 90^\circ$, $\cos 0^\circ$, $\tan 45^\circ$
 13] d) $\operatorname{cosec} 0$, $\cot 0$, $\sec 90$
 14] d) 0
 15] b) 45°
 16] a) 30°
 17] c) $\tan^2 A$
 18] b) 1
 19] b) 1
 20] a) 0
 21] c) $\cos 65^\circ + \sin 15^\circ$
 22] b) उच्च पातळीतील कोन
 23] c) निच्य पातळीतील कोन

दोन गुणांचे प्रश्न

1]

$$3 \tan \theta = 1$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore AB = 1 \text{ व } AC = 3$$

$$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$= 1^2 + 3^2$$

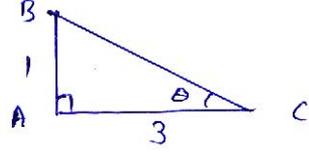
$$= 1 + 9$$

$$BC^2 = 10$$

$$\therefore BC = \sqrt{10}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\text{व } \cos \theta = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$



2]

$$\therefore 2 \sin \theta = \sqrt{3}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore AB = \sqrt{3} \text{ व } BC = 2$$

$$\therefore AC^2 = BC^2 - AB^2$$

$$= 2^2 - (\sqrt{3})^2$$

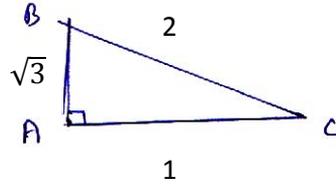
$$= 4 - 3$$

$$AC^2 = 1$$

$$\boxed{AC = 1}$$

$$\therefore (1) \cos \theta = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$(2) \tan \theta = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$



$$\begin{aligned}
 3] \quad L.H.S. &= \sin 35^\circ \sin 55^\circ - \cos 35^\circ \cos 55^\circ \\
 &= \cos[90^\circ - 35^\circ] \cos[90^\circ - 55^\circ] - \cos 35^\circ \cos 55^\circ \\
 &= \cos 55^\circ \cos 35^\circ - \cos 35^\circ \cos 55^\circ \\
 &= 0 \\
 &= R.H.S.
 \end{aligned}$$

किंमती घाला.

$$\begin{aligned}
 \sin 35^\circ &= \cos(90^\circ - 35^\circ) \\
 \sin 55^\circ &= \cos(90^\circ - 55^\circ)
 \end{aligned}$$

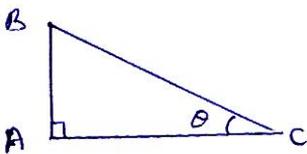
4] $\therefore \tan A = \cot(90^\circ - A)$ चा उपयोग करू.

$$\begin{aligned}
 L.H.S. &= \tan 10^\circ \tan 15^\circ \tan 75^\circ \tan 80^\circ \\
 &= \cot(90^\circ - 10^\circ) \cot(90^\circ - 15^\circ) \tan 75^\circ \tan 80^\circ \\
 &= \cot 80^\circ \cot 75^\circ \tan 75^\circ \tan 80^\circ \\
 &= \frac{1}{\tan 80} \times \frac{1}{\tan 75} \times \frac{\tan 75}{1} \times \frac{\tan 80}{1} \\
 &= 1 \\
 &= RHS
 \end{aligned}$$

5] $\therefore \sec A = \operatorname{cosec}(90 - A)$ चा उपयोग करू.

$$\begin{aligned}
 \therefore \sec 4A &= \operatorname{cosec}(A - 20) \\
 \therefore \operatorname{cosec}(90 - 4A) &= \operatorname{cosec}(A - 20) \\
 \therefore 90 - 4A &= A - 20 \\
 \therefore 90 + 20 &= A + 4A \\
 \therefore 110 &= 5A \\
 \therefore A &= \frac{110}{5} \\
 A &= 22^\circ
 \end{aligned}$$

6] आकृतीवरून



$$\begin{aligned}
 \sin \theta &= \frac{AB}{BC} \quad \text{व} \quad \cos \theta = \frac{AC}{BC} \\
 \therefore \sin^2 \theta + \cos^2 \theta &= \frac{AB^2}{BC^2} + \frac{AC^2}{BC^2} \\
 &= \frac{AB^2 + AC^2}{BC^2} \\
 &= \frac{BC^2}{BC^2} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$7] L.H.S. = 1 + \cot^2 A$$

$$= 1 + \frac{\cos^2 A}{\sin^2 A}$$

$$= \frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin^2 A}$$

$$= \frac{1}{\sin^2 A}$$

$$= \operatorname{cosec}^2 A$$

$$= \text{RHS}$$

$$|| \sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$8] L.H.S. = 1 + \tan^2 A$$

$$= 1 + \frac{\sin^2 A}{\cos^2 A}$$

$$= \frac{\cos^2 A + \sin^2 A}{\cos^2 A}$$

$$= \frac{1}{\cos^2 A}$$

$$= \sec^2 A$$

$$= \text{RHS}$$

$$|| \sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$9] L.H.S. = \cos \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta$$

$$= \cos \theta \cdot \frac{1}{\sin \theta}$$

$$= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \quad || \operatorname{cosec} \theta = \frac{1}{\sin \theta}$$

$$= \cot \theta$$

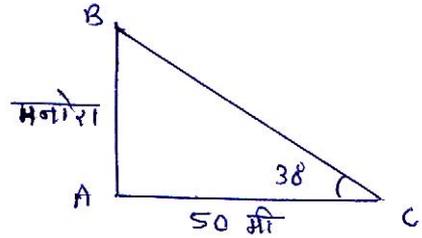
$$= \text{RHS}$$

$$10] \text{ आकृतीवरून } \tan 30^\circ = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{50}$$

$$\therefore AB = \frac{50}{\sqrt{3}} \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{मनोऱ्याची उंची} = \frac{50}{\sqrt{3}} \text{ मीटर}$$



$$11] \cos x = \cos 60^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 60^\circ \cdot \sin 30^\circ$$

किंमती घाला.

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \sin 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\cos 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ पण } \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \cos x = \cos 30^\circ$$

$$\therefore x = 30^\circ$$

$$12] \text{ LHS} = (1 + \tan^2 \theta) \cdot \cos^2 \theta$$

किंमत घाला.

$$= \sec^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$$

$$(1 + \tan^2 \theta) = \sec^2 \theta$$

$$= \frac{1}{\cos^2 \theta} \times \cos^2 \theta$$

$$= 1$$

$$= \text{RHS}$$

$$13] \text{ LHS} = 4 \sin 2B \cdot \cos 4B \cdot \sin 6B$$

$$= 4 \sin(2 \times 15) \cdot \cos(4 \times 15) \cdot \sin(6 \times 15)$$

$$= 4 \cos 30 \cdot \cos 60 \cdot \sin 90$$

$$= 4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 1$$

$$= \frac{4}{4}$$

$$= 1$$

$$= \text{RHS}$$

14]

$$\cot \theta = \frac{20}{21}$$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{20}{21}$$

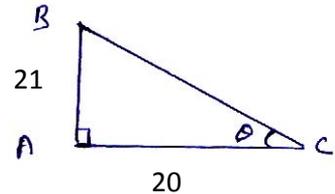
$$\therefore AC = 20 \text{ व } AB = 21$$

$$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$= 21^2 + 20^2$$

$$= 441 + 400$$

$$BC^2 = 841$$



$$BC = \sqrt{841}$$

$$BC = \sqrt{29^2}$$

$$\boxed{BC = 29}$$

$$\therefore \text{(i) } \cos \theta = \frac{AC}{BC} = \frac{20}{29}$$

$$\text{(ii) } \operatorname{cosec} \theta = \frac{BC}{AB} = \frac{29}{21}$$

$$15] \quad \therefore 5 \cos \theta - 4 = 0$$

$$\therefore \operatorname{cosec} \theta = 4$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore AC = 4 \quad \text{व} \quad BC = 5$$

$$\therefore AB^2 = BC^2 - AC^2$$

$$= 5^2 - 4^2$$

$$= 25 - 16$$

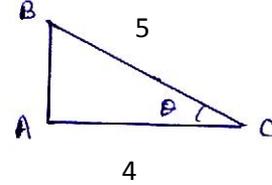
$$AB^2 = 9$$

$$\boxed{AB = 3}$$

$$\therefore \sin \theta + \cos \theta = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}$$

$$= \frac{3+4}{5}$$

$$= \frac{7}{5}$$



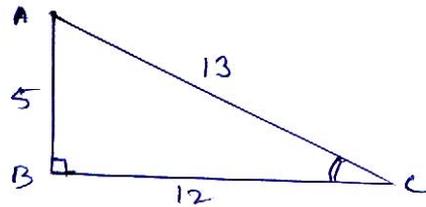
$$16] \quad \text{LHS} = \frac{\sqrt{3} \cdot \cos \theta - \sin \theta}{2}$$

17] आकृतीवरून C कोनाकरीता त्रिकोणामितीय गुणोत्तरे

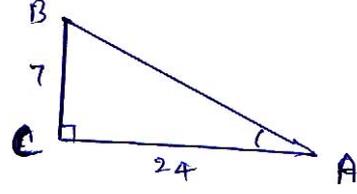
$$(1) \sin C = \frac{5}{13} \quad \text{व} \quad \operatorname{cosec} C = \frac{13}{5}$$

$$(2) \cos C = \frac{12}{13} \quad \text{व} \quad \sec C = \frac{13}{12}$$

$$(3) \tan C = \frac{5}{12} \quad \text{व} \quad \cot C = \frac{12}{5}$$



$$\begin{aligned}
 18] \quad & \therefore \tan A = \frac{7}{24} \\
 & \therefore \frac{BC}{AC} = \frac{7}{24} \\
 & \therefore BC = 7 \text{ व } AC = 24 \\
 & \therefore AB^2 = BC^2 + AC^2 \\
 & \quad = 7^2 + 24^2 \\
 & \quad = 49 + 576 \\
 & AB^2 = 625 \\
 & \boxed{AB = 25}
 \end{aligned}$$



$\therefore A$ कोनासाठी त्रिकोणामितीय गुणोत्तरे

$$\begin{aligned}
 (1) \sin A &= \frac{7}{25} \text{ व } \operatorname{cosec} A = \frac{25}{7} \\
 (2) \cos A &= \frac{24}{25} \text{ व } \sec A = \frac{25}{24} \\
 (3) \tan A &= \frac{7}{24} \text{ व } \cot A = \frac{24}{7}
 \end{aligned}$$

$$19] \quad \text{LHS} = 4\cos^2 \theta - 3\cos \theta$$

$$\begin{aligned}
 20] \quad & (\sin \theta + \cos \theta)^2 + (\sin \theta - \cos \theta)^2 \\
 & = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2\sin \theta \cdot \cos \theta + \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2\sin \theta \cos \theta \\
 & = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \sin^2 \theta + \cos^2 \theta \\
 & = 1 + 1 \\
 & = 2
 \end{aligned}$$

$$21] \quad \text{LHS} = \cos(A + B) = \cos(60 + 30)$$

$$= \cos 90$$

$$\text{LHS} = 0$$

$$\text{आता RHS} = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$$

$$= \cos 60 \cdot \cos 30 - \sin 60 \cdot \sin 30$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{RHS} = 0$$

$$\therefore \cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$$

$$\therefore \text{LHS} = \text{RHS}$$

$$DE = \frac{50}{\sqrt{9}}$$

$$DE = \frac{50}{3}$$

$$\therefore CD = CE + ED$$

$$= 50 + \frac{50}{3}$$

$$= 50 + 16.6$$

$$= 66.6 \text{ मीटर}$$

7] आकृतीवरून $\triangle BEC$ मध्ये $\angle E = 90^\circ$

$$\therefore \tan B = \frac{EC}{BE}$$

$$\therefore \tan 30 = \frac{16}{BE}$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{16}{BE}$$

$$\therefore BE = 16\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

आता $\triangle DBE$ मध्ये $\angle E = 90^\circ$

$$\therefore \tan B = \frac{DE}{BE}$$

$$\therefore \tan 60 = \frac{DE}{16\sqrt{3}}$$

$$\therefore \sqrt{3} = \frac{DE}{16\sqrt{3}}$$

$$\therefore DE = 16\sqrt{3} \times \sqrt{3} \text{ मीटर}$$

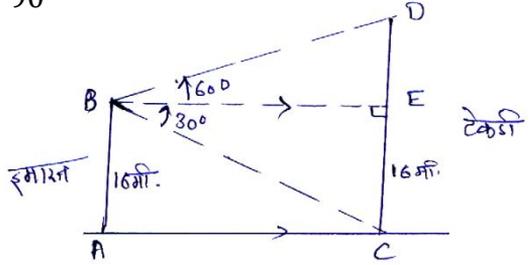
$$= 16 \times 3$$

$$= 48 \text{ मीटर}$$

$$\therefore \text{टेकडाची उंची} = CD = CE + DE$$

$$= 16 + 48$$

$$CD = 64 \text{ मीटर}$$



12.2 त्रिकोणमिती (Trigonometry)

CARD - 2

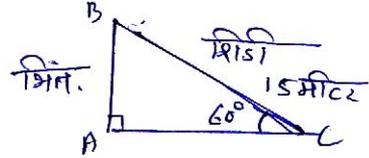
I] बहुपर्यायी प्रश्न

- 1] b) 450
- 2] a) 30°
- 3] d) 45°
- 4] c) 60°
- 5] c) ND
- 6] d) 1
- 7] a) 0
- 8] c) तीनही पर्याय
- 9] a) 1

II] दोन गुणांचे प्रश्न

1] आकृतीवरून ΔABC मध्ये $\angle A = 90^\circ$

$$\begin{aligned} \therefore \sin 60 &= \frac{AB}{BC} \\ \therefore AB &= \sin 60 \times BC \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 15 \\ AB &= \frac{15\sqrt{3}}{2} \text{ मीटर} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 2] \quad L.H.S. &= \sin^2 \frac{\pi}{6} + \cos^2 \frac{\pi}{3} - \tan^2 \frac{\pi}{4} \\ &= \sin^2 \left(\frac{180}{6} \right) + \cos^2 \left(\frac{180}{3} \right) - \tan^2 \left(\frac{180}{4} \right) \\ &= \sin^2 30 + \cos^2 60 - \tan^2 45 \\ &= \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{1}{2} \right)^2 - (1)^2 \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 1 \\ &= \frac{2^1}{4} - 1 \\ &= \frac{1}{2} - 1 \\ &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3] \quad & \therefore \sqrt{3} \tan x = 3 \\
 & \therefore \tan x = \frac{3}{\sqrt{3}} \\
 & \therefore \tan x = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}^1}{\sqrt{3}} \\
 & \tan x = \sqrt{3} \text{ पण } \tan 60 = \sqrt{3} \\
 & \tan x = \tan 60 \\
 & \therefore x = 60^\circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4] \quad & \therefore \tan \theta + \cot \theta = 2 \\
 & \therefore \tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = 2 \\
 & \therefore \frac{\tan^2 \theta + 1}{\tan \theta} = 2 \\
 & \therefore \frac{\sec^2 \theta}{\tan \theta} = 2 \\
 & \therefore \frac{\sec^2 \theta}{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}} = 2 \\
 & \therefore \sec^2 \theta \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = 2 \\
 & \therefore \frac{1}{\cos^2 \theta} \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = 2 \\
 & \therefore \frac{1}{\cos \theta \times \sin \theta} = 2 \\
 & \therefore \frac{\sec \theta}{\sin \theta} = 2 \\
 & \therefore \sin \theta = \frac{\sec \theta}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5] \quad & \sqrt{\frac{(1 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)}{(1 + \sin \theta)(1 - \sin \theta)}} = \sqrt{\frac{(1 - \cos^2 \theta)}{(1 - \sin^2 \theta)}} \\
 & = \sqrt{\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}} \\
 & = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\
 & = \tan \theta \text{ पण } \tan \theta = \frac{7}{8} \\
 & = \frac{7}{8}
 \end{aligned}$$

6]

$$\therefore \sec x = 2$$

$$\therefore \frac{BC}{AC} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore BC = 2 \text{ व } AC = 1$$

