Subject Code : QDB-37

આંકડાશાસ્ત્ર (મુખ્ય પરીક્ષા)

(Gujarati Medium)

સમય : 3 કલાક **કુલ ગુણ : 200**

સૂચના : (1) પ્રશ્નપત્ર **A, B** અને **C** વિભાગમાં છે, પ્રત્યેક વિભાગમાં લખવાના પ્રશ્નો તથા તેના ગુણ આપવામાં આવેલ છે.

(2) પ્રત્યેક વિભાગમાં પ્રશ્નોના જવાબ એક સાથે – સળંગ ક્રમવાર જવાબવહીમાં લખવાના રહેશે. તેમજ એક વિભાગના પ્રશ્નોના જવાબ સાથે બીજા વિભાગના પ્રશ્નોના જવાબ લખવા નહીં. જો આ રીતે એક વિભાગના પ્રશ્નોના જવાબ સાથે બીજા વિભાગના પ્રશ્નોના જવાબ લખેલા હશે તો તે તપાસવામાં આવશે નહીં.

(3) વિભાગ **A**, **B** અને **C** માં ના પ્રશ્નોના જવાબ નિર્ધારિત શબ્દોમાં લખવા.

(4) જો અંગ્રેજી ભાષામાં આપવામાં આવેલ પ્રશ્નો અને તેના ગુજરાતી અનુવાદમાં તફાવત જણાય તો, અંગ્રેજી ભાષાનો પ્રશ્ન તે માટે માન્ય ગણવાનો રહેશે.

(5) ઉત્તર અંગ્રેજી અથવા ગુજરાતી બે પૈકી આપે વિકલ્પ આપેલ એક જ ભાષામાં લખવાના રહેશે. બંને ભાષામાં જવાબો એક સાથે લખી શકાશે નહીં.

વિભાગ-A

સૂચના : (1) પ્રશ્ન ક્રમાંક : **1** થી **20**.

(2) બધા જ **20** પ્રશ્નોના જવાબો લખવાના છે.

(3) દરેક પ્રશ્નના **2** ગુણ છે.

(4) જવાબ આશરે **20** થી **30** શબ્દોમાં લખવા.

1. એક સતત યાદચ્છિક ચલ X નું સંભાવના ઘટત્વ વિધેય (Probability Density Function) $f(x) = 3x^2, 0 \le x \le 1$ છે. તો $p(x \le a) = p(x > a)$ હોય તેમ ‘a’ શોધો.

2. દ્વિપદી યાદચ્છિક ચલ x માટે જો $n = 6$ અને $9p(x = 4) = p(x = 2)$ હોય તો p ની કિંમત શોધો.

3. પ્રામાણ્ય વિતરણ (Normal Distribution) ના અગત્યના ગુણધર્મો જણાવો.

4. જો $r = 0.8, \sum_{i=1}^{n} (x - \bar{x})(y - \bar{y}) = 60, \sigma_y = 2.5$ અને $\sum_{i=1}^{n} (x - \bar{x})^2 = 90$ હોય તો n ની કિંમત મેળવો.

5. પ્રક્રિયા નિયંત્રણને વ્યાખ્યાયિત કરો.

6. સરેરાશ નિદર્શ ક્રમાંક (Average sample numbers) નું મહત્ત્વ શું છે ?

7. જો x (–1, 1) માં એકધારી રીતે વિતરીત હોય (uniformly distributed) તથા જો $y = x^2$ હોય તો x અને y વચ્ચેનું સહવિચરણ (covariance) શોધો.

8. જો માંગ વિધેય $D = \sqrt{\frac{4 - p}{5}}$ હોય તો Dની કઈ કિંમત માટે માંગની મૂલ્ય સાપેક્ષતા (elasticity of demand) એકમ હશે ?

9. $\Delta^2 \left(\frac{5x + 12}{x^2 + 5x + 6}\right)$ નું મૂલ્ય શોધો.

10. સંખ્યાત્મક સંકલન (Numerical Integration) માટે વેડેલનો નિયમ જણાવો.

11. મહત્તમ વિસંભાવના આગણક (MLE) ના વિચરણના ગુણધર્મો જણાવો.

12. અવયવવાળા પ્રયોગોના ફાયદાઓ વર્ણવો.

13. સાઇન પરીક્ષણ અને વિલકોકસ-સાઇન્ડ રેંક પરીક્ષણ વચ્ચેનો તફાવત સમજાવો.

14. આંશિક સંકીર્ણ અને સંપૂર્ણ સંકીર્ણ (Confounding) વચ્ચેનો તફાવત સમજાવો.

15. વ્યાખ્યા આપો : ગ્રાહકનું જોખમ (consumer's risk).