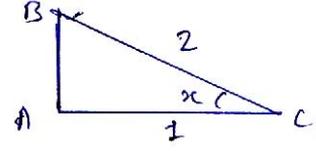
$$\begin{aligned} \therefore AB^2 &= BC^2 - AC^2 \\ &= 2^2 - 1^2 \\ &= 4 - 1 \end{aligned}$$

$$AB^2 = 3$$

$$AB = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} \text{आता } \cot x + \operatorname{cosec} x &= \frac{AC}{AB} + \frac{BC}{AB} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

$$\boxed{\cot x + \operatorname{cosec} x = \sqrt{3}}$$



7]

$$\therefore 13 \sin A = 5$$

$$\therefore \sin A = \frac{5}{13}$$

$$\frac{BC}{AB} = \frac{5}{13}$$

$$\therefore BC = 5 \text{ व } AB = 13$$

$$\begin{aligned} \therefore AC^2 &= AB^2 - BC^2 \\ &= 13^2 - 5^2 \\ &= 169 - 25 \end{aligned}$$

$$AC^2 = 144$$

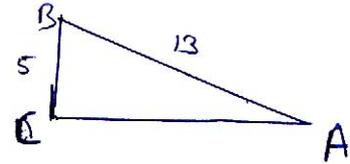
$$AC = \sqrt{144}$$

$$AC = 12$$

$$\therefore \text{(i) } \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{12}{13}$$

$$\text{(ii) } \tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{12}$$

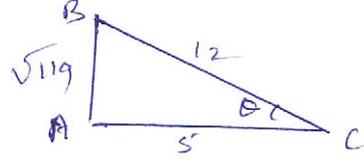
$$\begin{aligned} \therefore \frac{5 \sin A - 2 \cos A}{\tan A} &= \frac{5 \times \frac{5}{13} - 2 \times \frac{12}{13}}{\frac{5}{12}} \\ &= \frac{\frac{25}{13} - \frac{24}{13}}{\frac{5}{12}} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{\frac{1}{13}}{\frac{12}{5}} \\
 &= \frac{1}{13} \times \frac{12}{5} \\
 &= \frac{12}{65}
 \end{aligned}$$

8]

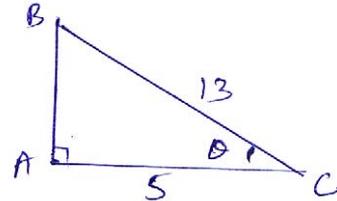
$$\begin{aligned}
 \therefore \cos \theta &= \frac{5}{12} \\
 \therefore \frac{AB}{BC} &= \frac{5}{12} \\
 \therefore AC &= 5, BC = 12 \\
 \therefore AB^2 &= BC^2 - AC^2 \\
 &= 12^2 - 5^2 \\
 &= 144 - 25 \\
 AB^2 &= 119 \\
 AB &= \sqrt{119} \\
 \therefore \tan \theta &= \frac{\sqrt{119}}{5} \text{ व } \cot \theta = \frac{5}{\sqrt{119}}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 \therefore \frac{5 \tan \theta + 12 \cot \theta}{5 \tan \theta - 12 \cot \theta} &= \frac{5 \times \frac{\sqrt{119}}{5} + 12 \times \frac{5}{\sqrt{119}}}{5 \times \frac{\sqrt{119}}{5} - 12 \times \frac{5}{\sqrt{119}}} \\
 &= \frac{\sqrt{119} + \frac{60}{\sqrt{119}}}{\sqrt{119} - \frac{60}{\sqrt{119}}} \\
 &= \frac{\frac{(\sqrt{119})^2 + 60}{\sqrt{119}}}{\frac{(\sqrt{119})^2 - 60}{\sqrt{119}}} \\
 &= \frac{119 + 60}{\sqrt{119}} \times \frac{\sqrt{119}}{119 - 60} \\
 &= \frac{179}{59}
 \end{aligned}$$

9]

$$\begin{aligned}
 \therefore 13 \cos \theta - 5 &= 0 \\
 \therefore 13 \cos \theta &= 5 \\
 \therefore \cos \theta &= \frac{5}{13} \\
 \therefore \frac{AC}{BC} &= \frac{5}{13} \\
 \therefore AC &= 5 \text{ \& } BC = 13 \\
 \therefore AB^2 &= BC^2 - AC^2 \\
 &= 13^2 - 5^2 \\
 &= 169 - 25
 \end{aligned}$$



$$AB^2 = 144$$

$$\therefore AB = \sqrt{144}$$

$$\boxed{AB = 12}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{AB}{BC} = \frac{12}{13}$$

$$\therefore \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} = \frac{\frac{13}{13} + \frac{5}{13}}{\frac{12}{13} - \frac{5}{13}}$$

$$= \frac{17}{7}$$

$$= \frac{17}{13} \times \frac{13}{7}$$

$$= \frac{17}{7}$$

10]

$$\therefore \cot \theta = \sqrt{7}$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{7}}{1}$$

$$\therefore AC = \sqrt{7} \text{ व } AB = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore BC^2 &= AC^2 + AB^2 \\ &= \sqrt{7^2} + 1^2 \\ &= 7 + 1 \end{aligned}$$

$$BC^2 = 8$$

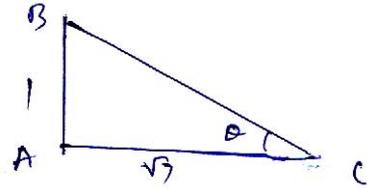
$$BC = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \operatorname{cosec} \theta = \frac{BC}{AB} = \frac{2\sqrt{2}}{1}$$

$$\text{व } \sec \theta = \frac{BC}{AC} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$$

$$\therefore \frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta} = \frac{(2\sqrt{2})^2 - \left(\frac{2\sqrt{2}}{7}\right)^2}{(2\sqrt{2})^2 + \left(\frac{2\sqrt{2}}{7}\right)^2}$$

$$= \frac{8 - \frac{8}{7}}{8 + \frac{8}{7}}$$



$$= \frac{\frac{56-8}{7}}{\frac{56+8}{7}}$$

$$= \frac{3}{7} \times \frac{1}{4}$$

$$\frac{\operatorname{cosec}^2 \theta - \sec^2 \theta}{\operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta} = \frac{3}{4}$$

$$11] \text{ L. H. S.} = \frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta}$$

$$12] \text{ L. H. S.} = \frac{\tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} \quad || \quad 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta \text{ किंमत घाला.}$$

$$= \frac{\tan \theta}{\sec^2 \theta}$$

$$= \frac{\frac{\sin \theta}{\cos \theta}}{\frac{1}{\cos^2 \theta}}$$

$$= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{\cos^2 \theta}{1}$$

$$= \sin \theta \cdot \cos \theta$$

$$= \frac{\sin \theta}{\sec \theta} = \text{RHS}$$

13]

$$\therefore \tan \theta = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore AB = 4 \text{ व } AC = 3$$

$$\begin{aligned} \therefore BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ &= 4^2 + 3^2 \\ &= 16 + 9 \end{aligned}$$

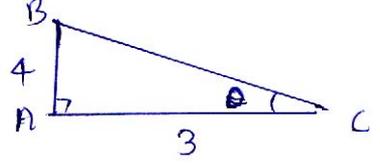
$$BC^2 = 25$$

$$BC = \sqrt{25}$$

$$\boxed{BC = 5}$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{AB}{BC} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5}$$



$$\therefore \frac{3 \sin \theta + 2 \cos \theta}{3 \sin \theta - 2 \cos \theta} = \frac{3 \times \frac{4}{5} + 2 \times \frac{3}{5}}{3 \times \frac{4}{5} - 2 \times \frac{3}{5}}$$

$$= \frac{\frac{12}{5} + \frac{6}{5}}{\frac{12}{5} - \frac{6}{5}}$$

$$= \frac{\frac{18}{5}}{\frac{6}{5}}$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{5}{6}$$

$$= 3$$

$$14] \frac{\cos 45^\circ}{\sec 30^\circ + \operatorname{cosec} 30^\circ} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{2}{1}}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{2 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}}{2 + 2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})}$$



12.3 त्रिकोणमिती (Trigonometry)

CARD - 3

I] बहुपर्यायी प्रश्न

1] d) $a \left(\frac{a^2 - b^2}{b} \right)$

2] d) $\frac{b^2}{ac}$

3] d) $\cot^2 \theta + \tan^2 \theta + 2$

4] a) 1

5] a) 60°

6] c) दृष्टीरेषा व क्षितिज समांतर रेषा

II] दोन गुणांचे प्रश्न

1] $\therefore 4 \sin^2 \theta - 1 = 0$

$\therefore 4 \sin^2 \theta = 1$

$\therefore \sin^2 \theta = \frac{1}{4}$

$\therefore \sin \theta = \sqrt{\frac{1}{4}}$

$\sin \theta = \frac{1}{2}$ पण $\sin 30 = \frac{1}{2}$

$\therefore \sin \theta = \sin 30$

$\therefore \theta = 30^\circ$

2]

$\therefore \sin \theta = \frac{5}{13}$

$\frac{AB}{BC} = \frac{5}{13}$

$\therefore AB = 5$ व $BC = 13$

$\therefore AC^2 = BC^2 - AB^2$

$= 13^2 - 5^2$

$= 169 - 25$

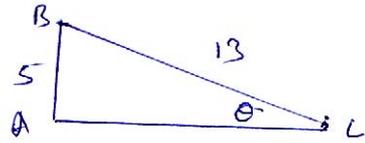
$AC^2 = 144$

$AC = \sqrt{144}$

$AC = 12$

 \therefore त्रिकोणमितीची गुणोत्तरे

(1) $\sin \theta = \frac{5}{13}$ व $\operatorname{cosec} \theta = \frac{13}{5}$



$$(2) \cos \theta = \frac{12}{13} \quad \text{व} \quad \sec \theta = \frac{13}{12}$$

$$(3) \tan \theta = \frac{5}{12} \quad \text{व} \quad \cot \theta = \frac{12}{5}$$

$$3] \quad \therefore \sin \theta = \frac{5}{13}$$

$$AC = 12$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{5}{12}$$

$$\therefore \tan \theta + \frac{1}{2} = \frac{5}{12} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{5+6}{12}$$

$$= \frac{11}{12}$$

$$4] \quad (i) \quad \sin^2 45 = (\sin 45)^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$(ii) \quad \cos 60 = \frac{1}{2}$$

$$(iii) \quad \tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$5] \quad \therefore \cot \theta = a - \frac{1}{4a}$$

$$\therefore \operatorname{cosec}^2 \theta = 1 + \cot^2 \theta$$

$$= 1 + \left(a - \frac{1}{4a}\right)^2$$

$$= 1 + a^2 + \frac{1}{16a^2} + \frac{1}{2}$$

$$= a^2 + \frac{1}{16a^2} + \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{cosec}^2 \theta = \left(a + \frac{1}{4a}\right)^2$$

$$\therefore \operatorname{cosec} \theta = \left(a + \frac{1}{4a}\right)$$

$$\therefore \operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = a + \frac{1}{4a} - \left(a + \frac{1}{4a}\right)$$

$$= a + \frac{1}{4a} - a - \frac{1}{4a}$$

$$= \frac{2^1}{4a}$$

$$\operatorname{cosec} \theta - \cot \theta = \frac{1}{2a}$$

$$\begin{aligned}
 6] \quad & \therefore 3x = \sec \theta \therefore x = \frac{\sec \theta}{3} \\
 & \text{व} \quad \frac{3}{x} = \tan \theta = \frac{1}{x} = \frac{\tan \theta}{3} \\
 \therefore x^2 - \frac{1}{x^2} &= \left(\frac{\sec \theta}{3}\right)^2 - \left(\frac{\tan \theta}{3}\right)^2 \\
 &= \frac{\sec^2 \theta}{9} - \frac{\tan^2 \theta}{9} \\
 &= \frac{\sec^2 \theta - \tan^2 \theta}{9} \\
 x^2 - \frac{1}{x^2} &= \frac{1}{9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 7] \quad \cot^2 \theta - \frac{1}{\sin^2 \theta} &= \cot^2 \theta - \operatorname{cosec}^2 \theta \\
 &= \cancel{\operatorname{cosec}^2 \theta} - 1 - \cancel{\operatorname{cosec}^2 \theta} \\
 &= -1
 \end{aligned}$$

$$8] (\sin \alpha + \operatorname{cosec} \alpha)^2 + (\cos \alpha + \sec \alpha)^2 - (\tan \alpha + \cot \alpha)^2$$

$$= \sin^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha + \sin \alpha \cdot \operatorname{cosec} \alpha + \cos^2 \alpha + \sec^2 \alpha + 2 \cos \alpha \cdot \sec \alpha - \tan^2 \alpha - \cot^2 \alpha - 2 \tan \alpha \cot \alpha$$

$$= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \times \frac{1}{\sin \alpha} + 2 \cos \alpha \cdot \frac{1}{\cos \alpha} - 2 \cdot \tan \alpha \frac{1}{\tan \alpha} + \sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha - \cot^2 \alpha$$

$$= 1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 1 + \sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha$$

$$= 1 + 2 + 2 - 2 + \sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha + \operatorname{cosec}^2 \alpha - \cot^2 \alpha$$

$$= 3 + 0 + 1 + 1$$

$$= 5$$

$$9] \quad \therefore x = a \cos \theta, \quad y = b \sin \theta$$

$$\begin{aligned}
 L.H.S. &= \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \\
 &= \frac{(a \cos \theta)^2}{a^2} + \frac{(b \sin \theta)^2}{b^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{a^2 \cos^2 \theta}{a^2} + \frac{b^2 \sin^2 \theta}{b^2} \\
 &= \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \\
 &= 1 \\
 &= R.H.S.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10] \quad L.H.S. &= \sec^4 \theta - 1 \\
 &= (\sec^2 \theta)^2 - 1 \\
 &= [1 + \tan^2 \theta]^2 - 1 \\
 &= 1 + \tan^4 \theta + 2 \tan^2 \theta - 1 \\
 &= 2 \tan^2 \theta + \tan^4 \theta \\
 &= R.H.S.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 11] \quad L.H.S. &= m^2 - n^2 \\
 &= [a \sec \theta + b \tan \theta]^2 - [a \tan \theta + b \sec \theta]^2 \\
 &= a^2 \sec^2 \theta + b^2 \tan^2 \theta + 2ab \sec \theta \cdot \tan \theta - a^2 \tan^2 \theta - \\
 & \quad b^2 \sec^2 \theta - 2ab \sec \theta \tan \theta \\
 &= a^2 \sec^2 \theta - b^2 \sec^2 \theta + b^2 \tan^2 \theta - a^2 \tan^2 \theta \\
 &= \sec^2 \theta (a^2 - b^2) - \tan^2 \theta (a^2 - b^2) \\
 &= (a^2 - b^2) [\sec^2 \theta - \tan^2 \theta] \\
 &= a^2 - b^2 \times 1 \\
 &= a^2 - b^2 \quad R.H.S.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12] \quad L.H.S. &= \frac{\cos A}{1 - \tan A} + \frac{\sin A}{1 - \cot A} \\
 &= \frac{\cos A}{1 - \frac{\sin A}{\cos A}} + \frac{\sin A}{1 - \frac{\cos A}{\sin A}} \\
 &= \frac{\cos^2 A}{\cos A - \sin A} + \frac{\sin^2 A}{\sin A - \cos A}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\cos A - \sin A} \\
 &= \frac{(\cos A - \sin A)(\cos A + \sin A)}{\cos A - \sin A} \\
 &= \cos A + \sin A \\
 &= R.H.S.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 13] \quad L.H.S. &= (1 + \tan^2 \theta) (1 - \sin \theta) (1 + \sin \theta) \\
 &= (\sec^2 \theta) (1 - \sin^2 \theta) \quad \left\| \begin{array}{l} \text{किंमत 1) } 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta \\ \text{2) } 1 - \sin^2 \theta = \cos^2 \theta \end{array} \right. \\
 &= \sec^2 \theta \times [\cos^2 \theta] \\
 &= \frac{1}{\cos^2 \theta} \times \cos^2 \theta \\
 &= 1 \\
 &= R.H.S.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 14] \quad L.H.S. &= \frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} - \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} \\
 &= \frac{(1 + \cos \theta)^2 - (1 - \cos \theta)^2}{(1 - \cos \theta)(1 + \cos \theta)} \\
 &= \frac{1 + \cos^2 \theta + 2 \cos \theta - 1 - \cos^2 \theta + 2 \cos \theta}{1 - \cos^2 \theta} \\
 &= \frac{4 \cos \theta}{\sin^2 \theta} \\
 &= 4 \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \times \frac{1}{\sin \theta} \\
 &= 4 \cot \theta \cdot \operatorname{cosec} \theta \quad R.H.S.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
15] \quad L.H.S. &= (1 + \cot A - \operatorname{cosec} A)(1 + \tan A + \sec A) \\
&= \left[1 + \frac{\cos A}{\sin A} - \frac{1}{\sin A}\right] \left[1 + \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{1}{\cos A}\right] \\
&= \left[\frac{\sin A + \cos A - 1}{\sin A}\right] \left[\frac{\cos A + \sin A + 1}{\cos A}\right] \\
&= \frac{(\sin A + \cos A)^2 - 1^2}{\sin A \times \cos A} \\
&= \frac{\sin^2 A + \cos^2 A + 2 \sin A \cos A - 1}{\sin A \times \cos A} \\
&= \frac{1 + 2 \sin A \cos A - 1}{\sin A \times \cos A} \\
&= \frac{2 \sin A \cdot \cos A}{\sin A \times \cos A} \\
&= 2 \\
&= R.H.S.
\end{aligned}$$

तीन गुणांचे प्रश्न

$$1] \because \sec \theta + \tan \theta = P$$

$$\begin{aligned}
R.H.S. &= \frac{P^2 - 1}{P^2 + 1} \\
&= \frac{(\sec \theta + \tan \theta)^2 - 1}{(\sec \theta + \tan \theta)^2 + 1} \\
&= \frac{\sec^2 \theta + \tan^2 \theta + 2 \sec \theta \cdot \tan \theta - 1}{\sec^2 \theta + \tan^2 \theta + 2 \sec \theta \cdot \tan \theta + 1} \\
&= \frac{\sec^2 \theta - 1 + \tan^2 \theta + 2 \sec \theta \cdot \tan \theta}{\sec^2 \theta + \tan^2 \theta + 2 \sec \theta \cdot \tan \theta} \\
&= \frac{\tan^2 \theta + \tan^2 \theta + 2 \sec \theta \cdot \tan \theta}{\sec^2 \theta + \sec^2 \theta + 2 \sec \theta \cdot \tan \theta} \\
&= \frac{2 \tan^2 \theta + 2 \sec \theta \cdot \tan \theta}{2 \sec^2 \theta + 2 \sec \theta \cdot \tan \theta}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R.H.S. &= \frac{2 \tan \theta [\tan \theta + \sec \theta]}{2 \sec \theta [\sec \theta + \tan \theta]} \\
 &= \frac{\tan \theta}{\sec \theta} \\
 &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times \frac{1}{\sec \theta} \\
 &= \frac{\sin \theta}{\cancel{\cos \theta}} \times \frac{\cancel{\cos \theta}}{1} \\
 &= \sin \theta \\
 &= L.H.S.
 \end{aligned}$$

$$2] \because \operatorname{cosec} \theta - \sin \theta = l \quad \text{व} \quad \sec \theta - \cos \theta = m$$

$$\therefore L.H.S. = l^2 m^2 (l^2 + m^2 + 3)$$

$$= (\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta)^2 (\sec \theta - \cos \theta)^2 [(\operatorname{cosec} \theta - \sin \theta)^2 + (\sec \theta - \cos \theta)^2 + 3]$$

$$= \left[\frac{1}{\sin \theta} - \sin \theta \right]^2 \left[\frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta \right]^2 \left[\left(\frac{1}{\sin \theta} - \sin \theta \right)^2 + \left(\frac{1}{\cos \theta} - \cos \theta \right)^2 + 3 \right]$$

$$= \left(\frac{1 - \sin^2 \theta}{\sin \theta} \right)^2 \left(\frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos \theta} \right)^2 \left[\left(\frac{1 - \sin^2 \theta}{\sin \theta} \right)^2 + \left(\frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos \theta} \right)^2 + 3 \right]$$

$$= \left(\frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} \right)^2 \left(\frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \right)^2 \left[\left(\frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} \right)^2 + \left(\frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \right)^2 + 3 \right]$$

$$= \frac{\cos^4 \theta}{\sin^2 \theta} \cdot \frac{\sin^4 \theta}{\cos^2 \theta} \times \left[\frac{\cos^4 \theta}{\sin^2 \theta} + \frac{\sin^4 \theta}{\cos^2 \theta} + 3 \right]$$

$$= \cancel{\cos^2 \theta} \cdot \cancel{\sin^2 \theta} \times \left[\frac{\cos^6 \theta + \sin^6 \theta + 3 \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta}{\cancel{\sin^2 \theta} \cdot \cancel{\cos^2 \theta}} \right]$$

$$= \cos^6 \theta + \sin^6 \theta + 3 \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$$

$$= (\cos^2 \theta)^3 + (\sin^2 \theta)^3 + 3 \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) \quad \text{सुत्र वापरले.}$$

$$= (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)^3 - 3 \cos^2 \theta \sin^2 \theta (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + 3 \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$$

$$= (1)^3 - 3 \cancel{\cos^2 \theta} \times \cancel{\sin^2 \theta} \times 1 + 3 \cancel{\sin^2 \theta} \cdot \cancel{\cos^2 \theta}$$

$$= 1 \quad R.H.S.$$

3] $\tan \theta + \sin \theta = m$ व $\tan \theta - \sin \theta = n$ आहे.

$$\therefore L.H.S. = m^2 - n^2$$

$$= (\tan \theta + \sin \theta)^2 - (\tan \theta - \sin \theta)^2$$

$$= (\tan \theta + \sin \theta + \tan \theta - \sin \theta) (\tan \theta + \sin \theta - \tan \theta + \sin \theta)$$

$$= (2 \tan \theta) \times (2 \sin \theta)$$

$$L.H.S. = 4 \tan \theta \cdot \sin \theta \dots\dots (1)$$

$$\text{आता } R.H.S. = 4\sqrt{m \cdot n}$$

$$= 4\sqrt{(\tan \theta + \sin \theta) (\tan \theta - \sin \theta)}$$

$$= 4\sqrt{\tan^2 \theta - \sin^2 \theta}$$

$$= 4\sqrt{\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} - \frac{\sin^2 \theta}{1}}$$

$$= 4\sqrt{\frac{\sin^2 \theta - \sin^2 \theta \cdot \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta}}$$

$$= 4\sqrt{\frac{\sin^2 \theta (1 - \cos^2 \theta)}{\cos^2 \theta}}$$

$$= 4\sqrt{\tan^2 \theta \times \sin^2 \theta}$$

$$R.H.S. = 4 \tan \theta \cdot \sin \theta \dots\dots (2)$$

(1) व (2) वरून

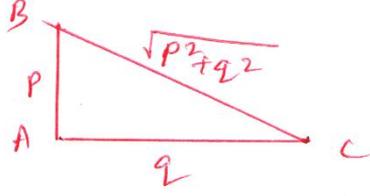
$$L.H.S. = R.H.S.$$

$$m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$$

$$4] \quad \because \tan \theta = \frac{p}{q}$$

$$\sin \theta = \frac{p}{\sqrt{p^2+q^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{q}{\sqrt{p^2+q^2}}$$



$$L.H.S. = \frac{p \sin \theta - q \cos \theta}{p \sin \theta + q \cos \theta}$$

$$= \frac{p \times \frac{p}{\sqrt{p^2+q^2}} - q \times \frac{q}{\sqrt{p^2+q^2}}}{p \times \frac{p}{\sqrt{p^2+q^2}} + q \times \frac{q}{\sqrt{p^2+q^2}}}$$

$$= \frac{\frac{p^2 - q^2}{\sqrt{p^2+q^2}}}{\frac{p^2 + q^2}{\sqrt{p^2+q^2}}}$$

$$= \frac{p^2 - q^2}{p^2 + q^2}$$

$$= R.H.S.$$

5] $a \sec \alpha - 3 \tan \alpha = 4$ व $b \sec \alpha + 4 \tan \alpha = 3$ आहे.

$$a^2 + b^2 = ?$$

$$\therefore a \sec \alpha - 3 \tan \alpha = 4$$

$$\therefore a = \frac{4 + 3 \tan \alpha}{\sec \alpha}$$

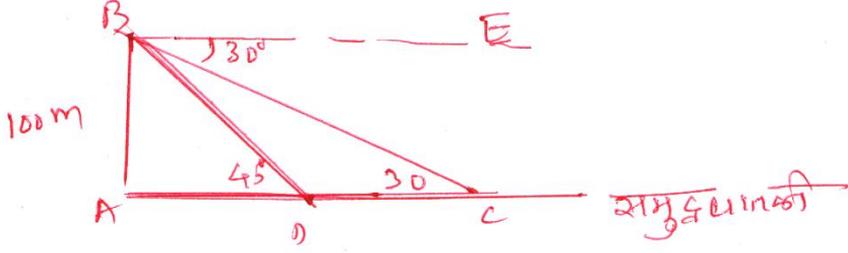
$$\& \therefore b \sec \alpha + 4 \tan \alpha = 3$$

$$\therefore b = \frac{3 - 4 \tan \alpha}{\sec \alpha}$$

$$\begin{aligned} \therefore a^2 + b^2 &= \left(\frac{4 + 3 \tan \alpha}{\sec \alpha} \right)^2 + \left(\frac{3 - 4 \tan \alpha}{\sec \alpha} \right)^2 \\ &= \frac{16 + 9 \tan^2 \alpha + 24 \tan \alpha + 9 + 16 \tan^2 \alpha - 24 \tan \alpha}{\sec^2 \alpha} \\ &= \frac{25 + 25 \tan^2 \alpha}{\sec^2 \alpha} \\ &= \frac{25(1 + \tan^2 \alpha)}{\sec^2 \alpha} \\ &= \frac{25(\sec^2 \alpha)}{(\sec^2 \alpha)} \end{aligned}$$

$$a^2 + b^2 = 25$$

6]



समजा C या ठिकाणी जहाज आहे. तेव्हा निच्वपातळीतील कोन $\angle EBC = 30^\circ$ असतो. $\therefore \angle EBC = \angle BCA = 30^\circ$, थोड्या वेळाने जहाज पुढे सरकल्याने हा निच्वपातळीतील कोन 45° होतो. $\therefore \angle EBD = 45^\circ$

$\therefore \angle EBD = \angle BDA = 45^\circ$ होतो.

आता $\triangle BDA$ मध्ये $\angle A = 90^\circ$, $\angle D = 45^\circ$, $\angle B = 45^\circ$

$\therefore AB = AD = 100$ मी.

समजा $CD = x$ मी.

$\therefore AC = AD + CD$

$AC = (100 + x)$ मी.

आता $\triangle BCA$ मध्ये $\angle A = 90^\circ$

$\therefore \tan 30 = \frac{AB}{AC}$

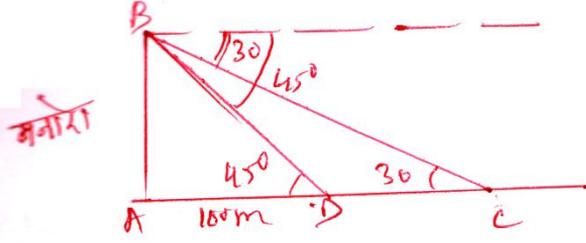
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{100}{(100+x)}$$

$$\therefore 100 + x = 100\sqrt{3}$$

$$x = 100\sqrt{3} - 100$$

$$x = 100(\sqrt{3} - 1) \text{ मी.}$$

7]



समजा मनोऱ्याची उंची 96 मीटर आहे. कार C या ठिकाणी असताना निच्चपातळीतील कोनाचे माप 30° आहे. हा कोन 45° होण्यासाठी म्हणजे CD इतके अंतर जाण्यास कारला 12 मिनिटे लागतात.

CD इतके अंतर जाण्यास कारला 12 मिनिटे लागतात.

ΔBAD मध्ये $\angle 90^\circ$, $\angle D = \angle B = 45^\circ$

$$\therefore AB = AD = 96 \text{ मीटर}$$

ΔBAD मध्ये $\angle A = 90^\circ$

$$\therefore \tan \theta = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{96}{(96 + x)}$$

$$\therefore 96 + x = 96\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 96(\sqrt{3} - 1) \text{ मीटर.}$$

$$\therefore CD = x = 96(\sqrt{3} - 1) \text{ मीटर.}$$

\therefore कारला CD अंतर जाण्यास 12 मिनिटे वेळ लागतो.

$$\therefore \text{कारचा स्थिर वेग} = \frac{CD}{\text{वेळ}} = \frac{96\sqrt{3}-96}{12}$$

$$V_1 = 8(\sqrt{3} - 1) \text{ मीटर | मिनिट}$$

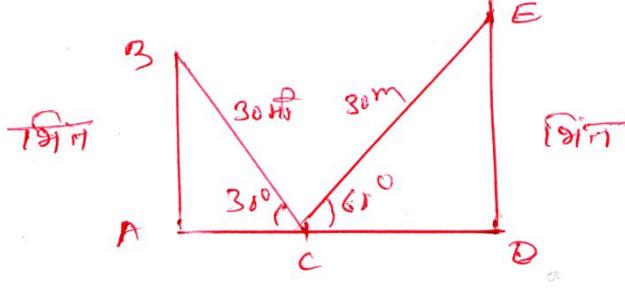
आता कारला DA = 96 मीटर अंतर जाण्यास लागणारा वेळ = $\frac{\text{अंतर}}{\text{वेग}}$

$$\text{वेळ} = \frac{DA}{V_1}$$

$$= \frac{12}{8(\sqrt{3}-1)}$$

$$\text{वेळ} = \frac{12}{(\sqrt{3}-1)} \text{ मिनिटे.}$$

8]



आकृतीत AB व DE या भिंती आहेत.

BC ही 30 मी. लांबीची शिडी आहे.

(i) ΔBAC मध्ये $\angle A = 90^\circ$

$$\cos 30 = \frac{AC}{BC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AC}{30}$$

$$\therefore AC = \frac{30\sqrt{3}}{2}$$

$$AC = 15\sqrt{3} \text{ मी.}$$

(ii) ΔCDE मध्ये $\angle D = 90^\circ$

$$\cos 60 = \frac{CD}{CE}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{CD}{30}$$

$$\therefore CD = \frac{30}{2}$$

$$CD = 15 \text{ मी.}$$

(iii) \therefore दोन भिंतीतील अंतर $AD = AC + CD = 15\sqrt{3} + 15$

$$AD = 15(\sqrt{3} + 1) \text{ मी.}$$



13.1 सहनिर्देशक भूमिती (Co-ordinate Geometry)

CARD - 1

1] कारण $\tan 90 = \infty$ किंवा व्यक्त न करता येणारा आहे.

2] दोन समांतर रेषा x अक्षाशी सारखाच उतार करतात म्हणून समांतर रेषेचे चढ समान असतात.

$$\begin{aligned}
 3] d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\
 &= \sqrt{(\sin \theta - \cos \theta)^2 + (-\sin \theta - \cos \theta)^2} \\
 &= \sqrt{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2\sin \theta \cos \theta + \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta} \\
 &= \sqrt{1+1} \\
 &= \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

4] $A(2, 4), B(-2, 0), C(4, 0)$

5] $A(0, 0), B(3, \sqrt{3})$ व $C(3, k)$ हा समभुज Δ तर $AB = BC = AC$

$$AC = \sqrt{(3-0)^2 + (k-0)^2} = \sqrt{9+k^2}$$

$$AB = \sqrt{(3-0)^2 + (\sqrt{3}-0)^2} = \sqrt{9+3}$$

$$\therefore k^2 = 3 \quad \therefore k + \sqrt{3} \quad \therefore k = -\sqrt{3}$$

6] हे गणित पुस्तकात पान नं. 370 वर सोडविले आहे.



13.2 सहनिर्देशक भूमिती (Co-ordinate Geometry)

CARD - 2

$$\begin{aligned}
 1] \quad m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\
 &= \frac{3 - 5}{-12 - (-4)} \\
 &= \frac{-2}{-8} \\
 &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$2] \quad A(0, 0), B(-6, 8)$$

$$\begin{aligned}
 \therefore d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\
 &= \sqrt{(-6)^2 + 8^2} \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

3] हे गणित पुस्तकात पान नं. 375 वर सोडविलेले आहे.