16. 0.625 ને તેને સમકક્ષ દ્વિઅંકી (Binary) સંખ્યામાં ફેરવો.

17. પાંચ નિદર્શિત વસ્તુઓના અવલોકનો 3, 4, 4, 8 અને 12 હોય તો નિદર્શ વિચરણ (sample variance) ની કિંમત કેટલી હશે ?

18. એક ઉત્પાદક દવાની શીશીઓ બનાવે છે. તેણે બનાવેલ શીશીઓ પૈકી 0.1% શીશીઓ ક્ષતિમુક્ત જણાય છે. આ શીશીઓ 500 શીશીવાળી પેટીઓમાં પેક કરવામાં આવે છે. એક દવાનો ઉત્પાદક 100 પેટીઓ ખરીદે છે. પોઈસન અંદાજ (Poisson approximation) નો ઉપયોગ કરી શોધો કે કેટલી પેટીઓમાં કોઈ ક્ષતિમુક્ત બોટલ નથી. ($e^{-0.5} = 0.6065$).

19. BIBDના અગત્યના ગુણધર્મો જણાવો.

20. નોન-ઇમ્પેક્ટ પ્રિન્ટર એટલે શું ? નોન-ઇમ્પેક્ટ પ્રિન્ટરનાં પાંચ પ્રકારો જણાવો.

વિભાગ-B

સૂચના : (1) પ્રશ્ન ક્રમાંક : **21** થી **32**.
(2) બધા જ **12** પ્રશ્નોના જવાબો લખવાના છે.
(3) દરેક પ્રશ્નના **5** ગુણ છે.
(4) જવાબ આશરે **50** થી **60** શબ્દોમાં લખવા.

21. સંભાવનાની સ્વયંસિદ્ધ (પૂર્વધારણાયુક્ત) વ્યાખ્યાની આપણને શા માટે જરૂર પડે છે ? તેનો અમલ થતો હોય તેવું એક ઉદાહરણ આપો.

22. સંયુક્ત સંભાવના ઘટત્વ વિધેય સાથેના દ્વિપરિમાણવીય સતત યદચ્છ ચલ (x, y) નીચે મુજબ છે :

$$f(x, y) = \begin{cases} 6x^2y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{, અન્યથા} \end{cases}$$

(i) $P(0 < x < \frac{3}{4}, \frac{1}{3} < y < 2)$

(ii) $P(x + y < 1)$

(iii) $P(x < 1 / y < 2)$ શોધો.

23. ઋણ (નકારાત્મક) દ્વિપદી વિતરણની વ્યાખ્યા આપો. તેના મહત્ત્વના ગુણધર્મો જણાવો તથા તેના વાસ્તવિક પરિસ્થિતિઓમાંના ઉદાહરણ આપો.

24. $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^3}\,dx$ ની કિંમત શોધો તથા તે પરથી સંખ્યાકીય સંકલનનો ઉપયોગ કરી $\log_e 2$ ની કિંમત મેળવો.

25. એક નિદર્શ (single sampling) આયોજન સમજાવો તથા તેની મર્યાદાઓ જણાવો.

26. કોબ-ડગ્લાસ ઉત્પાદન વિધેયના કોઈ ચાર ગુણધર્મો જણાવો.

27. સામાન્ય સંકેતમાં દર્શાવો : $1 - R^2_{1.23} = (1 - r^2_{12})\,(1 - r^2_{13.2})$

28. ધારો કે T_0 એક MVUE છે, તથા T_1 એક અનભિનત આગણક (unbiased estimator) છે જેની કાર્યક્ષમતા e_θ છે. દર્શાવો કે T_0 અને T_1 નું કોઈ અનભિનત સુરેખ સંચય એ MVUE ન હોઈ શકે.

29. બે સમાન વિચરણ ધરાવતી સામાન્ય સમષ્ટિના બે નિદર્શ (samples)નું કદ અનુક્રમે 10 અને 12 છે, તેમના મધ્યક અનુક્રમે 12 અને 10 તથા વિચરણ અનુક્રમે 2 અને 5 છે. બે સમષ્ટિ મધ્યકોના તફાવત માટે 90% સાર્થકતાની કક્ષા મેળવો. ($t_{0.05,\,20} = 2.086$)

30. સિમ્પસનના $\frac{1}{3}^{rd}$ નિયમની મદદથી $\log_e 7$ ની કિંમત મેળવો તથા તેની તુલના કરો.

31. IF statement અને SWITCH statement વચ્ચેનો તફાવત સમજાવો.

32. માંગની મૂલ્ય સાપેક્ષતાની વ્યાખ્યા આપો. "સાપેક્ષતા" શબ્દનું અર્થઘટન કરો.