4] अंतर समान आहे.

$$\text{सुत्र } d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \sqrt{(a - 2)^2 + (7 + 1)^2} &= \sqrt{(-3 - 2)^2 + (a + 1)^2} \\
 \therefore a^2 - 4a + 4 + 64 &= 25 + a^2 + 2a + 1 \\
 \therefore 6a &= 42 \\
 \therefore a &= 7
 \end{aligned}$$

$$5] \quad A(3, 10), B(5, 2) \text{ व } C(14, 12)$$

$$\begin{aligned}
 AB &= \sqrt{(5 - 3)^2 + (2 - 10)^2} \\
 &= \sqrt{4 + 64} \\
 &= \sqrt{68}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AC &= \sqrt{(14 - 3)^2 + (12 - 10)^2} \\
 &= \sqrt{121 + 4} \\
 &= \sqrt{125}
 \end{aligned}$$

$$BC = \sqrt{(14 - 5)^2 + (12 - 2)^2}$$

$$= \sqrt{81 + 100}$$

$$= \sqrt{181}$$

$$\therefore \text{परिमिती} = = \sqrt{68} + \sqrt{125} + \sqrt{181} \text{ एकक}$$

$$6] A(1, -3), B(-3, 0) \text{ व } C(4, 1)$$

$$AB = \sqrt{(-3 - 1)^2 + (0 - 3)^2}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= 5 \text{ एकक}$$

$$BC = \sqrt{(4 + 3)^2 + (1 - 0)^2}$$

$$= \sqrt{50}$$

$$= 5\sqrt{2} \text{ एकक}$$

$$AC = \sqrt{(4 - 1)^2 + (1 + 3)^2}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= 5 \text{ एकक}$$

येथे $AB = AC$ आहे. $\therefore ABC$ हा समद्विभुज Δ आहे.

$$7] O(-5, 4) \text{ व } A(-7, 1)$$

$$\therefore \text{त्रिज्या } OA = \sqrt{(-7 + 5)^2 + (1 - 4)^2}$$

$$= \sqrt{4 + 9}$$

$$= \sqrt{13} \text{ एकक}$$

$$8] A(-5, -3), B(1, -11), C(7, -6) \text{ व } D(1, 2) \text{ मानू}$$

$$AB = \sqrt{(1 + 5)^2 + (-11 + 3)^2}$$

$$= \sqrt{36 + 64}$$

$$= 10 \text{ एकक}$$

$$\begin{aligned}
 BC &= \sqrt{(7-1)^2 + (-6+11)^2} \\
 &= \sqrt{36+25} \\
 &= \sqrt{61} \text{ एकक}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 CD &= \sqrt{(1-7)^2 + (2+6)^2} \\
 &= \sqrt{36+64} \\
 &= 10 \text{ एकक}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 DA &= \sqrt{(-5-1)^2 + (-3-2)^2} \\
 &= \sqrt{36+25} \\
 &= \sqrt{61} \text{ एकक}
 \end{aligned}$$

यावरून $AB = CD$ व $BC = DA$ आहे.

$\therefore ABCD$ हा समांतर भूज चौकोन आहे हे सिध्द होते.

9] (i) $A(2,1)$, $B(10,1)$, व $C(6,9)$ मानू

$$\begin{aligned}
 AB &= \sqrt{(10-2)^2 + (1-1)^2} \\
 &= 8 \text{ एकक}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 BC &= \sqrt{(6-10)^2 + (9+1)^2} \\
 &= \sqrt{16+64} \\
 &= \sqrt{80} \text{ एकक}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AC &= \sqrt{(6-2)^2 + (9-1)^2} \\
 &= \sqrt{16+64} \\
 &= \sqrt{80} \text{ एकक}
 \end{aligned}$$

येथे $BC = AC$ आहे. $\therefore \triangle ABC$ हा समद्विभूज \triangle आहे.

(ii) $P(1,6)$, $Q(3,2)$, व $R(10,8)$ मानू

$$\begin{aligned}
 PQ &= \sqrt{(3-1)^2 + (6-2)^2} \\
 &= \sqrt{4+16}
 \end{aligned}$$

$$= \sqrt{20} \text{ एकक}$$

$$\begin{aligned} QR &= \sqrt{(10-3)^2 + (8-2)^2} \\ &= \sqrt{49+36} \\ &= \sqrt{85} \text{ एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} RP &= \sqrt{(1-10)^2 + (6-8)^2} \\ &= \sqrt{81+4} \\ &= \sqrt{85} \text{ एकक} \end{aligned}$$

येथे $QR = RP$ आहे. $\therefore \Delta PQR$ हा समद्विभुज Δ आहे.

(iii) $X(3,5)$, $Y(-1,1)$, व $Z(6,2)$ मानू

$$\begin{aligned} XY &= \sqrt{(-1-3)^2 + (1-5)^2} \\ &= \sqrt{32} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} YZ &= \sqrt{(6+1)^2 + (2-1)^2} \\ &= \sqrt{50} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} XZ &= \sqrt{(6-3)^2 + (5-2)^2} \\ &= \sqrt{18} \end{aligned}$$

येथे $(yz)^2 = 50$ व $(xy)^2 + (xz)^2 = 50$ आहे. $\therefore \Delta xyz$ हा काटकोन Δ आहे.

(iv) $D(3,-3)$, $E(3,5)$, व $F(11,-3)$ मानू

$$\begin{aligned} DE &= \sqrt{(3-3)^2 + (5+3)^2} \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EF &= \sqrt{(11-3)^2 + (-3-5)^2} \\ &= \sqrt{64+64} \\ &= \sqrt{128} \\ &= \sqrt{2 \times 64} \\ &= 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DF &= \sqrt{(11-3)^2 + (-3+3)^2} \\ &= 8 \end{aligned}$$

येथे $EF^2 = 128$ व $DE^2 + DF^2 = 128$ आहे. $\therefore \triangle ADF$ हा समवृद्धिभूज काटकोन Δ आहे.

10] वरील प्रश्न 6 प्रमाणे सोडवा.

11] वरील प्रश्न 8 प्रमाणे सोडवा.

12] समजा $(x_1, y_1) = (-3, 4)$ व $(x_2, y_2) = (4, 9)$

$(x, y) = (-2, 3)$ आणि विभागणारे गुणोत्तर $= m:n$ मानू

$$\text{खंडाचे सूत्र } P = \left[\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \right]$$

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$$

$$\therefore -2 = \frac{m(4) + n(-3)}{m+n}$$

$$\therefore -2 \times (m+n) = 4m - 3n$$

$$\therefore -2m - 2n = 4m - 3n$$

$$-2m - 4m = -3n + 2n$$

$$\therefore -6m = -n$$

$$\therefore 6m = n$$

$$\therefore \frac{m}{n} = \frac{1}{6}$$

\therefore तो बिंदू रेषेला 1:6 गुणोत्तरात विभागतो.

$$\left[y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n} \text{ वरून प्रयत्न करा हेच गुणोत्तर मिळेल. } \right]$$

13] $A(-2, 7) = A(x_1, y_1)$ व $B(x_2, y_2)$ $c(1, 1) = c(x, y)$ मानू दिलेले

$$m : n = 3 : 2$$

$$\text{खंड सुत्रावरून } x = \frac{mx_2 + nx_1}{m + n}$$

$$\therefore 1 = \frac{3x_2 + 2 \times (-2)}{3 + 2}$$

$$\therefore 3x_2 = 5 + 4$$

$$\therefore x_2 = 3$$

$\therefore B$ चे सहनिर्देशक $(x_2, y_2) = (3, -3)$

14] मध्यबिंदू P चे सहनिर्देशक $= \left[\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2} \right]$

$$= \left[\frac{6 - 3}{2}, \frac{-8 + 10}{2} \right]$$

$$= \left[\frac{3}{2}, 1 \right]$$

$$= (1.5, 1)$$



13.3 सहनिर्देशक भूमिती (Co-ordinate Geometry)

CARD - 3

दोन गुणांची उत्तरे

$$1] \text{ सुत्र } d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$BC = \sqrt{(a - 1)^2 + (b + 3)^2}$$

$$AC = \sqrt{(a + 2)^2 + (b - 5)^2}$$

$$\text{पण } BC = AC$$

$$\therefore (a - 1)^2 + (b + 3)^2 = (a + 2)^2 + (b - 5)^2$$

$$\therefore a^2 - 2a + 1 + b^2 + 6b + 9 = a^2 + 4a + 4 + b^2 - 10b + 25$$

$$\therefore -2a + 1 + 6b + 9 = 4a + 4 - 10b + 25$$

$$\therefore 4a + 2a - 10b - 6b + 29 - 10 = 0$$

$$\therefore 6a - 16b + 19 = 0 \text{ हे सिध्द झाले.}$$

$$2] \text{ वर्तुळाची त्रिज्या} = \frac{10}{2} = 5 \text{ एकक}$$

$$(x_1, y_1) = (x, 5x + 3) \text{ आणि } (x_2, y_2) = (7, 15)$$

$$\therefore \text{सुत्र } d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\therefore \sqrt{(7 - x)^2 + (15 - 5x - 3)^2} = 5$$

$$49 - 14x + x^2 + 144 - 120x + 25x^2 = 25$$

$$\therefore 26x^2 - 134x + 168 = 0$$

$$\therefore 2(13x^2 - 67x + 84) = 0$$

$$\therefore 13x^2 - 39x - 28x + 84 = 0$$

$$\therefore 13x(x - 3) - 28(x - 3) = 0$$

$$\therefore (x - 3)(13x - 28) = 0$$

$$\therefore x = 3 \quad \text{OR} \quad x = \frac{28}{13}$$

3] समजा परिमध्य $S(x, y)$ आहे.

$A(0, -3)$, $B(1, 2)$ व $C(3, -1)$

$AS = BS = CS =$ त्रिज्या $\therefore AS^2 = BS^2 = CS^2$

$$AS^2 = (x - 0)^2 + (y + 3)^2 = x^2 + y^2 + 6y + 9 \dots\dots (1)$$

$$BS^2 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 \dots\dots (2)$$

$$CS^2 = (x - 3)^2 + (y + 1)^2 = x^2 - 6x + 9 + y^2 - 2y + 1 \dots\dots (3)$$

(1) व (2) समान दाखवून $6y + 9 = -2x - 4y + 5$

$$\therefore 2x + 10y = -4$$

$$x + 5y = -2$$

$$x = -5y - 2 \dots\dots\dots (4)$$

(2) व (3) समान दाखवून $6x + 4y = 1 \dots\dots\dots (5)$

$$\therefore 6(-5y - 2) + 4y = 1 \quad (4) \text{ व } (5) \text{ वरून}$$

$$-30y - 12 + 4y = 1$$

$$-26y = -13$$

$$\therefore y = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$(4) \text{ वरून } x = -5\left(\frac{1}{2}\right) - 2$$

$$= -2.5 - 2$$

$$= -4.5$$

$$\therefore S \text{ चे सहनिर्देशक } = (-4.5, 0.5)$$

4] $AB = \sqrt{(-1 + 3)^2 + (-1 - 3)^2} = \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ एकक

$$BC = \sqrt{(2 + 1)^2 + (-7 + 1)^2} = \sqrt{9 + 36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ एकक}$$

$$AC = \sqrt{(3 + 2)^2 + (-7 - 3)^2} = \sqrt{25 + 100} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$$

$$\text{येथे } AB + BC = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 5\sqrt{5} = AC$$

$\therefore A, B, C$ हे एकरेषीय आहेत.



13 सहनिर्देशक भूमिती (Co-ordinate Geometry)

CARD - 1,2,3

I] बहुपर्यायी प्रश्न

- 1] c) सहनिर्देशक भूमिती
- 2] a) उतरण
- 3] a) चढ = 0.34
- 4] a) $M = \tan \theta$
- 5] b) $\frac{y \text{ निर्देशकातील फरक}}{x \text{ निर्देशकातील फरक}}$
- 6] b) चढ
- 7] c) चढ = $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- 8] c) समान
- 9] c) - 1
- 10] d) $\sqrt{3}$
- 11] b) - 7
- 12] b) लंब
- 13] a) समांतर असतात.
- 14] a) 30°

II] एक गुणाचे प्रश्न

1] लंब अंतराचे क्षितीज अंतराशी असणारे गुणोत्तर म्हणजे चढ होय.

$$\text{चढ} = \frac{\text{लंब अंतर}}{\text{क्षितीज अंतर}}$$

2] $m = \tan \theta =$ रेषेचा चढ हा त्याच्या उतरणीच्या कोनाच्या tangent (स्पर्शिका) इतका असतो.

3] सरळ रेषेच्या चढावाचे मान हा केवळ रेषेचा चढ आहे. चढावाचे मान म्हणजे लंब उंची व आडवे अंतर यांचे गुणोत्तर होय.

4] चढ = $\tan \theta$

$$m = \tan 45$$

$$m = 1$$

5] इथे $m = \tan \theta$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \tan \theta \text{ पण } \tan 30 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan 30 = \tan \theta$$

$$\therefore \theta = 30$$

$$\therefore \text{उतरणीचा कोन} = 30^\circ$$

$$\begin{aligned} 6] m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{0 - (-8)}{-4 - 0} \\ &= \frac{8}{-4} \\ m &= -2 \end{aligned}$$

7] जर P हा AB चा मध्य बिंदू असेल तर P चे सहनिर्देशक = $\left[\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2} \right]$ याला मध्यबिंदू सूत्र म्हणतात.



14.1 वर्तुळ (Circle)

I] बहुपर्यायी प्रश्न

- 1] b) कमी होते.
- 2] c) 3 cm
- 3] a) स्पर्शिका
- 4] b) छेदिका
- 5] a) $R + r$
- 6] d) $R - r$
- 7] c) 5
- 8] c) 8 cm
- 9] b) 60°
- 10] c) काटकोन

II] वस्तुनिष्ठ प्रश्न

11] स्पर्शिकेच्या एकाच बाजूस वर्तुळमध्य असतील त्या स्पर्शिकेला सामाईक बाह्य स्पर्शिका म्हणतात.

12] स्पर्शिकेच्या दोन्ही बाजूस वर्तुळमध्य असतील तर त्या स्पर्शिकेला सामाईक आंतरस्पर्शिका म्हणतात.

13] $\angle ABC = 90$ \therefore अर्धवर्तुळ खंडातील कोन

$$\begin{aligned}\angle BCA &= 180 - (90 + 45) \\ &= 180 - 135 \\ &= 45\end{aligned}$$

14] $d = 8 \text{ cm}$

15] $d = 2 \text{ cm}$

16] 4 cm त्रिज्येचे वर्तुळ काढा परिघावर 'A' बिंदू या 6 सें.मी. त्रिज्या घेऊन 'A' बिंदूतून परिघावर 'B' चाफ मारा 'AB' जोडा. $AB = 6\text{ cm}$ ची ज्या मिळेल.

17] रचना करणे.

सुचना : प्रश्न संचातील सर्व रचना पुस्तकात दिल्याप्रमाणे किंवा तुम्हास शिकविल्याप्रमाणे करा.



14.2 वर्तुळ (Circle)

CARD - 2

I] बहुपर्यायी प्रश्न

- 1] a) शून्य
- 2] b) 6 सें.मी.
- 3] d) 30°
- 4] c) 7 cm
- 5] b) 4 cm
- 6] $\angle NOP = 55^\circ$
- 7] $\angle AOB = 110^\circ$
- 8] $\angle LKN = 25^\circ$
- 9] $\angle ABD = 70^\circ$

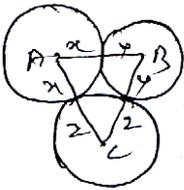
10] तीन बाह्यस्पर्श करणाऱ्या वर्तुळांच्या मध्यबिंदूना जोडून तयार होणाऱ्या त्रिकोणाची परिमिती = $2 \times$ (त्रिज्येची बेरीज)

$$= 2 (3+4+5)$$

$$= 24 \text{ cm}$$

II] 2 गुणांचे प्रश्न

11] तीन बाह्यस्पर्श करणाऱ्या वर्तुळांच्या त्रिज्या x, y व z cm मानू



मध्यबिंदू A व B मधील अंतर $AB = x + y = 7 \text{ cm}$

मध्यबिंदू B व C मधील अंतर $BC = y + z = 8 \text{ cm}$

मध्यबिंदू C व A मधील अंतर $CA = z + x = 9 \text{ cm}$

$$\therefore x + y = 7 \quad (1)$$

$$y + z = 8 \quad (2)$$

$$z + x = 9 \quad (3)$$

विधान (1) - (2) करा.

$$x + y = 7$$

$$z + y = 8$$

$$(-) \quad (-) \quad (-)$$

$$x - z = -1 \dots\dots\dots (4)$$

विधान (3) व (4) यांची बेरीज करा.

$$\begin{array}{r} + \quad x + z = 9 \\ \quad \quad x - z = -1 \\ \hline 2x = 8 \end{array}$$

$$x = \frac{8}{2}$$

$$x = 4 \text{ cm}$$

विधान (1) वरून

$$\begin{aligned} y &= 7 - x \\ &= 7 - 4 \end{aligned}$$

$$\boxed{y = 3}$$

विधान (2) वरून

$$\begin{aligned} z &= 8 - y \\ &= 8 - 3 \end{aligned}$$

$$\boxed{y = 5} \text{ cm}$$

12] रचना -

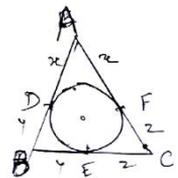
- 1] $r = 5.5 \text{ cm}$ त्रिज्येचे वर्तुळ (C_1) काढा.
- 2] परिघापासून 3.5 cm अंतरावर P बाह्य बिंदू घ्या.
- 3] मध्य व P बिंदू जोडा व दुभागा.
- 4] OP व्यास घेवून C_2 वर्तुळ काढा ते C_1 वर्तुळाला A व B बिंदूत छेदतात. PA व PB जोडा.
- 5] PA व PB या अपेक्षित स्पर्शिका होतात.

13] आकृतीत $AB = 12 \text{ cm}$, $BC = 8 \text{ cm}$, $AC = 10 \text{ cm}$, $BC = 10 \text{ cm}$

वर्तुळास बाह्य बिंदूतून काढलेल्या स्पर्शिका समान असतात.

$$\therefore AD = AF = x \text{ मानू}$$

$$BD = BE = y \text{ मानू}$$



$$CE = CF = Z \text{ मानू}$$

$$\text{आता } \therefore x + y = 12 \quad (1)$$

$$Y + z = 8 \quad (2)$$

$$Z + x = 10 \quad (3)$$

विधान (1) - (2) करा.

$$x + y = 12$$

$$y - z = 8$$

$$\begin{array}{r} (-) \quad (-) \\ \hline \end{array}$$

$$x - 2 = 4 \quad \dots\dots\dots (4)$$

आता विधान (3) व (4) यांची बेरीज करा.

$$\begin{array}{r} + \quad z + x = 10 \\ \quad x - z = 4 \\ \hline \end{array}$$

$$2x = 14$$

$$x = 7 \text{ cm}$$

विधान (1) वरून $y = 12 - x = 12 - 7 = 5 \text{ cm}$

विधान (2) वरून $z = 8 - y = 8 - 5 = 3 \text{ cm}$

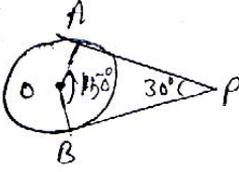
$$\therefore x = 7, y = 5, \text{ व } z = 3 \text{ cm}$$

14] रचना 1] 3.5 cm त्रिज्येचे वर्तुळ काढा.

2] वर्तुळात परस्पराशी लंब असणारे व्यास काढा.

3] व्यासाच्या अंत्यबिंदूतून स्पर्शिका काढा.

15]



वर्तुळास बाह्य बिंदूतून स्पर्शिका काढल्यास स्पर्शिकेमधील कोन व स्पर्श बिंदूतून काढलेल्या त्रिज्येमधील कोन हे पूरक असतात.

$$\therefore \angle AOB + \angle APB = 180^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 180 - 30$$

$$\angle AOB = 150^\circ$$

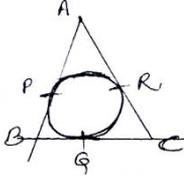
\therefore रचना (1) प्रथम 3.5 cm त्रिज्येचे वर्तुळ काढा.

(2) वर्तुळात परस्पराशी 150° अंशाचा कोन करणाऱ्या दोन त्रिज्या काढा.

(3) त्रिज्येच्या मध्य नसलेल्या अंत्यबिंदूतून वर्तुळाला स्पर्शिका काढा.

(4) स्पर्शिकेमधील कोन 30° चा होईल.

16]



सिध्दता : आकृतीत AB, BC व CA या बाजू वर्तुळास P, Q व R बिंदूत स्पर्श करतात. आता बाह्य बिंदूतून काढलेल्या स्पर्शिका समान असतात.

$$\therefore PA = PR$$

$$BP = BQ$$

$$CG = CR \text{ होईल.}$$

आता ΔABC ची परिमिती = $AB + BC + CA$

$$= AP + PB + BQ + CQ + CR + AR$$

$$= AP + BQ + BQ + CR + CR + AP$$

$$= 2AP + 2BQ + 2CR$$

$$= 2(AP + BQ + CR)$$

17] वरील उदाहरण (2) प्रमाणे रचना करा.

18] वरील उदाहरण (2) प्रमाणे रचना करा.



14.3 वर्तुळ (Circle)

CARD - 3

I] बहुपर्यायी प्रश्न

- 1] a) आंतर स्पर्श करतात.
- 2] c) 3 cm
- 3] a) 25°
- 4] c) 6 cm
- 5] b) 70°

II] 2 गुणांचे प्रश्न

$$6] l^2 = r^2 - d^2$$

येथे d = लहान वर्तुळाची त्रिज्या = 5

r = मोठ्या वर्तुळाची त्रिज्या = 13

$$\therefore l^2 = 13^2 - 5^2$$

$$\therefore l = 12$$

$$\therefore \text{ज्या } 2l = 24 \text{ cm}$$

7] उदाहरणातील सुचने प्रमाणे कृती करा.

8] त्रिज्यांतील कोन = 180° - स्पर्शिकातील कोन, (या सुत्रावरून त्रिज्यांतील कोन मिळवा व त्रिज्यांच्या परिघावरील बिंदूतून स्पर्शिका काढा व छेदण्यासाठी वाढवा.)

9] $DSOP$ मध्ये $\angle D = 90^\circ \leftarrow AD \perp DC$ व $DS = DP$ तसेच $\angle DPO = 90^\circ$ कारण AD स्पर्शिका व P स्पर्शबिंदू

$\therefore DSOP$ हा चौरस आहे.

$$1] DS = DC - CS$$

$$2] CS = CQ$$

$$3] CQ = BC - QR = 38 - 27 = 11 \text{ cm}$$

$$DS = 25 - 11 = 14 \text{ cm}$$

10] येथे स्पर्शिका आणि स्पर्श बिंदूतून काढलेल्या त्रिज्या चौरस तयार करतात. तेंव्हा 5 cm त्रिज्येचे वर्तुळ काढा. आणि परस्परांत 90° कोन करणाऱ्या दोन त्रिज्या काढा व परिघावरील बिंदूतून स्पर्शिका काढा.

3 व 4 गुणांचे प्रश्न

11] $d = R - r$ सुत्राने वर्तुळांच्या मध्यातील अंतर काढा. वर्तुळे रचा आणि आंतर स्पर्श बिंदूतून स्पर्शिका काढा.

12] रचना करा व स्पर्शिकेची लांबी $t = \sqrt{d^2 - (R - r)^2}$ सुत्राने पडताळा.

13] वरील उदाहरणाच्या सुत्रावरून d मिळवा व पुढे कृती करा.

14] रचना करा व $t = \sqrt{d^2 - (R + r)^2}$ सुत्राने स्पर्शिकेची लांबी पडताळा.

15] $OC + AO = 6 \text{ cm}$ यावरून OC मिळवा.

काटकोन ΔOPC मध्ये पायथॅगोरसचे प्रमेय वापरा.

त्रिज्या समान असतात या गुणधर्माच्या आधारे समीकरण रचा व सोडवा.

$$x = 2.4 \text{ cm} \text{ मिळेल.}$$

16] ΔABC हा समवृद्धिभूज त्रिकोण व $\angle ABC$ शिरोकोन समवृद्धिभूज त्रिकोणाच्या कोनांच्या गुणधर्माच्या आधारे $\angle C$ काढा. पुढे परिघस्थ व केंद्रस्थ कोनांच्या संबंधावरून $\angle AOB$ मिळवा त्यानंतर $\angle ADB = 180 - \angle AOB$ ने मिळवा.



15.1 मापने (Mesuration)

CARD - 1

1] बहुपर्यायी प्रश्न

- 1] c) रोड रोलर
- 2] c) 2
- 3] b) वृत्तचिती
- 4] b) $2\pi rh$
- 5] c) $2\pi rh + \pi r^2$
- 6] c) 942.85 चौ. सें.मी.
- 7] b) $h = 3r$

वृत्तचितीची उत्तरे

(i)

अ.नं.	पार्श्व पृष्ठफळ चौ. एकक	संपूर्ण पृष्ठफळ चौ. एकक	घनफळ घन एकक
1	88	113.14	176
2	264	320.57	396
3	132	188.57	198
4	176	100.57	176
5	462	539	808.5
6	462	619.14	1155
7	242	281.29	302.5

(ii)

अ.नं.	पार्श्व पृष्ठफळ चौ. एकक	संपूर्ण पृष्ठफळ चौ. एकक	घनफळ घन एकक
1	1540	1848	5390
2	942.86	1100	2357.14
3	792	1018.29	2376
4	277.2	333.77	415.8
5	1082.4	1188.06	2218.92
6	3252.48	533.09	766.66

(iii)

1] वृत्तचितीची उंची $h = 7$ सें.मी.

पार्श्वपृष्ठफळ = 1320 चौ.सें.मी.

तळाची त्रिज्या $r = ?$ वृत्तचितीचे पार्श्वपृष्ठफळ = $2\pi rh$

$$1320 = 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 7$$

$$\Rightarrow r = \frac{1320}{44}$$

$$\therefore r = 30 \text{ सें.मी.}$$

2] पूर्ण पृष्ठफळ = 1320 चौ.सें.मी.

व्यास $d = 20$ सें.मी.त्रिज्या $r = \frac{d}{2} = \frac{20}{2} = 10$ सें.मी.उंची $h = ?$ पूर्ण पृष्ठफळ = $2\pi r (r + h)$

$$1320 = 2 \times \frac{22}{7} \times 10 (10 + h)$$

$$\frac{7 \times 1320}{10 \times 44} = 10 + h$$

$$\therefore h = 21 - 10 = 10 \text{ सें.मी.}$$

3] उंची $h = 14$ मी. घनफळ $v = 1320$ घ.मी. त्रिज्या $r = ?$ वृत्तचितीचे घनफळ = $\pi r^2 h$

$$1320 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 14^2$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{1320}{44}$$

$$\Rightarrow r^2 = 30$$

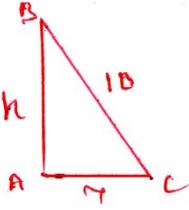
$$\therefore r = \sqrt{30} = 5.48 \text{ मी.}$$

शंकू (Cone)

$$1] \ 1] \ l = 10 \text{ सें.मी.}, \ r = 7 \text{ सें.मी.}$$

$$\begin{aligned} \text{पार्श्वपृष्ठफळ} &= \pi r l \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 10 \\ &= 220 \text{ चौ.सें.मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{पूर्ण पृष्ठफळ} &= \pi r (r + l) \\ &= \frac{22}{7} \times 7^1 (7 + 10) \\ &= 22 \times 17 \\ &= 374 \text{ चौ.सें.मी.} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 10^2 &= h^2 + 7^2 \\ \Rightarrow h^2 &= 10^2 - 7^2 \\ h^2 &= 100 - 49 = 51 \\ h &= \sqrt{51} = 7.14 \text{ सें.मी.} \end{aligned}$$

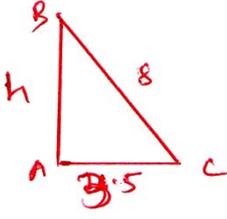
$$\begin{aligned} \text{घनफळ} &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^2 \times 7.14 \\ &= 366.52 \text{ घन सें.मी.} \end{aligned}$$

2] -

$$3] \ l = 8 \text{ सें.मी.} \quad r = 3.5 \text{ सें.मी.}$$

$$\begin{aligned} \text{पार्श्वपृष्ठफळ} &= \pi r l \\ &= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 8 \\ &= 88 \text{ चौ.सें.मी.} \end{aligned}$$

$$\text{पूर्ण पृष्ठफळ} = \pi r (r + l)$$



$$= \frac{22}{7} \times 3.5 (3.5 + 8)$$

$$= 126.5 \text{ चौ.सें.मी.}$$

OR

$$h = \sqrt{8^2 - (3.5)^2}$$

$$= \sqrt{64 - 12.25}$$

$$= \sqrt{51.75}$$

$$h = 7.2 \text{ cm}$$

$$\text{घनफळ } v = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 7.2$$

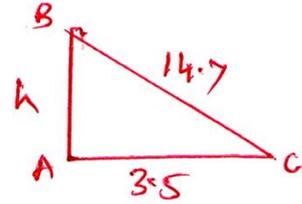
$$= 92.4 \text{ घन सें.मी.}$$

4] $l = 14.7$ सें.मी. $r = 3.5$ सें.मी.

$$\text{पार्श्वपृष्ठफळ} = \pi r l$$

$$= \frac{22}{7} \times 3.5 \times 14.7$$

$$= 161.7 \text{ चौ.सें.मी.}$$



$$\text{पूर्ण पृष्ठफळ} = \pi r (r + l)$$

$$= \frac{22}{7} \times 3.5 (3.5 + 14.7)$$

$$= 200.2 \text{ चौ.सें.मी.}$$

$$\text{घनफळ } v = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (3.5)^2 \times 14.3$$

$$= 183.2 \text{ घन सें.मी.}$$

$$h = \sqrt{(14.7)^2 - (3.5)^2}$$

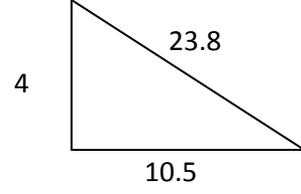
$$= \sqrt{216.09 - 12.25}$$

$$= \sqrt{203.84}$$

$$h = 14.3 \text{ cm}$$

$$5] \quad l = 23.8 \text{ सें.मी.} \quad r = 10.5 \text{ सें.मी.}$$

$$\begin{aligned} \text{पार्श्वपृष्ठफळ} &= \pi r l \\ &= \frac{22}{7} \times 10.5 \times 23.8 \\ &= 785.4 \text{ चौ.सें.मी.} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{पूर्ण पृष्ठफळ} &= \pi r (r + l) \\ &= \frac{22}{7} \times 10.5 (10.5 + 23.8) \\ &= 1131.9 \text{ चौ.सें.मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{घनफळ } v &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (10.5)^2 \times 21.4 \\ &= 2471.7 \text{ घन सें.मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{(23.8)^2 - (10.5)^2} \\ &= \sqrt{566.44 - 110.25} \\ &= \sqrt{456 - 19} \\ h &= 21.4 \text{ cm} \end{aligned}$$

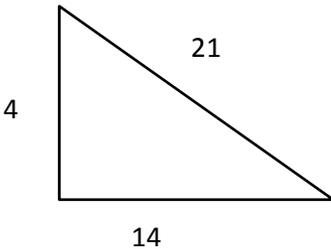
$$||] 1] \quad l = 21 \text{ सें.मी.}, \quad d = 28 \text{ सें.मी.} \quad \therefore r = 14 \text{ सें.मी.}$$

$$\begin{aligned} \text{पार्श्वपृष्ठफळ} &= \pi r l \\ &= \frac{22}{7} \times 14 \times 21 \\ &= 924 \text{ चौ.सें.मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{पूर्ण पृष्ठफळ} &= \pi r (r + l) \\ &= \frac{22}{7} \times 14 (14 + 21) \\ &= 1540 \text{ चौ.सें.मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{घनफळ } v &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14^2 \times 15.7 \\ &= 3223.7 \text{ घन सें.मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h &= \sqrt{21^2 - 14^2} \\ &= \sqrt{441 - 196} \\ &= \sqrt{245} \\ h &= 15.7 \text{ cm} \end{aligned}$$

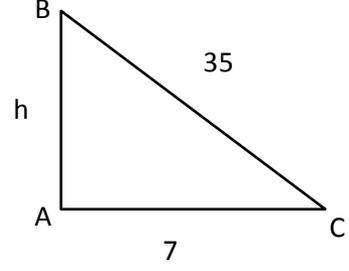


$$3] \quad l = 35 \text{ सें.मी.}, d = 14 \text{ सें.मी.} \therefore r = 7 \text{ सें.मी.}$$

$$\begin{aligned} \text{पार्श्वपृष्ठफळ} &= \pi r l \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 35 \\ &= 770 \text{ चौ.सें.मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{पूर्ण पृष्ठफळ} &= \pi r (r + l) \\ &= \frac{22}{7} \times 7 (7 + 35) \\ &= 924 \text{ चौ.सें.मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{घनफळ } v &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^2 \times 34.1 \\ &= 1750.5 \text{ घन सें.मी.} \end{aligned}$$