વિભાગ-C

સૂચના : (1) પ્રશ્ન ક્રમાંક : **33** થી **39**.
(2) નીચેના **7** પૈકી ગમે તે **5** પ્રશ્નોના જવાબો લખવાના છે.
(3) દરેક પ્રશ્નના **20** ગુણ છે.
(4) જવાબ આશરે **200** શબ્દોમાં લખવા.

33. જો x અને y એ μ અને ν પ્રાચલ ધરાવતા સ્વતંત્ર ગામા ચલ હોય તો દર્શાવો કે ચલ $u = x + y$ અને $z = \frac{x}{x+y}$ એ સ્વતંત્ર ચલ છે તથા u એ ગામા $(\mu + \nu)$ ચલ છે અને z એ $\beta_1(\mu, \nu)$ ચલ છે.

34. કેન્દ્રિય લક્ષ પ્રમેયની વ્યાખ્યા આપો. સાબિત કરો કે CLT એ ગુરૂ સંખ્યાના નિયમનું સામાન્યકરણ છે. તેના કેટલાક ઉપયોગો જણાવો.

35. ‘ખામી’ અને ‘ખામીયુક્ત’ વચ્ચેનો તફાવત સમજાવો. જેમાં C-chartનો ઉપયોગ થતો હોય તેવી ખામીઓના ઉદાહરણ આપો. C-chartની નિયંત્રિત મર્યાદા કઈ રીતે ગણી શકાય ? આ ગણતરીમાં ધારણાઓ અને અંદાજો (assumptions and approximations) ની ચર્ચા કરો.

36. 2^2 અવયવવાળો પ્રયોગ વ્યાખ્યાયિત કરો. દર્શાવો કે 2^2 અવયવવાળા પ્રયોગ માટે મુખ્ય અસરો અને આંતરસંબંધ અસરો (main effects and interaction effects) પરસ્પર લંબછેદી (orthogonal) હોય છે.

37. વિસંભાવના ગુણક પરીક્ષણ (LRT) ની વ્યાખ્યા આપો. સમવિસારિતા પ્રામાણ્ય વિચરણના મધ્યકોની સરખામણી કરવા માટે LRT મેળવો. LRT ના અનંતસ્પર્શી ગુણધર્મો (asymptotic property) વર્ણવો.

38. સ્તરિત યાદૃચ્છિક નિદર્શની વ્યાખ્યા આપો. સામાન્ય સંકેતોમાં દર્શાવો કે, નિદર્શ (n) ના નિશ્ચિત કુલ કદ માટે $Var(\bar{y}_{st})$ લઘુત્તમ હોય છે, જ્યાં (n) $n_i \propto N_i S_i$. તેની મર્યાદાઓ દર્શાવો. $Var(\bar{y}_{st})$ માટે સૂત્ર મેળવો.

39. કારકો Δ અને E ના ગુણધર્મો જણાવો. સાબિત કરો કે આ કારકો સુરેખ છે. તફાવતના સૂત્રોની આવશ્યકતા શી છે ? ન્યૂટનના તફાવતના સૂત્રો (Newton’s divided difference)ના ચોક્કસ સંદર્ભ તરીકે ન્યૂટનની પ્રગતિ સૂત્રો (Newton’s forward interpolation formula) મેળવો.

Subject Code : QDB-37

STATISTICS (Main Examination)

(English Medium)

Time : 3 Hours **Total Marks : 200**

Instructions : (1) The question paper has been divided into three parts, **A**, **B** and **C**. The number of questions to be attempted and their marks are indicated in each part.

(2) Answers of all the questions of each part should be written continuously in the answer sheet and should not be mixed with other parts' Answer. In the event of answer found, which are belongs to other part, such answers will not be assessed by examiner.

(3) The candidate should write the answer within the limit of words prescribed in the parts **A**, **B** and **C**.

(4) If there is any difference in English language question and its Gujarati Translation, then English language question will be considered as valid.

(5) Answer should be written in one of the two languages. Write in the language (English or Gujarati) preference given by you. Answer should not be written in both the languages in the same paper.

Part-A

Instructions : (1) Question No. **1** to **20**.

(2) Attempt all **20** questions.

(3) Each question carries **2** marks.

(4) Answer should be given approximately in **20** to **30** words.

1. A continuous random variable X has a probability density function $f(x) = 3x^2, 0 \leq x \leq 1$. Find 'a' such that $p(x \leq a) = p(x > a)$.

2. For a binomial random variable x, find the value of p, if n = 6 and $9p(x = 4) = p(x = 2)$.

3. Mention some of the important properties of Normal distribution.

4. Given $r = 0.8$, $\sum_{i=1}^{n} (x - \bar{x})(y - \bar{y}) = 60$, $\sigma_y = 2.5$ and $\sum_{i=1}^{n} (x - \bar{x})^2 = 90$. Obtain the value of n.