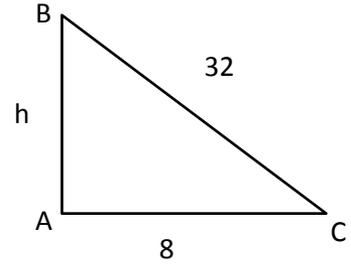
$$\begin{aligned} h &= \sqrt{35^2 - 7^2} \\ &= \sqrt{1225 - 49} \\ &= \sqrt{1176} \\ h &= 34.1 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$5] \quad l = 32 \text{ सें.मी.}, d = 16 \text{ सें.मी.} \therefore r = 8 \text{ सें.मी.}$$

$$\begin{aligned} \text{पार्श्वपृष्ठफळ} &= \pi r l \\ &= \frac{22}{7} \times 8 \times 32 \\ &= 804.6 \text{ चौ.सें.मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{पूर्ण पृष्ठफळ} &= \pi r (r + l) \\ &= \frac{22}{7} \times 8 (8 + 32) \\ &= 1005.7 \text{ चौ.सें.मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{घनफळ } v &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 8^2 \times 30.1 \\ &= 2018.10 \text{ घन सें.मी.} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} h &= \sqrt{32^2 - 8^2} \\ &= \sqrt{1024 - 64} \\ &= \sqrt{960} \\ h &= 30.1 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$III] 1] \quad \text{वक्रपृष्ठफळ} = 176 \text{ चौ.सें.मी.} \quad r = 7 \text{ सें.मी.}, l = ?$$

$$\begin{aligned} \text{वक्रपृष्ठफळ} &= \pi r l \\ 176 &= \frac{22}{7} \times 7 \times l \\ \Rightarrow \frac{176}{22} &= l \\ \therefore l &= 8 \text{ सें.मी.} \end{aligned}$$

$$2] \quad \text{वक्रपृष्ठफळ} = 60 \pi \text{ चौ.सें.मी. } l = 8 \text{ सें.मी.}, r = ?$$

$$\text{वक्रपृष्ठफळ} = \pi r l$$

$$60 \pi = \pi \times r \times 8$$

$$\Rightarrow r = \frac{60}{8}$$

$$\therefore r = 7.5 \text{ सें.मी.}$$

$$3] \quad \text{घनफळ } v = 2310 \text{ घ.सें.मी.}, h = 20 \text{ सें.मी.}, r = ?$$

$$v = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$2310 = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times r^2 \times 20$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{2310 \times 3 \times 7}{22 \times 20}$$

$$\therefore r^2 = \frac{48510}{440}$$

$$r = \sqrt{110.25}$$

$$r = 10.5 \text{ सें.मी.}$$

गोल आणि अर्धगोल

$$1] \text{ A] गोलाचे वक्रपृष्ठफळ} = 4 \pi r^2 \quad r = 14 \text{ सें.मी.}$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14$$

$$= 2464 \text{ चौ.सें.मी.}$$

$$\text{B] गोलाचे वक्रपृष्ठफळ} = 4 \pi r^2 \quad r = 2.8 \text{ सें.मी.}$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 2.8 \times 2.8$$

$$= 98.56 \text{ चौ.सें.मी.}$$

$$\text{C] गोलाचे वक्रपृष्ठफळ} = 4 \pi r^2 \quad r = 6.3 \text{ सें.मी.}$$

$$= 4 \times \frac{22}{7} \times 6.3 \times 6.3$$

$$= 493.96 \text{ चौ.सें.मी.}$$

$$\begin{aligned}
 \text{D] गोलाचे वक्रपृष्ठफळ} &= 4 \pi r^2 & r &= 21 \text{ सें.मी.} \\
 &= 4 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21 \\
 &= 5544 \text{ चौ.सें.मी.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{II] a) अर्धगोलाचे पूर्णपृष्ठफळ} &= 3 \pi r^2 & r &= 7 \text{ सें.मी.} \\
 &= 3 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \\
 &= 462 \text{ चौ.सें.मी.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) अर्धगोलाचे पूर्णपृष्ठफळ} &= 3 \pi r^2 & r &= \frac{7}{22} \text{ सें.मी.} \\
 &= 3 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{22} \times \frac{7}{22} \\
 &= 0.95 \text{ चौ.सें.मी.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) अर्धगोलाचे पूर्णपृष्ठफळ} &= 3 \pi r^2 & r &= 7.5 \text{ सें.मी.} \\
 &= 3 \times \frac{22}{7} \times 7.5 \times 7.5 \\
 &= 530.36 \text{ चौ.सें.मी.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{III] a) अर्धगोलाचे घनफळ} &= \frac{2}{3} \pi r^3 & r &= 14 \text{ सें.मी.} \\
 &= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 14 \\
 &= 5,749.93 \text{ घ.सें.मी.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) अर्धगोलाचे घनफळ} &= \frac{2}{3} \pi r^3 & r &= 2.1 \text{ सें.मी.} \\
 &= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1 \\
 &= 19.404 \text{ घ.सें.मी.}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) अर्धगोलाचे घनफळ} &= \frac{2}{3} \pi r^3 & r &= 7 \text{ सें.मी.} \\
 &= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7 \\
 &= 718.66 \text{ घ.सें.मी.}
 \end{aligned}$$

IV] a) गोलाचे घनफळ = $\frac{4}{3} \pi r^3$ $r = 7$ सें.मी.
= $\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7$
= 1437.3 घ.सें.मी.

b) गोलाचे घनफळ = $\frac{4}{3} \pi r^3$ $r = 30$ सें.मी.
= $\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 30 \times 30 \times 30$
= $\frac{2376000}{21}$
= 113142.86 घ.सें.मी.

c) गोलाचे घनफळ = $\frac{4}{3} \pi r^3$ $r = 2.1$ सें.मी.
= $\frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1$
= 38.81 घ.सें.मी.



15.2 मापने (Mesuration)

1] गोलाची त्रिज्या $r = 4.3$ सें.मी.

वृत्तचितीची त्रिज्या $r = 6$ सें.मी.

वृत्तचितीचे घनफळ = गोलाचे घनफळ

$$\begin{aligned}\pi r^2 h &= \frac{4}{3} \pi R^3 \\ h &= \frac{4R^3}{3r^2} \\ &= \frac{4 \times 4.3 \times 4.3 \times 4.3}{3 \times 6 \times 6} \\ &= \frac{318.028}{108} \\ h &= 2.94 \text{ सें.मी.}\end{aligned}$$

2] गोलाचे त्रिज्या $r_1 = 6$ सें.मी., $r_2 = 8$ सें.मी., $r_3 = 10$ सें.मी.

$$\begin{aligned}\text{एकूण घनफळ} &= \frac{4}{3} \pi r_1^3 + \frac{4}{3} \pi r_2^3 + \frac{4}{3} \pi r_3^3 \\ &= \frac{4}{3} \pi (r_1^3 + r_2^3 + r_3^3)\end{aligned}$$

एकूण घनफळ = तयार केलेल्या गोलाचे घनफळ

$$\therefore \text{तयार केलेल्या गोलाचे घनफळ} = \frac{4}{3} \pi (r_1^3 + r_2^3 + r_3^3)$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (r_1^3 + r_2^3 + r_3^3)$$

$$R^3 = r_1^3 + r_2^3 + r_3^3$$

$$R^3 = 6^3 + 8^3 + 10^3$$

$$R^3 = 1728$$

$$\therefore \sqrt[3]{R^3} = \sqrt[3]{1728}$$

$$\therefore R = 12 \text{ सें.मी.}$$

3] शंकूची उंची $h = 12$ सें.मी., तळाची त्रिज्या $r = 3$ सें.मी., गोलाची त्रिज्या = ?

गोलाचे घनफळ = शंकूचे घनफळ

$$\frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$4R^3 = r^2 h$$

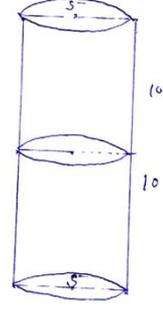
$$R^3 = \frac{r^2 h}{4} = \frac{3 \times 3 \times 12}{4}$$

$$R^3 = 27$$

$$\therefore R = 3 \text{ सें.मी.}$$

4] एकूण उंची = $10 + 10 = 20$ सें.मी., त्रिज्या $r = 5$ सें.मी.,

$$\begin{aligned} \text{संपूर्ण पृष्ठफळ} &= 2\pi r (r + h) \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 5 (20 + 5) \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 5 \times 25 \\ &= 785.71 \text{ चौ.सें.मी.} \end{aligned}$$



5] गोलाचा व्यास $D = 10$ सें.मी. \therefore त्रिज्या $R = 5$ सें.मी.

तारेचा (वृत्तचिती) चा व्यास $d = 0.2$ सें.मी. \therefore त्रिज्या $r = 0.1$ सें.मी. तारेची लांबी $h = ?$

तारेचे घनफळ = गोलाचे घनफळ

$$\begin{aligned} \pi r^2 h &= \frac{4}{3} \pi R^3 \\ h &= \frac{4 \times R^3}{3 \times r^2} = \frac{4 \times 5 \times 5 \times 5}{3 \times 0.1 \times 0.1} \\ &= \frac{500}{0.03} \\ &= 16,666.67 \text{ सें.मी.} \end{aligned}$$

6] अर्धगोलाचा व्यास $D = 30$ सें.मी. \therefore त्रिज्या $R = 15$ सें.मी.

बाटलीची (वृत्तचिती) ची त्रिज्या $r = 3$ सें.मी. उंची $h = 6$ सें.मी.

$$\begin{aligned} \text{वृत्तचितीचे घनफळ} &= \pi r^2 h \\ &= \pi \times 3^2 \times 6 \end{aligned}$$

बाटल्यांची संख्या n मानू

\therefore बाटल्यांचे एकूण घनफळ = अर्धगोलाचे घनफळ

$$\begin{aligned} n \pi \times 3^2 \times 6 &= \frac{2}{3} \times \pi \times 15^3 \\ &= \frac{2 \times 15^3}{3 \times 3^2 \times 6} = \frac{6750}{162} \\ \therefore n &= 41.67 \end{aligned}$$

\therefore आवश्यक बाटल्यांची संख्या $n = 42$ होय.

7] फ्रस्टमच्या तळाचा व्यास = 40 सें.मी. \therefore त्रिज्या $r_1 = 20$ सें.मी.

फ्रस्टमच्या माथ्याचा व्यास = 30 सें.मी. \therefore त्रिज्या $r_2 = 15$ सें.मी.

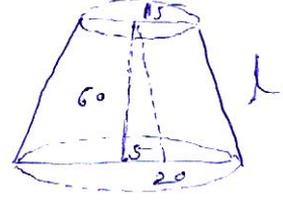
खोली (उंची) $h = 60$ सें.मी.

$$l^2 = 60^2 + 5^2$$

$$l = \sqrt{3600 + 25}$$

$$l = \sqrt{3625}$$

$$l = 60.2 \text{ सें.मी.}$$



$$\begin{aligned} \text{पार्श्वपृष्ठफळ} &= \pi(r_1 + r_2) \\ &= \frac{22}{7} \times (20 + 15) \\ &= 110 \text{ चौ. सें.मी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{संपूर्णपृष्ठफळ} &= \pi \langle (r_1 + r_2)l + r_1^2 + r_2^2 \rangle \\ &= \frac{22}{7} \langle (20 + 15) 60.2 + 15^2 + 20^2 \rangle \\ &= \frac{22}{7} \langle 2107 + 225 + 400 \rangle \\ &= 8586.29 \text{ चौ. सें.मी.} \end{aligned}$$

8] बादलीच्या माथ्याची त्रिज्या $r_1 = 45$ सें.मी.

तळाची त्रिज्या $r_2 = 28$ सें.मी.

उंची $h = 77$ सें.मी.

$$\begin{aligned} \text{घनफळ} &= \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 77 (45^2 + 28^2 + 45 \times 28) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 77 (2025 + 784 + 1260) \\ &= \frac{6892886}{21} \\ &= 328232.67 \text{ घ.सें.मी.} \end{aligned}$$

\therefore बादलीची क्षमता = 328232.67 घ.सें.मी.



15.3 मापने (Mesuration)

$$1] r \text{ त्रिज्या असलेल्या अर्धगोलाकार भांड्याचे घनफळ} = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$\begin{aligned} \frac{r}{2} \text{ त्रिज्या असलेल्या गोलाचे घनफळ} &= \frac{4}{3} \pi \left(\frac{r}{2}\right)^3 \\ &= \frac{4}{3} \pi \frac{r^3}{8} \\ &= \frac{\pi r^3}{6} \end{aligned}$$

जेव्हा गोलाकृती घन पाण्यात टाकतो. तेव्हा त्याच्या घनफळाइतके पाणी उत्सर्जीत होते.

$$\begin{aligned} \therefore \text{भांड्यातील शिल्लक पाणी} &= \frac{2}{3} \pi r^3 - \frac{\pi r^3}{6} \\ &= \frac{4\pi r^3 - \pi r^3}{6} \\ &= \frac{3\pi r^3}{6} \\ &= \frac{\pi r^3}{2} \text{ घ. एकक} \end{aligned}$$

$$2] \text{अर्धगोलाचा व्यास } D = 36 \text{ सें.मी.} \therefore \text{त्रिज्या } r = \frac{36}{2} = 18 \text{ सें.मी.}$$

$$\begin{aligned} \text{अर्धगोलाचे घनफळ} &= \frac{2}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{2}{3} \times \pi \times 18^3 \end{aligned}$$

$$\text{वृत्तचितीची त्रिज्या} = 3 \text{ सें.मी. उंची } h = 6 \text{ सें.मी.}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{वृत्तचितीचे घनफळ} &= \pi r^2 h \\ &= \pi \times 3^2 \times 6 \end{aligned}$$

भांडे रिकामे करण्यासाठी लागणाऱ्या बाटल्यांची संख्या n मानू

$$\therefore n \text{ बाटल्याचे घनफळ} = n \times \pi \times 3^2 \times 6$$

$$\text{अर्धगोलाचे घनफळ} = n \text{ बाटल्यांचे घनफळ}$$

$$\frac{2}{3} \times \pi \times 18^3 = n \times \pi \times 3^2 \times 6$$

$$\therefore \frac{\frac{2}{3} \times \pi \times 18^3}{\pi \times 3^2 \times 6} = n$$

$$\therefore \frac{\frac{2}{3} \times \pi \times 18 \times \frac{3}{18} \times \frac{2}{18}}{\pi \times 9 \times 6} = n$$

$$\therefore n = 18 \times 2 \times 2$$

$$\therefore n = 72$$

\therefore बाटल्यांची संख्या 72 होय.

3] एकूण वापरलेले कॅनव्हास = वृत्तचितीचे पार्श्वपृष्ठफळ + शंकूचे पार्श्वपृष्ठफळ

$$= 2\pi rh + \pi rl$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 52.5 \times 3 + \frac{22}{7} \times 52.5 \times 53$$

$$= \frac{22}{7} \times 52.5 (6 + 53)$$

$$= 9735 \text{ चौ.मी.}$$

4] $AC = 10.2$ सें.मी., $OB = OC = OD = 4.2$ सें.मी.

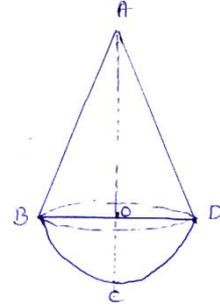
अर्धगोलाची त्रिज्या 'r' मानू

खेळण्याची उंची 'h' मानू

$$r = 4.2 \text{ सें.मी.}$$

$$h = AO = AC - OC = 10.2 - 4.2 = 6 \text{ सें.मी.}$$

शंकूच्या तळाची त्रिज्या $OB = r = 4.2$ सें.मी.



\therefore खेळण्याचे घनफळ = शंकूचे घनफळ + अर्धगोलाचे घनफळ

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h + \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{\pi r^2}{3} (h + 2r)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (4.2)^2 (6 + 2 \times 4.2)$$

$$= 266.11 \text{ घ.सें.मी.}$$

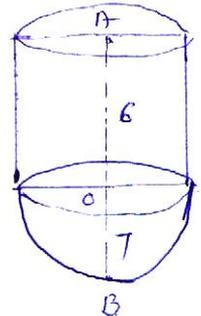
5] अर्धगोलाकार वाटीची त्रिज्या r आणि वृत्तचितीची उंची h मानू

$$r = 7 \text{ सें.मी. } h = 6 \text{ सें.मी. } (\therefore 13 - 7 = 6 \text{ cm})$$

पात्राची क्षमता = वृत्तचितीचे घनफळ + अर्धगोलाचे घनफळ

$$= \pi r^2 h + \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= \pi r^2 \left[h + \frac{2}{3} r \right]$$



$$= \frac{22}{7} \times 7^2 \left[6 + \frac{2}{3} \times 7 \right]$$

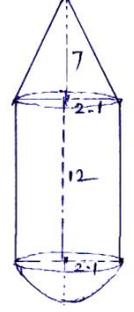
$$= 1642.66 \text{ घ.सें.मी.}$$

6] खेळण्याचे घनफळ = शंकूचे घनफळ + वृत्तचितीचे घनफळ + अर्धगोलाचे घनफळ

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h + \pi r^2 h + \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (2.1)^2 \times 7 + \frac{22}{7} \times (2.1)^2 \times 12 + \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (2.1)^3$$

$$= 218.064 \text{ घ.सें.मी.}$$



7] BPC हा अर्धगोल आणि ABC हा शंकू जो अर्धगोलावर बसविलेला आहे.

$EFGH$ हा वृत्तचिती मानू

शंकूची उंची $OA = 2$ सें.मी.

शंकूचा व्यास $BC = 4$ सें.मी.

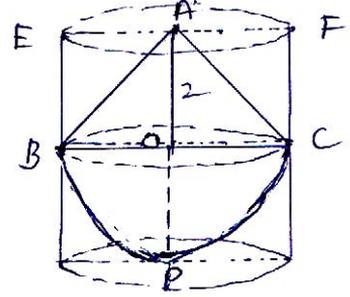
\therefore शंकूची त्रिज्या $BO = 2$ सें.मी. = OP

$\therefore AP = AO + OP = 2 + 2 = 4$ सें.मी.

वृत्तचितीचे घनफळ = $\pi r^2 h$

$$= \pi \times 2^2 \times 4$$

$$= 16 \pi \text{ घ.सें.मी.}$$



खेळण्याचे घनफळ = शंकूचे घनफळ - अर्धगोलाचे घनफळ

$$= \frac{1}{3} \pi r^2 h + \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 2 + \frac{2}{3} \times \pi \times 2^3$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 2^3 + \frac{2}{3} \times \pi \times 2^3$$

$$= \frac{1}{3} \times 2^3 \times \pi (1 + 2) \quad (\because \text{सामाईक काढले})$$

$$= \frac{1}{3} \times 2^3 \times \pi \times 3$$

$$= 8\pi \text{ घ.सें.मी.}$$

\therefore खेळणे व्यापून उरलेले घनफळ = वृत्तचितीचे घनफळ - खेळण्याचे घनफळ

$$= 16 \pi - 8\pi$$

$$= 8 \pi \text{ घ.सें.मी.}$$

8] वृत्तचितीची त्रिज्या = अर्धगोलाची त्रिज्या = $r = 3.5$ सें.मी.

वृत्तचितीची उंची $h = 10$ सें.मी.

वस्तूचे पृष्ठफळ = वृत्तचितीचे पार्श्वपृष्ठफळ + 2 (अर्धगोलाचे पार्श्वपृष्ठफळ)

$$= 2\pi rh + 2(2\pi r^2)$$

$$= 2\pi r[h + 2r]$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.5 [10 + 2 \times 3.5]$$

$$= 2 \times 22 \times 0.5 [10 + 7]$$

$$= 22 \times 1 [17]$$

$$= 22 \times 17$$

$$= 374 \text{ चौ.सें.मी.}$$



15.1 प्रमाणित आराखडा (Scale Drawing)

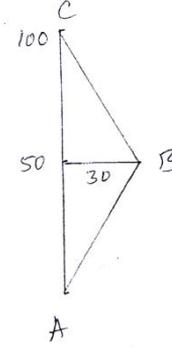
CARD - 1

1] स्केल 1 सें.मी. = 20 एकक

$$\therefore 100 = 5 \text{ सें.मी.}$$

$$50 = 2.5 \text{ सें.मी.}$$

$$30 = 1.5 \text{ सें.मी.}$$



2] स्केल 1 सें.मी. = 20 एकक

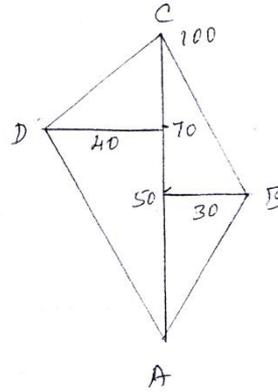
$$\therefore 30 = 1.5 \text{ सें.मी.}$$

$$40 = 2 \text{ सें.मी.}$$

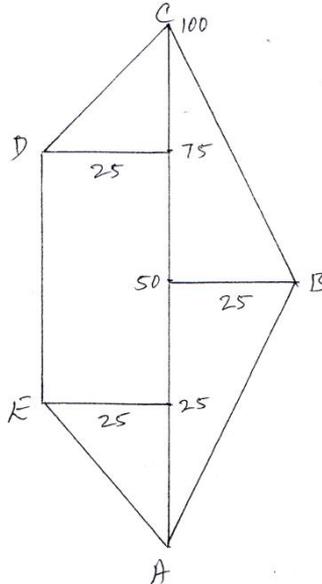
$$50 = 2.5 \text{ सें.मी.}$$

$$70 = 3.5 \text{ सें.मी.}$$

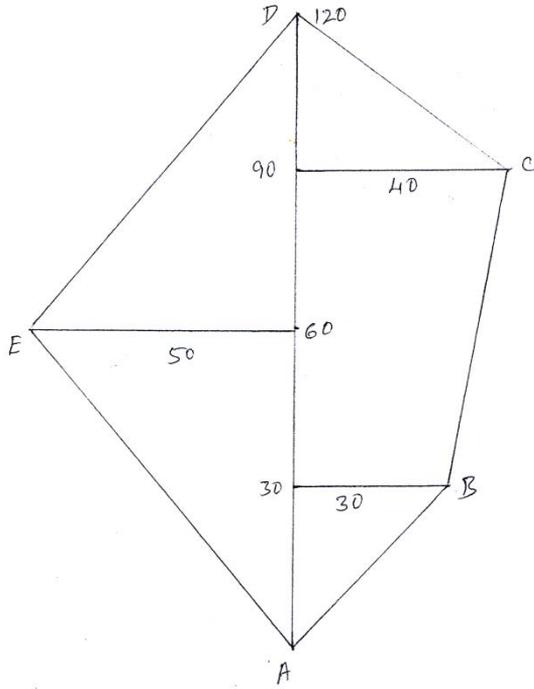
$$100 = 5 \text{ सें.मी.}$$



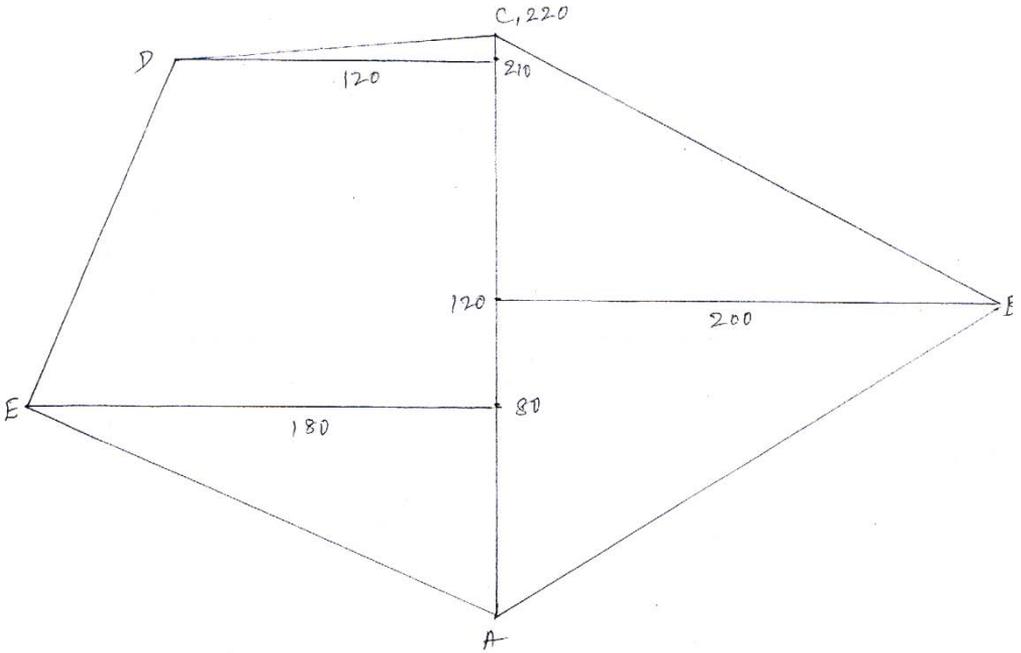
3] स्केल 1 सें.मी. = 10 एकक



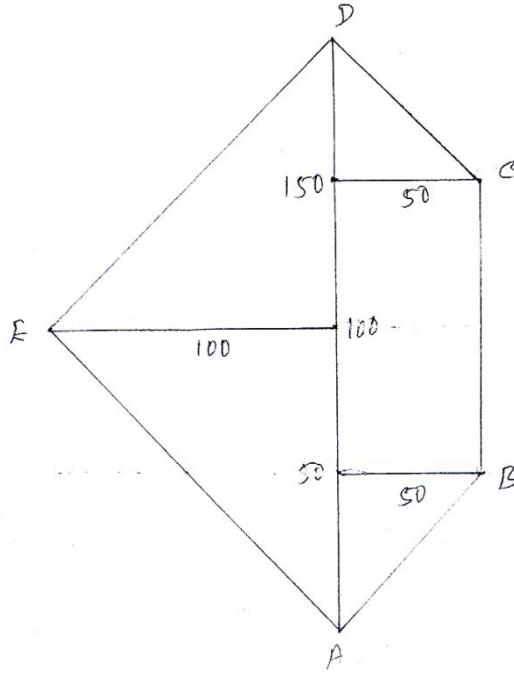
4] स्केल 1 सें.मी. = 10 एकक



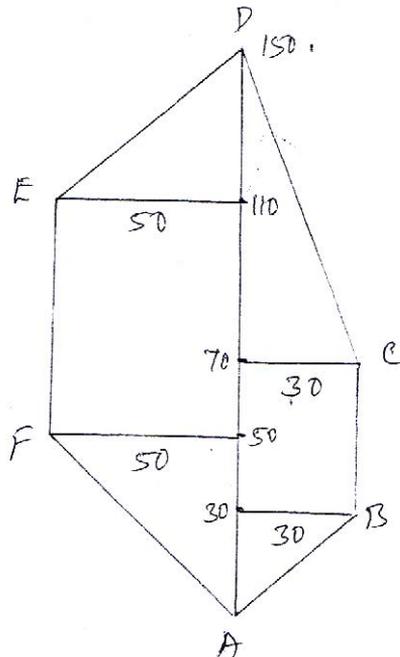
5] स्केल 1 सें.मी. = 20 एकक



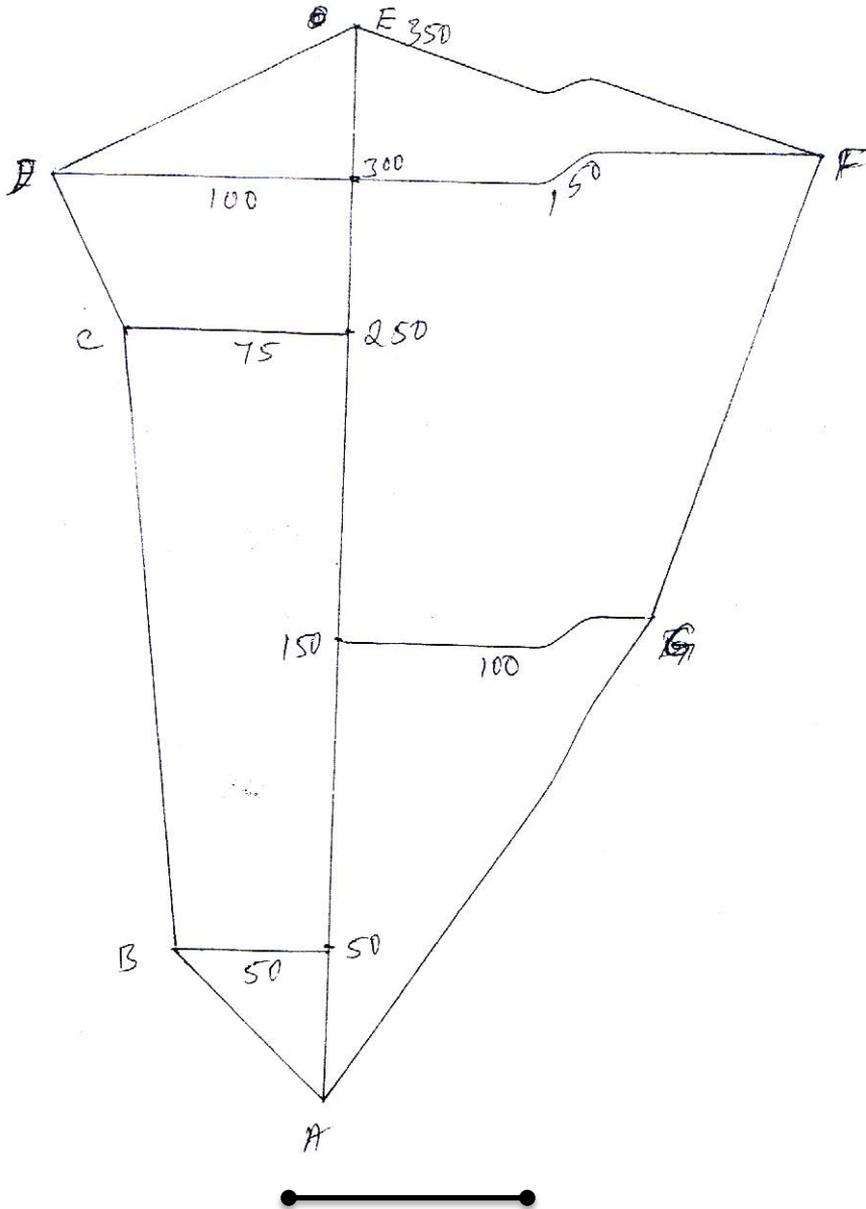
6] स्केल 1 सें.मी. = 20 एकक



7] स्केल 1 सें.मी. = 20 एकक



9] स्केल 1 सें.मी. = 20 एकक



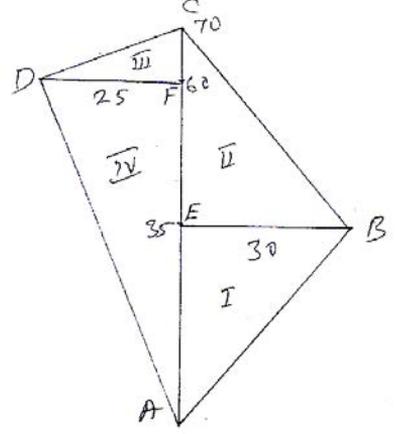
15.2-3 प्रमाणित आराखडा (Scale Drawing)

CARD - 2, 3

1] स्केल 1 सें.मी. = 10 एकक

$$\therefore 1 \text{ एकक} = \frac{1}{10} \text{ सें.मी.}$$

$$\therefore 30 \text{ एकक} = \frac{1}{10} \times 30 = 3 \text{ सें.मी}$$



$$\text{क्षेत्रफळ} = \Delta AEB + \Delta EBC + \Delta DFC + \Delta DFA$$

$$\begin{aligned} \text{I] } \Delta AEB \text{ क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 35 \times 30 = 525 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II] } \Delta EBC \text{ क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 35 \times 30 = 525 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{III] } \Delta DFC \text{ क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 25 = 125 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{IV] } \Delta DFA \text{ क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 60 \times 25 = 750 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ एकूण क्षेत्रफळ} &= \Delta AEB + \Delta EBC + \Delta DFC + \Delta DFA \\ &= 525 + 525 + 125 + 750 \\ &= 1925 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

2] स्केल 1 सें.मी. = 200 एकक

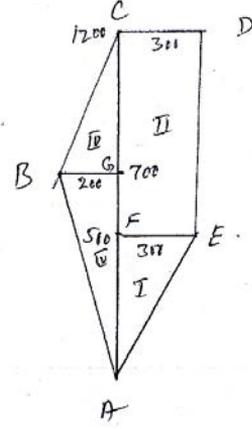
∴ 200 एकक = 1 सें.मी.