5. Define process control.

6. What is the significance of Average Sample number ?

7. If x is uniformly distributed in (–1, 1) and if $y = x^2$, then what is the covariance between x and y ?

8. If the demand function $D = \sqrt{\frac{4 - p}{5}}$, for which value of D, the elasticity of demand will be unitary ?

9. Find the value of $\Delta^2 \left(\frac{5x + 12}{x^2 + 5x + 6} \right)$

10. Write Weddle's formula for numerical integration.
11. State the invariance property of Maximum Likelihood Estimator (MLE).
12. What is the advantages of factorial experiments ?
13. Distinguish between sign test and Wilcoxon's signed rank test.
14. Distinguish between complete confounding and partial confounding.
15. Define consumer's risk.
16. Convert 0.625 to its equivalent binary number.
17. If the observation recorded on five sampled items are 3, 4, 4, 8, 12, what will be the value of sample variance ?
18. A manufacturer who produces medicine bottles, finds that 0.1% of the bottles are defective. The bottles are packed in boxes containing 500 bottles. A drug manufacturer buys 100 boxes from the producer. Using Poisson approximation, find how many boxes will contains no defective bottles. (Given $e^{-0.5} = 0.6065$).
19. State all important properties of BIBD.
20. What are non-impact printers ? Give five categories of non-impact printers.

Part-B

Instructions : (1) Question No. **21** to **32**.

(2) Attempt all **12** questions.

(3) Each question carries **5** marks.

(4) Answer should be given approximately in **50** to **60** words.

21. Why do we require axiomatic definition of probability ? Give an example, where this is applicable.
22. For a two dimensional continuous random variate (x, y) with joint probability density function given by

$$f(x, y) = \begin{cases} 6x^2y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Find (i) $P(0 < x < \frac{3}{4}, \frac{1}{3} < y < 2)$

(ii) $P(x + y < 1)$

(iii) $P(x < 1 / y < 2)$

23. Define Negative binomial distribution. Mention its chief characteristics. Give examples from real life situations where it is applicable.

24. Evaluate $\int_0^1 \frac{x^2}{1 + x^3} dx$ and hence obtain the value of $\log_e 2$ using formula for numerical integration.

25. Explain single sampling plan. Mention its limitations.

26. Write any four properties of Cobb-Douglas production function.

27. In usual notations, show that $1 - R^2_{1.23} = (1 - r^2_{12})(1 - r^2_{13.2})$

28. Let T_0 be an MVUE, while T_1 is an unbiased estimator with efficiency e_θ, then show that no unbiased linear combination of T_0 and T_1 can be MVUE.

29. Two samples from two normal populations having equal variances of size 10 and 12 have mean 12 and 10 and variances 2 and 5 respectively. Obtain 90% confidence limits for the difference between two population means. (Given $t_{0.05, 20} = 2.086$)

30. Evaluate $\log_e 7$ by Simpson's $\frac{1}{3}^{rd}$ rule and compare its value.

31. Differentiate between IF statement and SWITCH statement.

32. Define price elasticity of demand. Interpret the term elasticity.

Part-C

Instructions : (1) Question No. **33** to **39**.

(2) Attempt any **5** out of **7** questions.

(3) Each question carries **20** marks.

(4) Answer should be given approximately in **200** words.

33. If x and y are independent Gamma variates with parameters μ and ν respectively. Show that the variables $u = x + y$ and $z = \frac{x}{x + y}$ are independent and that u is a Gamma $(\mu + \nu)$ variate and z is $\beta_1(\mu, \nu)$ variates.

34. Define central limit theorem. Prove CLT as a generalization of law of large numbers. Mention some of its applications.

35. Distinguish between ‘defect’ and ‘defectives’. Give some examples of defects, for which C-chart is applicable. How do you calculate control limits for a C-chart ? Discuss the assumption and approximations involved in the calculation.

36. Define a 2^2 factorial experiment. Show that for 2^2 factorial experiment, the main effects and interaction effects are mutually orthogonal.

37. Define Likelihood Ratio Test (LRT). Obtain LRT for comparing the means of K homoscedastic normal distributions. Mention the asymptotic property of LRT.

38. Define stratified random sampling. In usual notations, show that $Var(\bar{y}_{st})$ is minimum for fixed total size of the sample (n) if $n_i \propto N_i S_i$. Mention its limitations. Obtain the formula for $Var(\bar{y}_{st})$.

39. List out the properties of operators Δ and E. Prove an argument that these operators are linear. Why do we need divided differences ? Obtain Newton’s forward interpolation formula as a particular case of Newton’s divided difference formula.