∴ 300 एकक = 1.5 सें.मी

500 एकक = 2.5 सें.मी

700 एकक = 3.5 सें.मी

1200 एकक = 6 सें.मी



$$\begin{aligned} \text{I] } \Delta AEF \text{ क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 500 \times 300 = 75,000 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

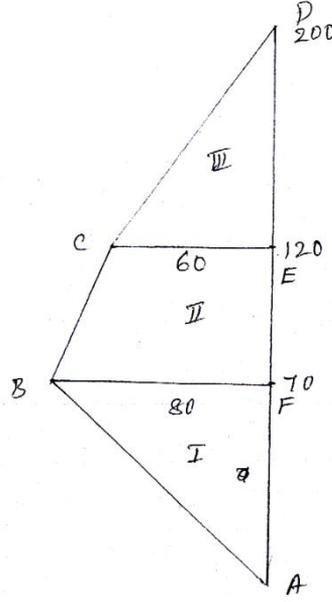
$$\begin{aligned} \text{II] } \Delta BGC \text{ क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 500 \times 200 = 50,000 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{III] } \Delta BGA \text{ क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 700 \times 200 = 70,000 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} FEDC \text{ आयताचे क्षेत्रफळ} &= lb \\ &= 700 \times 300 = 2,10,000 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ एकूण क्षेत्रफळ} &= \Delta AEF + \Delta BGC + \Delta BGA + \text{आयत FEDC} \\ &= 75,000 + 50,000 + 70,000 + 2,10,000 \\ &= 4,05,000 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

3] स्केल 1 सें.मी. = 20 एकक



$$\begin{aligned} \text{I] } \Delta \text{ AFB क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 70 \times 80 = 2800 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II] } \Delta \text{ CED क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 80 \times 60 = 2400 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

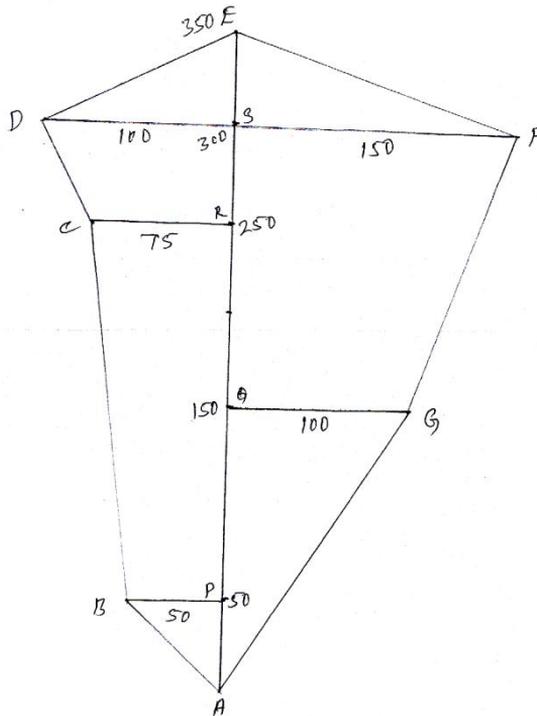
$$\begin{aligned} \text{III] BFEC समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} h (a + b) \\ &= \frac{1}{2} \times 50 (60 + 80) \\ &= \frac{1}{2} \times 50 \times 140 = 3500 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ एकूण क्षेत्रफळ} &= \Delta \text{ AFB} + \Delta \text{ CED} + \text{समलंब चौकोन BFEC} \\ &= 2800 + 2400 + 3500 \\ &= 8700 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{VI] FRSE समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} h (a + b) \\
 &= \frac{1}{2} \times 10 (60 + 75) \\
 &= \frac{1}{2} \times 10 \times 135 = 675 \text{ चौ. एकक}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{एकूण क्षेत्रफळ} &= \Delta APB + \Delta QCD + \Delta ESD + \Delta FRA + \square PBCQ + \square FRSE \\
 &= 612.5 + 1512.5 + 225 + 2812.5 + 450 + 675 \\
 &= 62875 \text{ चौ. एकक}
 \end{aligned}$$

5] स्केल 1 सें.मी. = 25 एकक



$$\begin{aligned} \text{I] } \Delta \text{ ABP क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 50 \times 50 = 1250 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II] } \Delta \text{ DSE क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 50 \times 100 = 2500 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{III] } \Delta \text{ FSE क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 50 \times 150 = 3750 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{IV] } \Delta \text{ AQG क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 150 \times 100 = 7500 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{V] BPRC समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} h (a + b) \\ &= \frac{1}{2} \times 200 (50 + 75) \\ &= \frac{1}{2} \times 200 \times 125 = 12500 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{VI] CRSD समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} h (a + b) \\ &= \frac{1}{2} \times 50 (75 + 100) \\ &= \frac{1}{2} \times 50 \times 175 = 4375 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{VII] GQSF समलंब चौकोनाचे क्षेत्रफळ} &= \frac{1}{2} h (a + b) \\ &= \frac{1}{2} \times 150 (100 + 150) \\ &= \frac{1}{2} \times 150 \times 250 = 18750 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ एकूण क्षेत्रफळ} &= \Delta \text{ ABP} + \Delta \text{ DSE} + \Delta \text{ FSE} + \Delta \text{ AQG} + \square \text{BPRC} + \square \text{CRSD} + \square \text{GQSF} \\ &= 1250 + 2500 + 3750 + 7500 + 12500 + 4375 + 18750 \\ &= 50625 \text{ चौ. एकक} \end{aligned}$$



16.1 जालाकृती आणि बहुपृष्ठके

CARD - 1

1] बहुपर्यायी प्रश्न

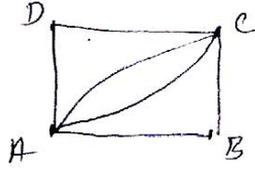
- 1] a) ग्राफ
 2] b) 3
 3] c) 6
 4] b) 2
 5] c) $N + R = A + Z$
 6] c) कमीत कमी दोन विषम पात बिंदू
 7] b) 2
 8] a) 5
 9] c) $F + V = E + 2$
 10] b) 12

II] दिलेल्या ग्राफसाठी यूलर सुत्र पडताळा.

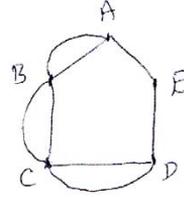
- 1] $N = 4$ $N + R = A + 2$
 $R = 4$ $4 + 4 = 6 + 2$
 $A = 6$ $8 = 8$
- 2] $N = 3$ $N + R = A + 2$
 $R = 5$ $3 + 5 = 6 + 2$
 $A = 6$ $8 = 8$
- 3] $N = 4$ $N + R = A + 2$
 $R = 4$ $3 + 5 = 6 + 2$
 $A = 6$ $8 = 8$
- 4] $N = 7$ $N + R = A + 2$
 $R = 5$ $7 + 5 = 10 + 2$
 $A = 10$ $12 = 12$

III] N, A, R यांच्या दिलेल्या किंमतीवरून ग्राफ काढणे.

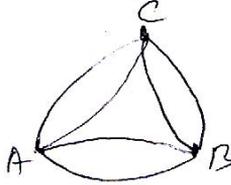
1] $N = 4$
 $R = 4$
 $A = 6$



5] $N = 5$
 $R = 5$
 $A = 8$



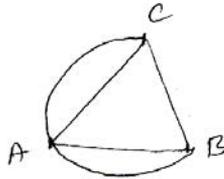
2] $N = 3$
 $R = 5$
 $A = 6$



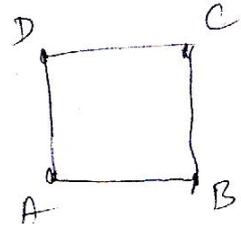
6] $N = 2$
 $R = 3$
 $A = 3$



3] $N = 3$
 $R = 4$
 $A = 5$



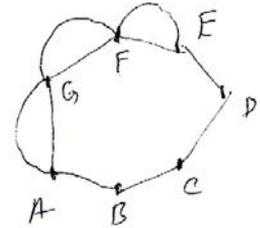
7] $N = 4$
 $R = 2$
 $A = 4$



4] $N = 1$
 $R = 2$
 $A = 1$



8] $N = 7$
 $R = 5$
 $A = 10$



IV] पातबिंदूचा क्रम व प्रकार

आकृती नं.	पातबिंदू	क्रम	प्रकार
1	A	2	समपातबिंदू
	B	2	समपातबिंदू
	C	2	समपातबिंदू
2	X	1	विषमपातबिंदू
	Y	1	विषमपातबिंदू
3	P	2	समपातबिंदू
	Q	2	समपातबिंदू
	R	2	समपातबिंदू
	S	2	समपातबिंदू
4	Z	2	समपातबिंदू
5	K	3	विषमपातबिंदू
	L	3	विषमपातबिंदू
	E	3	विषमपातबिंदू
	F	3	विषमपातबिंदू
	G	3	विषमपातबिंदू
	H	3	विषमपातबिंदू
	O	4	समपातबिंदू

V] प्रवाहित ग्राफ

1 आणि 4 हे प्रवाहित ग्राफ आहेत.

2 आणि 3 हे प्रवाहित ग्राफ आहेत.

VI] घनाकृतीसाठी युलरचे सुत्र = $F + V = E + 2$

1] $F = 6$ $F + V = E + 2$

$V = 8$ $6 + 8 = 12 + 2$

$E = 12$ $14 = 14$

$$2] \quad F = 4 \quad F + V = E + 2$$

$$V = 4 \quad 4 + 4 = 6 + 2$$

$$E = 6 \quad 8 = 8$$

$$3] \quad F = 5 \quad F + V = E + 2$$

$$V = 5 \quad 5 + 5 = 8 + 2$$

$$E = 8 \quad 10 = 10$$

$$4] \quad F = 4 \quad F + V = E + 2 \quad \text{चतुःसमपृष्ठक}$$

$$V = 4 \quad 4 + 4 = 6 + 2$$

$$E = 6 \quad 8 = 8$$

$$5] \quad F = 7 \quad F + V = E + 2 \quad \text{षटकोनी तळाचा लोलक}$$

$$V = 7 \quad 7 + 7 = 12 + 2$$

$$E = 12 \quad 14 = 14$$



16.2-3 जालाकृती आणि बहुपृष्ठके

CARD - 2-3

1] ग्राफसाठी यूलर सुत्र

$$\begin{array}{lll} 1] & N = 3 & N + R = A + 2 \\ & R = 5 & 3 + 5 = 6 + 2 \\ & A = 6 & 8 = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 2] & N = 5 & N + R = A + 2 \\ & R = 4 & 5 + 4 = 7 + 2 \\ & A = 7 & 9 = 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 3] & N = 6 & N + R = A + 2 \\ & R = 6 & 6 + 6 = 10 + 2 \\ & A = 10 & 12 = 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 4] & N = 2 & N + R = A + 2 \\ & R = 3 & 2 + 3 = 3 + 2 \\ & A = 3 & 5 = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 5] & N = 12 & N + R = A + 2 \\ & R = 8 & 12 + 8 = 18 + 2 \\ & A = 18 & 20 = 20 \end{array}$$

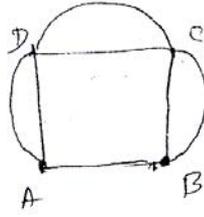
$$\begin{array}{lll} 6] & N = 3 & N + R = A + 2 \\ & R = 5 & 3 + 5 = 6 + 2 \\ & A = 6 & 8 = 8 \end{array}$$

II] N, A, R यांच्या दिलेल्या किंमतीवरून ग्राफ काढणे.

1] $N = 4$

$A = 7$

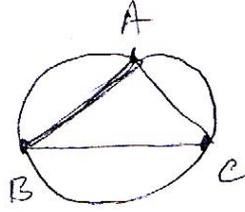
$R = 5$



2] $N = 3$

$A = 6$

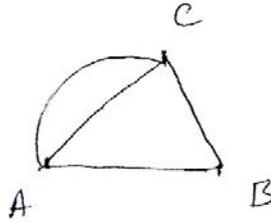
$R = 5$



3] $N = 3$

$A = 4$

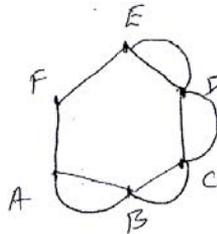
$R = 3$



4] $N = 6$

$A = 10$

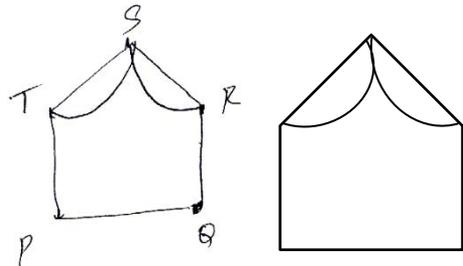
$R = 6$



5] $N = 5$

$A = 7$

$R = 4$



III] ग्राफमधील पातबिंदूचा क्रम व प्रकार

आकृती नं.	पातबिंदू	क्रम	प्रकार
1	A	1	विषमपातबिंदू
	B	3	विषमपातबिंदू
	C	2	समपातबिंदू
	D	3	विषमपातबिंदू
	E	1	विषमपातबिंदू
2	K	2	समपातबिंदू
	L	4	समपातबिंदू
	M	2	समपातबिंदू
3	A	1	विषमपातबिंदू
	B	2	समपातबिंदू
	C	3	विषमपातबिंदू
	D	2	समपातबिंदू
	E	1	विषमपातबिंदू
	F	1	विषमपातबिंदू
4	A	3	विषमपातबिंदू
	B	4	समपातबिंदू
	C	1	विषमपातबिंदू

IV] 1] ग्राफ (1) मध्ये सर्व पातबिंदू समपातबिंदू आहेत म्हणून तो प्रवाहित आहे.

2] ग्राफ (2) मध्ये दोनापेक्षा जास्त विषमपातबिंदू आहेत. म्हणून तो प्रवाहित नाही.

3] ग्राफ (3) मध्ये फक्त 2 विषमपातबिंदू आहेत. म्हणून तो प्रवाहित आहे.

4] ग्राफ (4) मध्ये दोनापेक्षा जास्त विषमपातबिंदू आहेत. म्हणून तो प्रवाहित नाही.

V] बहुपृष्ठकासाठी युलरचे सुत्र = $F + V = E + 2$

$$1] \quad F = 4 \quad F + V = E + 2$$

$$V = 4 \quad 4 + 4 = 6 + 2$$

$$E = 6 \quad 8 = 8$$

$$\begin{array}{l} 2] \quad F = 6 \quad F + V = E + 2 \\ \quad \quad V = 8 \quad 6 + 8 = 12 + 2 \\ \quad \quad E = 12 \quad 14 = 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3] \quad F = 5 \quad F + V = E + 2 \\ \quad \quad V = 5 \quad 5 + 5 = 8 + 2 \\ \quad \quad E = 8 \quad 10 = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4] \quad F = 8 \quad F + V = E + 2 \\ \quad \quad V = 12 \quad 8 + 12 = 18 + 2 \\ \quad \quad E = 18 \quad 20 = 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5] \quad F = 8 \quad F + V = E + 2 \\ \quad \quad V = 6 \quad 8 + 6 = 12 + 2 \\ \quad \quad E = 12 \quad 14 = 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6] \quad F = 8 \quad F + V = E + 2 \\ \quad \quad V = 6 \quad 5 + 6 = 9 + 2 \\ \quad \quad E = 9 \quad 11 = 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 7] \quad F = 8 \quad F + V = E + 2 \\ \quad \quad V = 6 \quad 8 + 6 = 12 + 2 \\ \quad \quad E = 12 \quad 14 = 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8] \quad F = 12 \quad F + V = E + 2 \\ \quad \quad V = 20 \quad 12 + 20 = 30 + 2 \\ \quad \quad E = 30 \quad 32 = 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 9] \quad F = 20 \quad F + V = E + 2 \\ \quad \quad V = 12 \quad 20 + 12 = 30 + 2 \\ \quad \quad E = 30 \quad 32 = 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 10] \quad F = 6 \quad F + V = E + 2 \\ \quad \quad V = 6 \quad 6 + 6 = 10 + 2 \\ \quad \quad E = 10 \quad 12 = 12 \end{array}$$

